

УДК 531.8

В. В. ЛАПШИН

## УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ АППАРАТА С УПРУГИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ В ТЕЛЕСКОПИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЯХ НОГ

При увеличении скорости шагающих машин энергетически выгодно переходить от ходьбы к бегу. Использование упругих элементов, обеспечивающих рекуперацию энергии, позволяет создать бегающий аппарат с малыми энергозатратами [1-4]<sup>1</sup>. В публикуемой работе аналитически исследована задача управления пространственным движением четырехногого аппарата при беге рысью. Аппарат имеет телескопические ноги с упругими элементами, сжимающимися при уменьшении длины ног. В вертикальном направлении аппарат совершает колебательное движение, период которого определяется параметрами упругих элементов, массой аппарата и задаваемой водителем высотой прыжков. Последовательно с упругими элементами подключены сервоприводы, которые обеспечивают подкачку энергии в упругие элементы ног и стабилизацию движения аппарата в вертикальном направлении. На стационарном движении энергозатраты аппарата связаны только с преодолением трения. Управление горизонтальным движением аппарата (вперед, вбок и разворотом по углу рысканья) осуществляется за счет отработки в фазе полета соответствующего переднего и бокового выноса ног в момент приземления. Стабилизация движения аппарата по углам тангажа и крена осуществляется за счет изменения в фазе полета положения центра корпуса относительно точек подвеса ног к корпусу, что достигается перемещением противовеса. Рассмотрена возможность адаптации к неровностям местности. Управление движением осуществляется путем варьирования конечных положений, обрабатываемых позиционными сервоприводами.

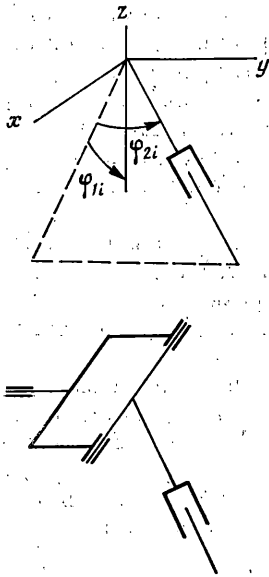
1. Рассматривается аппарат, состоящий из корпуса и четырех невесомых ног. Корпус аппарата состоит из двух частей (тел) массой  $m_1$  и  $m_2$ . С телом  $m_1$  связана система координат  $Oxyz$ . Ось  $Oz$  является конструктивной вертикалью, ось  $Oy$  — продольной осью корпуса. Два сервопривода обеспечивают перемещение второй части корпуса  $m_2$  относительно  $m_1$  вдоль осей  $Ox$  и  $Oy$ . Главные оси инерции обеих частей корпуса  $m_1$ ,  $m_2$  параллельны осям  $Oxyz$ .

Положение корпуса аппарата относительно осей абсолютной системы координат  $O_A\xi\eta\zeta$  определяется координатами  $\xi_0$ ,  $\eta_0$ ,  $\zeta_0$  точки  $O$ , углами:  $\psi$  — рысканье,  $\theta$  — тангаж,  $\gamma$  — крен и координатами  $x_2$ ,  $y_2$  центра масс тела  $m_2$  в системе координат  $Oxyz$ .

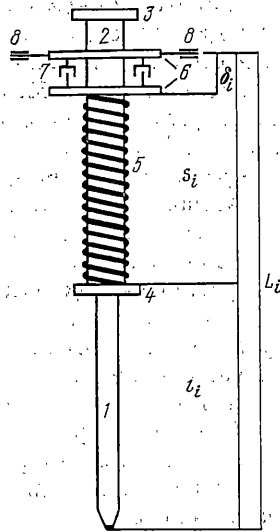
Обозначим через  $i$  номер ноги:  $i=1$  — правая передняя,  $i=2$  — левая передняя,  $i=3$  — правая задняя,  $i=4$  — левая задняя нога. Ноги аппарата прикреплены к телу  $m_1$ . Координаты точек подвеса ног к корпусу постоянны и равны  $x_{pi}=b/2$  ( $i=1, 3$ ),  $x_{pi}=-b/2$  ( $i=2, 4$ ),  $y_{pi}=d/2$  ( $i=1, 2$ ),  $y_{pi}=-d/2$  ( $i=3, 4$ ),  $z_{pi}=0$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ).

