МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 3 · 1989

УДК 539.375

О. В. НАГОРНОВ

ХАРАКТЕР ОСТАНОВКИ ФРОНТА ВОЛНЫ РАЗРУШЕНИЯ ПРИ КАМУФЛЕТНОМ ВЗРЫВЕ

Исследуется задача о взрыве в вязкой среде. Изучается характер остановки фронта волны разрушения. Точка остановки является особой точкой дифференциального уравнения. В зависимости от значений параметров среды возможны три типа особых точек. Характер особенности определяет либо плавную остановку фронта волны разрушения без разгрузки разрушенной области, либо осцилляции границы раздела разрушенной и неразрушенной среды около положения равновесия. Показано, что характерная частота и декремент затухания излучаемого упругого предвестника существенно зависят от вязкости среды.

Движение фронта волны разрушения подземного взрыва во многом определяет как состояние среды в окрестности камуфлетной полости, так и процесс излучения упругих волн [1, 2]. Известно, что на значительных расстояниях от источника регистрируются волны излученные на заключительной стадии развития камуфлетного взрыва [1]. С этой точки зрения представляет интерес изучение процесса остановки фронта волны разрушения. В [3] отмечались трудности исследования этого этапа взрыва численными методами.

В данной работе построено решение задачи о взрыве в вязкой прочной среде: основное внимание обращается на характер остановки фронта волны разрушения. Показано, что наличие вязкости качественно влияет на процесс излучения упругих волн (ряд физических эффектов, обусловленных вязкостью грунтов и горных пород при распространении импульсных нагрузок ранее исследован в [4—5]).

Источник взрыва моделируем полостью, заполненной адиабатическим газом. Для описания поведения среды воспользуемся уравнениями непрерывности и движения

$$\partial\rho/\partial t+v\partial v/\partial r+\rho(\partial v/\partial r+2v/r)=0 \qquad (1)$$

$$\rho(\partial v/\partial t+v\partial v/\partial r)=\partial\sigma_r/\partial r+2(\sigma_r-\sigma_\varphi)/r$$

$$(r>r_c,\ t>0) \qquad (2)$$

записанными в сферически-симметричной системе координат, где t — время, r — эйлерова координата, ρ — плотность, v — массовая скорость, σ_r и σ_φ — радиальное и азимутальное напряжения. В разрушенной среде сдвиговые напряжения и давление подчиняются уравнениям

$$\sigma_r-\sigma_\varphi=-\tau_s+2\eta(\partial v/\partial r-v/r) \qquad (3)$$

$$p=\rho_0 c_0^2/n[(\rho/\rho_0)^n-1] \qquad (4)$$

где τ_s — сдвиговая прочность, η — коэффициент вязкости, ρ_0 — начальная плотность, c_0 — скорость звука, n — постоянный коэффициент. Ниже будем пользоваться безразмерными переменными, которые определим формулами

$$w=v(\rho_0/p_0)^{1/2},\quad \tau=t[a_0(\rho_0/p_0)^{1/2}]^{-1},\quad x=r/a_0$$

$$\sigma=p/p_0,\ \Sigma_r=\sigma_r/p_0,\ Y=\tau_s/p_c,\ \rho_1=\rho/\rho_0$$

$$\mu=\eta[a_0(\rho_0 p_0)^{1/2}]^{-1}.\ a=r_c/a_0,\ b=R/a_0$$

где p_0 — начальное давление в полости, a_0 — начальный радиус полости, r_c — текущий радиус полости, R — радиус фронта волны разрушения. При изучении распространения фронта волны разрушения опустим гидродинамическую фазу развития взрыва вследствие ее незначительной протяженности и будем рассматривать область давлений $p \ll \rho_0 c_0^2$.

В гидродинамике известен параметр Бенджамина [6] $\varepsilon = [p_0/(\rho_0 c_0^2)]^{1/2}$. Если $\varepsilon \ll 1$, то в ряде задач удается построить асимптотическое решение по малому параметру ε.

