МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 • 1989

УДК 539.3

Д. Н. КЛИМОВА, К. И. ОГУРЦОВ

ОБ УПРОЩЕННЫХ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МАССИВЕ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ВЗРЫВЕ УДЛИНЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ

Приводится решение динамической задачи теории упругости для простейшего источника типа детонирующего линейного заряда в безграничной среде. Рассматриваются предельные случаи образования различных волновых полей, а также статического состояния, которое совпадает с классическим элементарным решением второго типа Буссинеска. Определяется решение осесимметричной квазистатической задачи в случае конечного линейного источника внутри полупространства, которое может быть использовано как промежуточное звено при переходе к решениям для цилиндрических зарядов (так же, как и при переходе от точечных зарядов к сферическим [1]).

1. Динамическое поле от взрыва колонкового заряда в уступе описано в [2]. В [3] рассматривалось динамическое поле движущегося ленточного центра расширения, имитирующего детонацию плоского заряда от прямолинейной границы его. В [4, 5] аналогично рассматривалась детонация колонковых зарядов. Основное внимание при этом уделялось анализу волновых полей в прифронтовых областях. При резких (бризантных) воздействиях в ряде твердых и хрупких пород именно эти поля характеризуют главную часть динамических полей по мере удаления их от взрывной полости. Однако в ряде случаев она оказывается сравнима с остальной его частью, а иногда и пренебрежимо мала. Воздействие в последнем случае оказывается плавным и длительным. Как показали некоторые эксперименты [6, 7] разрушение осуществляется тогда при квазистатическом режиме, соответствующем этому воздействию.

Предположим, что линейный заряд равномерно распределяется на отрицательной половине оси z и детонирует при взрыве от начала координат. Допустим, что при этом в точках заряда включаются в соответствующие моменты времени элементарные линейно меняющиеся со временем центры расширения [5]. Тогда в цилиндрической системе координат r, θ, z вертикальные и горизонтальные составляющие вектора скоростей смещений с точностью до размерного множителя представляются формулами, которые для области позади сферического фронта волны, исходящего от края заряда, имеют соответственно следующий вид

$$u_z^{\bullet}=R^{-1}-c_pQ^{-1/2},\quad u_r^{\bullet}=r^{-1}[c_p(c_dt+z)Q^{-1/2}-zR^{-1/2}]$$
$$R=(r^2+z^2)^{1/2},\quad R\leqslant c_pt \tag{1.1}$$

где точки означают производные по времени t, c_d — скорость детонации, c_p — скорость распространения продольных волн, Q определяется равенством

$$Q=c_p^2(c_dt+z)^2+r^2(c_p^2-c_d^2) \tag{1.2}$$

При $t\to\infty$ формулы (1.1) определяют известное статическое элементарное решение второго типа [8].

Если $c_p<c_d<\infty$, то кроме формул (1.1) приходится еще учитывать формулы, определяющие динамическое поле в области между сферическим и коническим фронтами волн. Поверхности, определяющие положение этих фронтов в момент времени t, выражаются соответственно равенствами $R=c_pt$, $r(c_p^{-2}c_d^2-1)^{1/2}-z=c_dt$, а упомянутые формулы представляются в виде

$$u_z^{\bullet}=-2c_pQ^{-1/2}=-2c_d^{-1}\{(t-t_k)[t-t_k+2r(c_p^{-2}-c_d^{-2})^{1/2}]\}^{-1/2}$$
$$u_r^{\bullet}=-(c_dt+z)u_zr^{-1},\quad R\geqslant c_pt \tag{1.3}$$

где t_k — момент вступления фронта конической волны

$$t_k=r(c_p^{-2}-c_d^{-2})^{1/2}-zc_d^{-1} \tag{1.4}$$

Если $c_d=\infty$, то вместо (1.1) имеют место формулы

$$u_r^{\bullet}=r^{-1}[c_pt(c_p^2t^2-r^2)^{-1/2}-zR^{-1}]$$
$$u_z^{\bullet}=R^{-1},\quad R\leqslant c_pt$$

а вместо (1.3), (1.4) — формулы, характеризующие цилиндрическую волну $u_r^{\bullet}=2tr^{-1}(t^2-t_k^2)^{-1/2}$, $u_z^{\bullet}=0$, $R\geqslant c_pt$, $t_k=rc_p^{-1}$.