Ноги аппарата телескопические. Положение  $i$ -й ноги относительно корпуса определяется координатами точки подвеса ноги к корпусу, длиной ноги  $L_i$  и углами (фиг. 1):  $\varphi_{1i}$  — угол между отрицательным направлением оси  $Oiz$  и проекцией ноги на плоскость  $O_ixy$ ,  $\varphi_{2i}$  — угол между проекцией ноги на плоскость  $O_ixy$  и телескопическим звеном ноги. Углы  $\varphi_{1i}$ ,  $\varphi_{2i}$  в шарнирах ног могут изменяться с помощью сервоприводов, установленных в этих шарнирах.

<sup>1</sup> См. также: Карпинский Ф. Г. Модель двуногого шагающего аппарата (описание и управление движением): Препринт № 78.23. Киев, Ин-т матем. АН УССР, 1978.



Фиг. 1



Фиг. 2

Контакт ноги с опорной поверхностью имеет точечный характер. Конец ноги будем называть стопой. Взаимодействие ноги с опорной поверхностью сводится к силе реакции опорной поверхности.

На фиг. 2 приведена конструктивная схема телескопического звена ноги. Стержень 1 может перемещаться внутри цилиндра 2 с помощью специального сервопривода, при этом изменяется длина стержня  $l_i$ . Этот привод используется для уменьшения длины переносимых ног. Привод, изменяющий величину  $l_i$ , должен обрабатывать два фиксированных положения:  $l_L$  в фазе опоры и  $l_F$  в фазе переноса ноги. Для этого может быть использован цикловой привод, работающий по фиксированным упорам. В фазе опоры  $l_i = l_L = \text{const}$ , сервопривод работает только при переносе ноги. Этот привод также может быть использован для адаптации к неровностям опорной поверхности. В этом случае для данной степени подвижности необходимо иметь сервопривод с позиционной системой управления. На корпус цилиндра 2 с упорами 3, 4 надета пружина 5 и муфта 6, которая может перемещаться вдоль цилиндра 2. Длина муфты  $\delta_i$  вдоль оси ноги может изменяться с помощью сервопривода 7. К муфте 6 крепится ось 8 шарнира ноги  $\varphi_{2i}$ . Концы пружины 5 закреплены на упоре 4 и муфте 6. Упор 3 ограничивает область перемещений муфты 6, т. е. ограничивает максимальную длину ноги. Длиной ноги будем называть расстояние вдоль оси телескопического звена ноги от оси 8 до стопы. Длиной упругой части ноги  $S_i$  назовем расстояние от оси 8 до упора 4.

Величина усилия  $F_i$ , развиваемого телескопическим звеном ноги в фазе опоры, определяется силой, развиваемой пружиной 5, и трением муфты 6 о корпус цилиндра 2. Предположим, что трение сводится к сухому трению; когда  $F_i = k_i(S_i^* + \delta_i - S_i) - \Phi_i \text{sign } S_i^*$ , где  $k_i$  — жесткость пружины,  $S_i^*$  — длина нерастянутой пружины,  $\Phi_i$  — величина силы сухого трения.

Отметим, что, изменяя величину поджатия пружины  $\delta_i$  с помощью привода 7, можно изменять величину усилия  $F_i$ , развиваемого телескопическим звеном ноги, при заданных значениях  $S_i, S_i^*$ .

2. Движение аппарата заключается в чередовании опорных и безопорных фаз движения. Фазу полета и следующую за ней опорную фазу движения назовем шагом. Номер шага обозначим через  $n$ . Рассмотрим движение рысью по горизонтальной поверхности. В фазе опоры аппарат опирается на две диагонально расположенные ноги: при нечетном  $n$  на правую переднюю и левую заднюю, а при четном  $n$  на левую переднюю и правую заднюю ноги

При управлении движением аппарата предполагается, что в результате обработки навигационной системой измерений с датчиков аппарата системы управления известны координаты и скорости корпуса аппарата, координаты в степенях подвижности ног и координаты тела  $m_2$  в относительной системе координат. Минимальный состав измерений при этом должен содержать угловые координаты корпуса, координаты  $x_2, y_2$  тела  $m_2$  и координаты в степенях подвижности ног. Желательно также непосредственное измерение скоростей  $\psi, \theta, \gamma, \varphi_{1i}, \varphi_{2i}, S_i$ .

Водитель аппарата задает желаемый режим движения аппарата: высоту прыжков (продолжительность фазы полета) и режим движения в горизонтальном направлении (вперед, вбок, разворот по углу рысканья).