Построим нулевое (по параметру ε) решение задачи о взрыве в прочной вязкой среде. Нулевые приближения массовой скорости, давления, радиального напряжения будем как и прежде обозначать буквами w, σ, Σ_r соответственно. Плотность же в силу уравнения (4) имеет следующее представление $\rho_1 = 1 + \varepsilon^2 \psi + \ldots$, где многоточием отмечены слагаемые выше второго порядка малости. Из уравнения (4) следует, что $\sigma = \psi$. Используя это соотношение и уравнение (3), уравнения (1), (2) примут вид (нулевое приближение)

$$\partial w/\partial x + 2w/x = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + w\frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{2Y}{x} + \frac{4\mu}{3}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{8\mu}{3x}\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{w}{x}\right) - \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{6}$$

При $\mu = 0$ эти уравнения описывают несжимаемую невязкую среду [7]. Из уравнения (5) следует, что

$$w = f(t)/x^2 \tag{7}$$

где $f = f(t)$ — произвольная функция. Подставляя (7) в (6), находим

$$\psi = \dot{f}/x - {}^1/_2 f^2/x^4 - 2Y \ln x + A(t)$$

где $A(t)$ — произвольная функция. Тогда радиальное напряжение можно записать в виде

$$\Sigma_r = -\frac{2Y}{3} + \frac{f^2}{2x^4} + 2Y\ln x - \frac{4\mu f}{r^3} - \frac{\dot{f}}{r} - A(t)$$

В упругой зоне массовая скорость и радиальное напряжение (в безразмерных переменных в нулевом приближении) можно представить через потенциал упругих смещений $w = \dot{\Phi}(t)/x^3$, $-\Sigma_r = \ddot{\Phi}(t)/x + 4g\Phi(t)/x^3$, где $\Phi = \Phi(t)$ — потенциал упругих смещений (обезразмеренный на a_0^3), $g = \rho_0 c^2/p_0$, $c^2 = G/\rho_0$, G — модуль сдвига (здесь и далее точка над буквой обозначает дифференцирование по времени t).

Запишем граничные условия, выражающие соответственно: равенство массовой скорости среды и скорости движения стенки полости при $x = a$; равенство радиального напряжения в среде и давления в полости при $x = a$; равенство массовой скорости в упругой зоне и в зоне разрушения скорости распространения фронта волны разрушения при $x = b$; равенство радиальных напряжений в упругой зоне и в зоне разрушения при $x = b$

$$f(t)/a^2 = \dot{a} \tag{8}$$

$$\frac{2Y}{3} - 2Y\ln a + \frac{\dot{f}}{a} - \frac{f^2}{2a^4} + \frac{4\mu f}{a^3} + A(t) = a^{-3\gamma} \tag{9}$$

$$\dot{\Phi}/b^2 = \dot{f}/b^2 = \dot{b} \tag{10}$$

$$\frac{\ddot{\Phi}}{b} + \frac{4g\Phi}{b^3} = \frac{2Y}{3} - 2Y\ln b + \frac{\dot{f}}{b} - \frac{f^2}{2b^4} + \frac{4\mu f}{b^3} + A(t) \tag{11}$$

Уравнения (8)—(11) служат для определения пяти неизвестных функций a, b, f, Φ, A. Исключая из этих уравнений f и A получим

$$\begin{aligned} b\ddot{\Phi}/a = {} & -4g\Phi/b^2 - 2Yb\ln(b/a) + ba^{-3\gamma} + \\ & + (b^4 - a^4)(2a^4b^3)^{-1}\dot{\Phi}^2 + 4\mu(a^3 - b^3)(a^3b^2)^{-1}\dot{\Phi} \end{aligned} \tag{12}$$