Линейный заряд конечной длины можно рассматривать как совокупность двух противоположных по знаку полубесконечных источников со смещенными концами. Прибавим к представленному выше решению такое же решение с обратным знаком, заменив z на $z+h$ и t на $t-hc_d^{-1}$. Оно соответствует полубесконечному источнику обратного знака с началом в точке $r=0$, $z=-h$, инициируемому в момент $t=hc_d^{-1}$. При этом оказывается, что в соответствующих формулах c_dt+z, а следовательно и (1.2) остаются без изменения.

Если $c_d<c_p$, то до момента $t=hc_d^{-1}$ скорости смещений от заряда конечной длины определяются по-прежнему формулами (1.1). При значениях же $t>hc_d^{-1}$ имеется расширяющаяся сферическая область, в которой скорости смещений не зависят от времени и представляют собой статическое решение, соответствующее конечной линии центров расширения равной напряженности

$$u_z^{\bullet}=R^{-1}-l^{-1},\quad u_r^{\bullet}=r^{-1}[(z+h)l^{-1}-zR^{-1}]$$
$$l=[r^2+(z+h)^2]^{1/2},\quad l\leqslant c_p(t-hc_d^{-1}) \tag{1.5}$$

При $t\to\infty$ эта область распространяется на все пространство. Нетрудно убедиться, что поле скоростей (1.5) без вихря и расходимости (лапласово поле).

Если $c_d>c_p$, то до момента $t=hc_d^{-1}$ скорости смещений определяются формулами (1.1), (1.3) в соответствующих областях.

При значениях же $t\geqslant hc_d^{-1}$ имеется другая расширяющаяся сферическая область, в которой скорости смещений определяются равенствами

$$u_z^{\bullet}=c_pQ^{-1/2}-l^{-1},\quad u_r^{\bullet}=r^{-1}[(z+h)l^{-1}-c_p(c_dt+z)Q^{-1/2}]$$
$$l\leqslant c_p(t-hc_d^{-1}) \tag{1.6}$$

Для области между фронтами сферических волн и фронтом конической волны справедливы формулы (1.3). В области же пересечения сферических волн, которая возникает с момента $t=(c_p^{-1}+c_d^{-1})h/2$, скорости смещений определяются равенствами (1.5), не зависящими от времени. Они симметричны относительно плоскости $z=-h/2$. Смещения же оказываются линейными функциями времени t.

Напряжения определяются формулами закона Гука

$$\sigma_z=\mu[(\gamma^{-2}-2)\Theta+2\partial u_z/\partial z] \tag{1.7}$$
$$\sigma_\theta=\mu[(\gamma^{-2}-2)\Theta+2u_rr^{-1}]$$
$$\sigma_r=\mu(\gamma^{-2}\Theta-2\partial u_z/\partial z-2u_rr^{-1})$$
$$\tau_{rz}=\mu(\partial u_r/\partial z+\partial u_z/\partial r)$$
$$\Theta=\partial u_r/\partial r+u_r/r+\partial u_z/\partial z$$
$$\gamma=[(1-2\nu)/2(1-\nu)]^{1/2}$$

где μ — модуль сдвига, ν — коэффициент Пуассона, Θ — объемное расширение.

Рассмотрение четырех компонент напряжений (1.7) в отличие от двух составляющих вектора скоростей смещений в различных областях возмущенной среды и в разные моменты времени приводит к необходимости выводить в два раза больше формул. При учете же хотя бы одной свободной от напряжений обнаженной поверхности, на которой образуются отраженные продольные и поперечные волны, добавляется еще в два раза больше формул, к тому же более сложных. Но именно влияние свободной поверхности представляет особый интерес. Ограничиваясь лишь случаем, когда роль динамических разрывных полей можно считать незначительной, в дальнейшем будем рассматривать только квазистатическое решение (1.5). Структура этого решения такова, что его можно рассматривать как разность одинаковых решений, соответствующих смещенным источникам бесконечной длины. Поэтому ради краткости в дальнейшем будем выписывать формулы лишь для одного решения.

Учитывая, что в случае элементарных решений второго типа объемное расширение равно нулю, для напряжений (1.7) с учетом (1.6) при $t\to\infty$ получаем

$$\begin{gathered}\sigma_z=2\mu t(z+h)l^{-3/2},\quad \sigma_\theta=2\mu tr^{-2}[(z+h)l^{-3/2}-1]\\ \sigma_r=-(\sigma_z+\sigma_\theta),\quad \tau_{rz}=2\mu trl^{-3/2}\end{gathered}\tag{1.8}$$