Задача управления движением решается в предположении, что ноги конструктивно одинаковы, малы углы тангажа и крена корпуса, малы углы в шарнирах ног и отклонения положения центра масс аппарата от точки  $O$ , вызванные перемещением противовеса  $m_2$ . В опорной фазе движения  $i$ -й ноги приводы в шарнирах  $\varphi_{1i}, \varphi_{2i}$  отключены и моменты в этих шарнирах тождественно равны нулю. В опорной фазе координаты  $x_2, y_2$  тела  $m_2$  и значения длин стержней  $l_i$  опорных ног сохраняют значения, отработанные сервоприводами по этим координатам в течение предшествовавшей фазы полета.

При отклонениях угла тангажа или крена от их программного (нулевого) значения или отличиях опорной поверхности от горизонтальной плоскости возможна неодновременность постановки и отрыва ног от опорной поверхности. В общем случае опорная фаза сводится к чередованию одноопорной, двухопорной и одноопорной фаз движения. Продолжительности одноопорных фаз движения малы и их наличие оказывает существенное влияние только на движение по углам тангажа и крена. Наличие одноопорных фаз не учитывается в алгоритмах управления вертикальным и горизонтальным движением аппарата, т. е. движением по координатам  $\xi, \eta, \zeta, \psi$ .

3. В линейном приближении движение аппарата по вертикальной координате  $\xi$  на  $n$ -м шаге описывается уравнениями

$$m\ddot{\xi} = -mg \quad (t \in [t_0^n, t_1^n])$$

$$m\ddot{\xi} = 2k(S^* + l_L + (\delta_{i1} + \delta_{i2})/2 - \xi) - 2\Phi \operatorname{sign} \dot{\xi} - mg \quad (t \in [t_1^n, t_2^n]) \quad (3.1)$$

где  $t_0^n, t_1^n, t_2^n$  — соответственно, моменты начала фазы полета, начала и окончания опорной фазы,  $i_1, i_2$  — номера опорных на данном шаге ног.

В начале опорной фазы вертикальная скорость корпуса  $\dot{\xi}_1$  отрицательна. Аппарат сначала тормозится до нулевой скорости по координате  $\xi$  (фаза торможения), а затем разгоняется до требуемой скорости  $\dot{\xi}_D$  в конце опорной фазы (фаза разгона).

В фазе торможения аппарат сжимает пружины опорных ног, накапливая в них энергию, которая в фазе разгона идет на увеличение потенциальной и кинетической энергии корпуса. При движении по горизонтальной поверхности, если не подкачивать энергию в пружины ног за счет их поджатия, то из-за наличия трения вертикальная скорость  $\dot{\xi}$  в конце опорной фазы будет уменьшаться от шага к шагу. Целью управления является поддержание заданного водителем значения продолжительности фазы полета  $T_1$ , или что тоже самое заданного водителем значения скорости  $\dot{\xi}_D = gT_1/2$  в момент отрыва от опорной поверхности.

Изменение величины поджатия пружин осуществляется сервоприводом за время  $T_0$  существенно меньшее, чем продолжительность опорной фазы. При построении алгоритмов управления движением предположим, что поджатие пружин в телескопических звеньях ног производится мгновенно в момент смены фаз торможения и разгона и поджатие пружин обеих ног одинаково  $\delta_{i1} = \delta_{i2} = \delta$ :  $\delta = \delta_0$  в фазе торможения,  $\delta = \delta_D$  в фазе разгона.

Обозначим  $L_0$  значение координаты  $\xi$  в начале и конце опорной фазы  $L_0 = S_0 + l_L$ , а через  $\xi_1^*$  — значение  $\xi$  в начале опорной фазы.

Уравнения движения аппарата в вертикальном направлении (3.1) имеют аналитическое решение, из которого следует, что для обеспечения

требуемого значения  $\zeta_D$  в конце опорной фазы необходимо и достаточно, чтобы

$$\begin{aligned}\delta_p &= \delta_p^* = \delta_0 + 2\Phi/k + m(\zeta_D^2 - \zeta_1^2)(L_0 - \zeta_{\min})^{-1}/4k \\ \zeta_{\min} &= \sigma - [(L_0 - \sigma)^2 + 1/2 m \zeta_1^2/k]^{1/2} \\ \sigma &= \Phi/k + 1/2 mg/k + S^* + l_L + \delta_0\end{aligned}$$

где  $\zeta_{\min}$  — минимальное значение  $\zeta$  на данном шаге.