Из (8) и (10) следует связь a, b, Φ:

$$a^3-1=b^3-b_0^3=3(\Phi-\Phi_0) \qquad (13)$$

где b_0 — лагранжева координата точки среды, имеющая в момент времени t координату b, Φ_0 — начальное значение потенциала упругих смещений ($\Phi_0=0$ [3]). Принимая во внимание, что разрушение наступает при достижении сдвиговой деформацией γ_s величины τ_s/G и учитывая (13), получим (в предположении $b \gg a$ [8]):

$$b=[g(a^3-1)/Y]^{1/3} \qquad (14)$$

Подставляя (13), (14), в (12) получим уравнение относительно одной неизвестной

$$a^2a^{\cdot\cdot}+{}^3/_2aa^{\cdot 2}=a^{1-3\gamma}-4ga/(3m^3)- \qquad (15)$$
$$-2Ya\ln m-4\mu a^{\cdot} \quad (m=(g/Y)^{1/3})$$

Вводя обозначение $z=a^{\cdot}$, получим систему из двух обыкновенных дифференциальных уравнений (относительно a и z) первого порядка. Точка $a^{\cdot}=0$, $z^{\cdot}=0$ определяет равновесное положение $a=a_*$, которое, как это следует из (15), задается уравнением $a_*^{-3\gamma}-2Y\ln m-4/3g/m^3=0$.

Исследуем точку равновесия уравнения (15) на устойчивость по линейному приближению [8]. Положим $a=a_*(1+\beta)$. Тогда получим линеаризованную систему уравнений

$$\beta^{\cdot}=z, \qquad z^{\cdot}=-N\beta-Rz, \qquad R=4\mu/a_*^2, \qquad N=3\gamma a_*^{-3\gamma-2} \qquad (16)$$

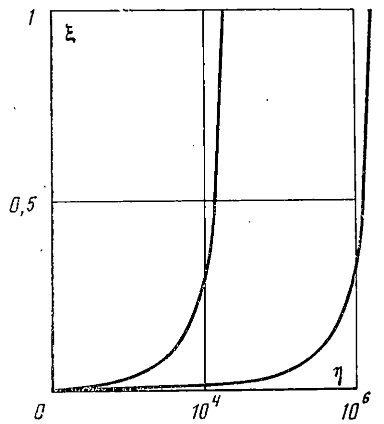
Характеристический определитель системы $\Delta=\lambda^2+R\lambda+N=0$, где λ — характеристические числа. В зависимости от значений R и N (используя (16) можно показать, что $R>0$, $N>0$) возможны три типа особых точек: устойчивый узел, выроженный узел, фокус. Первые два случая реализуются при условии $R^2/4N \gg 1$. В слабосжимаемой среде [7] (что следует также из (14) при $a \gg 1$) временная зависимость радиуса фронта волны разрушения такая же, как и радиуса полости.

В этом случае происходит плавная остановка фронта волны разрушения (фронт волны разрушения приближается к своему равновесному значению по закону $\sim 1-C_1\exp(\lambda_1 t)-C_2\exp(\lambda_2 t)$; λ_1, $\lambda_2<0$, C_1, C_2 — постоянные). Среда не совершает обратного движения к центру и не разгружается. Отсутствие движения к центру в разрушенной области отмечалось в лабораторных экспериментах [9], в которых отрицательная фаза движения наблюдалась лишь в упругой зоне на некотором расстоянии от радиуса разрушения.

Когда ${}^1/_4R^2/N<1$ точка равновесия является фокусом. Это означает, что фронт волны разрушения проскакивает положение равновесия и далее совершает затухающие колебания около положения равновесия, приближаясь к нему по закону $\sim 1-\exp(\nu t)\,(C_3\cos\omega t+C_4\sin\omega t)$, где C_3, C_4 — постоянные, $\nu=\mathrm{Re}\,\lambda<0$, $\omega=\mathrm{Im}\,\lambda$. Характерная частота и декремент затухания излученных упругих волн определяются в этом случае не только параметром a_*a_0/c [3], но и коэффициентом вязкости. Отметим, что в данном случае решение справедливо только на фазе движения среды от центра, поскольку при обратном движении происходит разгрузка разрушенной среды.