В начале опорной фазы поджатие пружин опорных ног равно исходному значению  $\delta_0$ . В момент смены знака скорости  $\zeta$  поджатие пружин изменяется и становится равным  $\delta_p$ . В фазе полета сервопривод поджатия пружин возвращается в исходное положение  $\delta_0$ . Если допустимые значения поджатия пружин  $\delta$  не ограничены, то аппарат выходит на программное движение по координате  $\zeta$  в течение одной опорной фазы. В силу ограничений  $\delta_{\min} \leq \delta \leq \delta_{\max}$  на величину поджатия пружин  $\delta_p = \max\{\delta_{\min}, \min\{\delta_{\max}, \delta_p^*\}\}$  и аппарат выходит на установившееся периодическое движение по вертикальной координате с заданной продолжительностью фазы полета за конечное число шагов.

При отсутствии возмущений аппарат по вертикальной координате  $\zeta$  совершает колебательное движение с собственной частотой. В фазе полета аппарат движется с постоянным ускорением  $-g$ , переходя на фазовой плоскости из положения  $(L_0, \zeta_D)$  в положение  $(L_0, -\zeta_D)$ , а в опорной фазе под действием сил, развиваемых пружинами опорных ног, возвращается из  $(L_0, -\zeta_D)$  в  $(L_0, \zeta_D)$ . Подкачка энергии за счет приводов поджатия пружин идет только на преодоление трения. Период колебаний зависит от продолжительности фазы полета  $T_1$  или  $\zeta_D$ . В общем случае продолжительность опорной фазы зависит от  $\zeta_D$ . Однако, если в начале опорной фазы  $\zeta''(t_1^n) = 0$ , т. е.  $L_0 - \sigma = 0$ , то продолжительность опорной фазы не зависит от  $\zeta_D$  и равна  $T_0 = (m/2k)^{1/2} \pi$ .

При решении задач управления движением аппарата по остальным координатам предполагается, что по вертикальной координате аппарат совершает периодическое движение с заданной водителем продолжительностью фазы полета.

4. В рамках сделанных предположений и в предположении малости изменения величины угла рысканья в опорной фазе  $n$ -го шага, линеаризованные уравнения горизонтального движения аппарата в опорной фазе имеют вид

$$\begin{aligned}m\ddot{\xi} &= 2F_D(t)(-\Delta_\xi^n + \xi - \xi_1^n)/\zeta_D(t), \quad m\ddot{\eta} = 2F_D(t)(-\Delta_\eta^n + \eta - \eta_1^n)/\zeta_D(t) \\ J_z\ddot{\psi} &= F_D(t)(b^2 + d^2)^{1/2} [1/2(b^2 + d^2)^{1/2}(\psi - \psi_1^n) + \Delta_\psi^n]/\zeta_D(t)\end{aligned}$$

где  $F_D(t)$ ,  $\zeta_D(t)$  — известные функции времени, соответствующие номинальному периодическому движению по вертикальной координате;  $\xi_1^n$ ,  $\eta_1^n$ ,  $\psi_1^n$  — значения координат  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\psi$  при  $t = t_1^n$ ; значения  $\Delta_\xi^n$ ,  $\Delta_\eta^n$ ,  $\Delta_\psi^n$  определяют положение стоп опорных ног относительно точек подвеса ног к корпусу в начале опорной фазы. Управление движением по координатам  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\psi$  осуществляется за счет изменения, соответственно,  $\Delta_\xi^n$ ,  $\Delta_\eta^n$ ,  $\Delta_\psi^n$ .

Если  $\Delta_\eta^n = \Delta_\psi^n = 0$ , то стопы обеих опорных ног в начале опорной фазы отклоняются от точек подвеса ног к корпусу вдоль оси  $O_A\xi$  на величину  $\Delta_\xi^n$ . Если  $\Delta_\xi^n = \Delta_\psi^n = 0$ , то стопы обеих опорных ног в начале опорной фазы отклоняются от точек подвеса ног к корпусу вдоль оси  $O_A\eta$  на величину  $\Delta_\eta^n$ . Если  $\Delta_\xi^n = \Delta_\eta^n = 0$ , то в начале опорной фазы стопы опорных ног отклоняются от точек подвеса ног к корпусу вдоль линии перпендикулярной проекции на плоскость  $O_A\xi\eta$  линии, проходящей через точки подвеса опорных ног к корпусу, в разные стороны от последней на величину  $\Delta_\psi^n$ . Имеет место следующая зависимость между координатами стоп  $\xi_{fi}^n$ ,  $\eta_{fi}^n$  опорных ног и координатами  $\xi_{pi}^n$ ,  $\eta_{pi}^n$  точек подвеса ног к корпусу в начале опорной фазы

$$\xi_{fi}^n = \xi_{pi}^n(t_1^n) + \Delta_\xi^n + \Delta_\psi^n d(b^2 + d^2)^{-1/2}$$

$$\xi_{fi2}^n = \xi_{pi2}(t_1^n) + \Delta_\xi^n - \Delta_\psi^n d(b^2 + d^2)^{-1/2} \quad (4.1)$$

$$\eta_{fi1}^n = \eta_{pi1}(t_1^n) + \Delta_\eta^n + (-1)^n \Delta_\psi^n b(b^2 + d^2)^{-1/2}$$

$$\eta_{fi2}^n = \eta_{pi2}(t_1^n) + \Delta_\eta^n - (-1)^n \Delta_\psi^n b(b^2 + d^2)^{-1/2}$$

Движение по каждой из координат  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\psi$  описывается линейным дифференциальным уравнением второго порядка с переменными коэффициентами. Эти уравнения имеют одинаковый вид. Задачу управления горизонтальным движением аппарата рассмотрим на примере движения по координате  $\xi$ .

Уравнение движения по координате  $\xi$  в опорной фазе преобразуется к виду  $\Xi'' = a(\tau)\Xi$ , где  $\Xi = \xi - \xi_1^n - \Delta_\xi^n$ ,  $\tau = t - t_1^n$ ,  $a(\tau) = 2F_D(t)[m\xi_D(t)]^{-1}$ . Возьмем фундаментальную систему решений  $f_1(\tau)$ ,  $f_2(\tau)$  этого уравнения с начальными условиями  $f_1(0) = 1$ ,  $f_1'(0) = 0$ ,  $f_2(0) = 0$ ,  $f_2'(0) = 1$ . Значения  $\xi$ ,  $\xi'$ , реализовавшиеся в начале опорной фазы  $n$ -го шага, обозначим  $\xi_1^n$ ,  $\xi_1'^n$ . Тогда  $\Xi(0) = -\Delta_\xi^n$ ,  $\Xi'(0) = \xi_1'^n$ ,  $\Xi(\tau) = -f_1(\tau)\Delta_\xi^n + f_2(\tau)\xi_1'^n$ , а в конце опорной фазы  $n$ -го шага  $\xi = \xi_2^n$ ,  $\xi' = \xi_2'^n$ :

$$\xi_2^n = \xi_1^n + \Delta_\xi^n(1 - f_1(T_0)) + \xi_1'^n f_2(T_0), \quad \xi_2'^n = -\Delta_\xi^n f_1'(T_0) + \xi_1'^n f_2'(T_0) \quad (4.2)$$

Рассмотрим два различных способа управления движением аппарата по координате  $\xi$ .

1°. Управление по вектору скорости. Целью управления является обеспечение задаваемой водителем скорости движения в конце опорной фазы текущего шага за счет выноса точек постановки ног на опорную поверхность вдоль оси  $O_A \xi$  в начале опорной фазы на величину  $\Delta_\xi^n$ . Расчет необходимого для этого значения  $\Delta_\xi^n$  осуществляется в начале фазы полета  $n$ -го шага. Пусть  $\xi_0^n$ ,  $\xi_0'^n$  значения  $\xi$ ,  $\xi'$  в начале фазы полета, полученные из показаний навигационной системы. Тогда, учитывая, что в фазе полета

$$\xi''(t) = \xi_0''^n = \text{const} \quad (4.3)$$

получаем, что для обеспечения желаемой скорости  $\xi_D'$  в конце опорной фазы текущего шага необходимо и достаточно, чтобы

$$\Delta_\xi^n = K_1 \xi_D' + K_2 \xi_0'^n \quad (4.4)$$

$$K_1 = -1/f_1'(T_0), \quad K_2 = f_2'(T_0)/f_1'(T_0)$$

2°. Управление по положению. В этом случае за счет выбора значений  $\Delta_\xi$  для двух предстоящих шагов  $n$ -го и  $(n+1)$ -го обеспечивается выход в конце  $(n+1)$ -го шага в задаваемое водителем положение  $\xi_D$  с заданной скоростью  $\xi_D'$ . Решается эта задача в начале фазы полета  $n$ -го шага. В силу (4.2), (4.3) для обеспечения этой цели необходимо и достаточно, чтобы