На фиг. 1 приведена зависимость числа $\xi={}^1/_4R^2/N$, определяющего характер остановки фронта волны разрушения, от вязкости среды при различных значениях начального радиуса a_0 (кривая *1* соответствует a_0=0,01м, кривая *2* — a_0=1м). Область под прямой $\xi=1$ соответствует остановке с разгрузкой разрушенной среды. В этом случае граница зоны разрушения совершает колебания около положения равновесия, что отражается на структуре излучаемого упругого сигнала, характерная частота которого $\sim c/R_*$, где R_* — радиус зоны разрушения. Такой режим имеет место в пористых водонасыщенных грунтах. При этом на фазе возвратного движения необходимо строить другое решение, учитывающее упругую разгрузку разрушенной среды.

Область над прямой $\xi=1$ соответствует плавной остановке фронта волны разрушения (положение равновесия — узел). С увеличением начального радиуса заряда (то есть с увеличением мощности взрыва) переход в режим плавной остановки фонтана волны разрушения осуществляется при более высоких значениях коэффициента вязкости. В случае $\xi > 1$ не происходит разгрузки среды в зоне разрушения, среда находится в предельном состоянии. Декремент затухания упругих волн в значительной степени определяется коэффициентом вязкости разрушенной среды.



Вязкость грунтов и горных пород определяется временным масштабом явления [10]. Вязкость наблюдаемая в лабораторных экспериментах с ударными волнами составляет величину порядка $10^3 \div 10^5$ Па с [4], а вязкость, измеряемая в квазистатических испытаниях, на несколько порядков выше [10].

При $a_0 = 0{,}01$ м значение коэффициента вязкости, при котором происходит переход в режим $\xi > 1$ равно $\eta = 2 \cdot 10^4$ Па·с, а при $a_0 = 1$м имеем $\eta = 2 \cdot 10^6$ Па·с. Сопоставляя эти значения вязкости с данными динамических и квазистатических измерений [10], можно заключить, что остановка фронта волны разрушения происходит в режиме $\xi > 1$ при крупномасштабных взрывах, а при лабораторных испытаниях режим $\xi \sim 1$ соответствует диапазону коэффициентов вязкости, наблюдаемым в природе.

Полученные результаты дают возможность заключить, что при камуфлетном взрыве вязкость грунтов и горных пород в значительной степени определяет характер остановки фронта волны разрушения, состояние среды в зоне разрушения, структуру излучаемого упругого сигнала.

Автор выражает благодарность С. З. Дунину и В. К. Сироткину за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Родионов В. Н., Адушкин А. А., Костюченко В. Н. и др.* Механический эффект подземного взрыва, М.: Недра, 1971. 224 с.
2. *Бовт А. Н., Николаевский В. Н.* Дилатансия и механика подземного взрыва // Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела. М.: ВИНИТИ, 1981, т. 14. С. 129–169.
3. *Родин Г.* Сейсмология ядерных взрывов. М.: Мир, 1974. 190 с.
4. *Ляхов Г. М.* Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. М.: Недра, 1974. 192 с.
5. *Григорьев В. Г., Дунин С. З., Сурков В. В.* Захлопывание сферической поры в вязкопластическом материале // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 1. С. 199–201.
6. *Найфэ А. Х.* Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 455 с.
7. *Шемякин Е. И.* Расширение газовой полости в несжимаемой упругопластической среде // ПМТФ. 1961. № 5. С. 91–99.
8. *Андронов А. А., Витт А. А., Хайкин С. Э.* Теория колебаний. М.: Наука, 1981. 568 с.
9. *Спивак А. А., Цветков В. М.* О взрыве в твердой среде типа горной породы // Физ.-тех. проблемы разработки полезных ископаемых. 1973. № 5. С. 37–42.
10. *Николаевский В. Н.* Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984. 232 с.

Москва

Поступила в редакцию
8.VI.1987