$$\Delta_\xi^n = K_3(\xi_D - \xi_0^n) + K_4 \xi_D' + K_5 \xi_0'^n$$

$$\Delta_\xi^{n+1} = K_6(\xi_D - \xi_0^{n+1}) + K_7 \xi_D' + K_8 \xi_0'^n \quad (4.5)$$

$$K_3 = -f_1'(T_0)/\kappa, \quad K_4 = (f_1(T_0) - 1)/\kappa$$

$$K_5 = \{(1 + f_2'(T_0))(T_1 + f_2(T_0))f_1'(T_0) + (1 - f_1(T_0))f_2'^2(T_0)\}/\kappa$$

$$K_6 = -K_3 f_2'(T_0), \quad K_7 = -K_4 f_2'(T_0) - 1/f_1'(T_0)$$

$$K_8 = -K_3 f_2'(T_0) + f_2'^2(T_0)/f_1'(T_0)$$

$$\kappa = f_1'(T_0) \{(f_1(T_0) - 1)(1 - f_2'(T_0)) + (T_1 + f_2(T_0))f_1'(T_0)\}$$

Отметим, что при управлении движением аппарата используется только первая из формул (4.5) для расчета  $\Delta_\xi^n$  на текущем  $n$ -м шаге.

Значения коэффициентов  $K_j$  в законах управления (4.4), (4.5) являются функциями  $f_v(T_0)$ ,  $f_v'(T_0)$  ( $v=1, 2$ ) значений фундаментальной системы решений уравнения движения по координате  $\xi$  в конце опорной

фазы. Значения  $f_v(T_0)$ ,  $f_v^*(T_0)$  являются функциями конструктивных параметров аппарата и желаемой продолжительности фазы полета  $T_1$ . Коэффициенты  $K_j$  вычисляются заранее перед началом движения аппарата и их величину необходимо пересчитывать только при изменении желаемой продолжительности фазы полета. На каждом шаге в начале фазы полета необходимое значение  $\Delta \xi^n$  рассчитывается по одной из формул (4.4) или (4.5) в зависимости от способа управления и требует малого объема вычислений.

Алгоритмы управления движением по координатам  $\eta$  и  $\psi$  строятся аналогично.

Переход от одного способа управления к другому может осуществляться водителем независимо по каждой из координат  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\psi$  в процессе движения аппарата.

Подставляя полученные значения  $\Delta \xi^n$ ,  $\Delta \eta^n$ ,  $\Delta \psi^n$  в (4.1), рассчитаем необходимые значения  $\xi_{fi} - \xi_{pi}$ ,  $\eta_{fi} - \eta_{pi}$  в начале опорной фазы для опорных ног текущего  $n$ -го шага. Затем, учитывая, что в силу малости  $\varphi_{1i}$ ,  $\varphi_{2i}$  в начале опорной фазы  $\xi_{pi} - \xi_{fi} \approx L_i = L_0$  и линеаризуя матрицу перехода от абсолютной к относительной системе координат по углам тангажа и крена, получаем

$$\begin{aligned} x_{fi} - x_{pi} &= (\xi_{fi} - \xi_{pi}) \cos \psi + (\eta_{fi} - \eta_{pi}) \sin \psi + L_0 \gamma \\ y_{fi} - y_{pi} &= -(\xi_{fi} - \xi_{pi}) \sin \psi + (\eta_{fi} - \eta_{pi}) \cos \psi - L_0 \theta \end{aligned}$$

Используя кинематические соотношения, вычислим необходимые значения углов  $\varphi_{1i}^D$ ,  $\varphi_{2i}^D$  в начале опорной фазы

$$\begin{aligned} \varphi_{1i}^D &= \arcsin \{ (x_{fi} - x_{pi}) [L_0^2 - (y_{fi} - y_{pi})^2]^{-1/2} \} \\ \varphi_{2i}^D &= \arcsin \{ (y_{fi} - y_{pi}) / L_0 \} \end{aligned}$$

Вычисление арксинуса при этом можно опустить в силу малости  $\varphi_{1i}^D$ ,  $\varphi_{2i}^D$ .

Полученные значения  $\varphi_{1i}^D$ ,  $\varphi_{2i}^D$  реализуются сервоприводами по этим степеням подвижности в фазе полета с заданным запасом по времени до расчетного момента окончания фазы полета.

Отметим, что при расчете  $\varphi_{1i}^D$ ,  $\varphi_{2i}^D$  используются значения углов  $\psi = (\psi, \theta, \gamma)$  в начале опорной фазы, а вычисления производятся в начале фазы полета на основе соответствующих измерений  $\psi_0^n$ ,  $\psi_0^{*n}$  в предположении постоянства скорости изменения каждого из этих углов в фазе полета. Это предположение может быть использовано в силу малости углов тангажа и крена.

5. При отсутствии возмущений углы тангажа и крена тождественно равны нулю. Целью стабилизации движения аппарата по углам тангажа и крена при наличии возмущений является поддержание нулевых значений этих углов. Стабилизация осуществляется за счет изменения положения центра масс корпуса в относительной системе координат  $Oxyz$ , т. е. за счет перемещения тела  $m_2$  корпуса относительно  $m_1$ . В фазе полета  $m_2$  перемещается в заранее рассчитанное положение, а в опорной фазе  $m_2$  неподвижно в относительной системе координат.

Покажем, что, если есть возмущения только по начальным условиям, то таким способом можно в течение двух шагов обеспечить выход на программное движение  $\theta_D = \theta_D^* = \gamma_D = \gamma_D^* = 0$ .

В опорной фазе в силу малости углов тангажа и крена для описания движения по этим координатам воспользуемся линеаризованными уравнениями: В силу малости отклонений тела  $m_2$  относительно точки  $O$  при этом можно пренебречь изменениями тензора инерции корпуса относительно центра масс, вызванными этими перемещениями, как величинами второго порядка малости.

В рамках этих предположений уравнения движения аппарата по углам тангажа и крена имеют аналитическое решение на всех этапах движения аппарата с учетом того, что опорная фаза движения в общем случае является чередованием одноопорной, двухопорной и одноопорной фаз.

Используя эти аналитические решения получаем, что в течение  $n$ -го и  $(n+1)$ -го шагов углы тангажа и крена и их скорости изменяются следующим образом<sup>2</sup>

$$\begin{pmatrix} \theta_0^{n+2} \\ \gamma_0^{n+2} \\ \theta_0^{n+2} \\ \gamma_0^{n+2} \end{pmatrix} = A_n \begin{pmatrix} \theta_0^n \\ \gamma_0^n \\ \theta_0^n \\ \gamma_0^n \end{pmatrix} + B_n \begin{pmatrix} x_2^n \\ y_2^n \\ x_2^{n+1} \\ y_2^{n+1} \end{pmatrix} + \frac{m_1}{m_2} B_n \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

где  $A_n, B_n$  — матрицы размерности  $4 \times 4$ , элементы которых зависят от конструктивных параметров аппарата и желаемой продолжительности фазы полета  $T_1$ .

Для того, чтобы в начале  $(n+2)$ -го шага выйти на программное движение по углам тангажа и крена, необходимо и достаточно чтобы координаты  $x_2, y_2$  тела  $m_2$  в опорных фазах  $n$ -го и  $(n+1)$ -го шагов равнялись

$$\begin{pmatrix} x_2^n \\ y_2^n \\ x_2^{n+1} \\ y_2^{n+1} \end{pmatrix} = C_n \begin{pmatrix} \theta_0^n \\ \gamma_0^n \\ \theta_0^n \\ \gamma_0^n \end{pmatrix} - \frac{m_1}{m_2} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}, \quad C_n = -B_n^{-1}A_n \quad (5.1)$$

Элементы матрицы  $C_n$  зависят не от номера шага, а только от его четности  $C_n = C_0$  при четном  $n$  и  $C_n = C_1$  при нечетном  $n$ . Легко показать, что элементы матриц  $C_0$  и  $C_1$  отличаются только знаками членов, имеющих одинаковую четность индексов.

Следовательно, при определении необходимого положения тела  $m_2$  в относительной системе координат по формуле (5.1) достаточно знать элементы матрицы  $C_0$ , которые зависят только от конструктивных параметров аппарата и желаемой продолжительности фазы полета  $T_1$  и могут быть вычислены заранее. Необходимость пересчета элементов матрицы  $C_0$  возникает только при изменении  $T_1$ .

Вычисление положения тела  $m_2$  в опорной фазе  $n$ -го шага, необходимого для стабилизации движения аппарата по углам тангажа и крена, осуществляется в начале фазы полета  $n$ -го шага. Для этого достаточно умножить две первые строки матрицы  $C_n$  на значения углов тангажа и крена и скоростей их изменения в начале фазы полета, полученные из показаний навигационной системы. Перевод тела  $m_2$  в рассчитанное положение  $x_2^n, y_2^n$  осуществляется соответствующими сервоприводами в течение фазы полета и заканчивается с заданным запасом по времени до расчетного момента окончания фазы полета.

6. Рассмотренные выше алгоритмы управления рассчитаны на движение аппарата по горизонтальной поверхности. Неровности опорной поверхности (отличия опорной поверхности от горизонтальной плоскости) вызывают отклонения от желаемого закона движения аппарата. Наиболее значительные возмущения вносит разность высоты опорной поверхности в точках постановки на нее передней и задней ног аппарата. Это приводит к появлению одноопорной фазы движения, в течение которой сила реакции в опорной ноге создает большой момент относительно центра масс, и аппарат быстро набирает скорость по углам тангажа и крена. Наличие такого возмущения в течение нескольких шагов даже при сравнительно малой разности высот опорной поверхности в точках постановки ног может привести к разрушению заданного движения по углам тангажа и крена и вызвать падение аппарата.

Если информационная система сообщает системе управления движением о величине  $h$  разности высот опорной поверхности в предполагаемых точках постановки на нее передней и задней ног, то возможна адаптация к неровностям опорной поверхности за счет отработки в предшествующей фазе полета различных длин стержней  $l_i$  ног, являющихся опорными на данном шаге. Для передней ноги  $l_{i1} = l_L - h/2$ , а для задней ноги  $l_{i2} = l_L + h/2$ . Величина возмущений, вызванных при этом неровностью опорной поверхности, будет существенно меньше. Возмущения будут обусловлены разностью длин опорных ног при несжатых пружинах, а не на-

<sup>2</sup> Лапшин В. В. Управление движением четырехногого аппарата с упругими элементами в телескопических звеньях ног: Препринт № 7. М.: Ин-т прикл. матем. АН СССР, 1987.

личием одноопорной фазы. Такой режим движения назовем движением с адаптацией к неровностям опорной поверхности.

В заключение отметим, что управление движением аппарата осуществляется за счет варьирования конечного числа параметров: величины поджатия сервоприводами упругих элементов в телескопических звеньях ног, положения опорных на данном шаге ног относительно корпуса в начале опорной фазы и положения центра масс корпуса в относительной системе координат в начале опорной фазы. Это обеспечивает поддержание заданной высоты прыжков, реализацию задаваемого водителем режима движения в горизонтальном направлении (движения вперед, вбок и по углу рысканья), стабилизацию движения по углам тангажа и крена, адаптацию к неровностям опорной поверхности.

Расчет значений варьируемых параметров, необходимых для обеспечения заданного режима движения, осуществляется по простым формулам в четырех независимых контурах управления и требует малого объема вычислений.

Первый контур управления обеспечивает управление высотой прыжков, второй — управление горизонтальным движением аппарата (вперед, вбок и разворотом по углу рысканья); третий — стабилизацию движения по углам тангажа и крена, четвертый — адаптацию к неровностям местности. Все сервоприводы аппарата работают в режиме позиционирования, обеспечивая обработку заданного конечного положения к заданному моменту времени.

Проведено математическое моделирование процесса управления движением аппарата, демонстрирующее эффективность работы алгоритмов управления для различных режимов движения аппарата (изменение высоты прыжков, изменение и поддержание скорости движения и выход в заданное положение по горизонтальным координатам центра масс и по углу рысканья, изменение направления движения) при наличии возмущений (возмущения по начальным условиям; несовпадение конструктивных параметров аппарата с их значениями, используемыми в системе управления движением; наличие возмущающих сил; отличие опорной поверхности от горизонтальной плоскости)<sup>3</sup>.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wallace H. W. Jumping tank vehicle. — USA patent N 2.371.368. 1942.
2. Kaplan M. H., Seifert H. S. Hopping transporter for Lunar exploration // J. Spacecraft and Rockets. 1969. N 8. P. 917–922.
3. Raibert M. H. Legged robots that balance. London: MIT Press. 1986. 233 p.
4. Ларин В. Б. Управление шагающими аппаратами. Киев: Наук. думка, 1980. 168 с.

Москва

Поступила в редакцию  
23.IV.1987

<sup>3</sup> Результаты расчетов подробно рассмотрены в статье Лапшина В. В. Математическое моделирование управления движением аппарата с упругими элементами в телескопических звеньях ног: Препринт № 7. М.: Ин-т прикл. матем. АН СССР. 1987.