2. Если взять зеркальное отображение источника относительно плоскости $z=0$ и изменить знак интенсивности его, то соответствующее решение будет получаться из решения (1.8) заменой h на $-h$ и изменением знака на обратный у нормальных напряжений. В результате суммирования этих решений оказывается, что на плоскости $z=0$ нормальные напряжения исчезают, а касательные удваиваются. Решение задачи для полупространства $z\geqslant0$ со свободной от напряжений границей $z=0$ можно теперь получить, добавив еще третье решение, удовлетворяющее следующим граничным условиям

$$\sigma_z|_{z=0}=0,\quad \tau_{rz}|_{z=0}=-4\mu tr(r^2+h^2)^{-3/2}.$$

Это решение кроме того должно удовлетворять уравнениям равновесия, которые при наличии осевой симметрии имеют вид

$$\gamma^{-2}\frac{\partial\Theta}{\partial r}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial u_r}{\partial z}-\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)=0$$

$$\gamma^{-2}\frac{\partial\Theta}{\partial z}-r^{-1}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\frac{\partial u_r}{\partial z}-\frac{\partial u_z}{\partial r}\right)\right]=0$$

Оно находится при помощи интегральных преобразований Фурье — Бесселя в виде конечных формул

$$\begin{gathered}u_r=2t[(1-\gamma^2)r]^{-1}[1-(z+h)l^{-1}-(1-\gamma^2)\cdot r^2zl^{-3}]\\ u_z=-2t(1-\gamma^2)^{-1}[\gamma^2l^{-1}+(1-\gamma^2)z(z+h)l^{-3}]\\ \sigma_z=4\mu t(2zl^{-3}-3zr^2l^{-5}),\quad \sigma_\theta=4\mu t(z+h)l^{-3}+2\mu r^{-1}u_r\\ \sigma_r=4\mu t(2hl^{-3}+3zr^2l^{-5})-2\mu r^{-1}u_r\\ \tau_{rz}=4\mu tr[3z(z+h)l^{-5}-l^{-3}]\end{gathered}\tag{2.1}$$

Полное квазистатическое решение задачи для полупространства $z\geqslant0$, внутри которого действует источник типа линейного центра расширения в промежутке $h\leqslant z<\infty$, получится в результате прибавления к формулам (2.1) еще формул, соответствующих двум зеркально отображаемым источникам противоположной интенсивности в безграничной среде:

$$
\begin{aligned}
u_r &= tr^{-1}[(z-h)l_1^{-1}+(z+h)l^{-1}] \\
u_z &= -t(l_1^{-1}+l^{-1}), \quad l_1=[r^2+(z-h)^2]^{1/2} \\
\sigma_z &= 2\mu t[(z-h)l_1^{-3}+(z+h)l^{-3}] \\
\sigma_\theta &= 2\mu tr^{-2}[(z-h)l_1^{-1}+(z+h)l^{-1}] \\
\sigma_r &= -(\sigma_z+\sigma_\theta), \quad \tau_{rz}=2\mu tr(l_1^{-3}+l^{-3})
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

Для получения решения в случае источника, расположенного в интервале h, h_1 при $h_1>h$ необходимо к формулам (2.1), (2.2) прибавить такие же формулы с обратным знаком, поменяв в них h на h_1. Поскольку источник в рассматриваемой задаче предполагается линейной функцией времени, удобно реальную форму кривой изменения интенсивности источника аппроксимировать ломаной линией. Тогда решение для реального воздействия будет получаться простым наложением полученных элементарных решений.

Заметим, что построение статического решения для полупространства в рассмотренной выше задаче при помощи интегральных преобразований нагляднее и проще, чем при помощи функций Галеркина [9].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Никифоровский В. С., Шемякин Е. И.* Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979. 271 с.
2. *Климова Д. Н.* Анализ волнового поля, возникающего в уступе при взрыве колонкового заряда // Распространение упругих и упругопластических волн. Ташкент: Фан, 1969. С. 81–90.
3. *Климова Д. Н.* Задачи динамики горных пород. Л.: Изд-во ЛГУ, 1985. 127 с.
4. *Климова Д. Н., Огурцов К. И.* Динамическое упругое поле в уступе при взрыве удлиненного заряда с постоянной скоростью детонации / Зап. Ленингр. гор. ин-та. 1968. Т. 48. Вып. 3. С. 93–99.
5. *Климова Д. Н., Огурцов К. И.* Влияние скорости и направления детонации в колонковых зарядах на динамические поля смещений и напряжений // Процессы разрушения горных пород и пути ускорения бурения скважин. Уфа: Башнипинефть. 1978. С. 75–81.
6. *Филиппов В. К.* Исследование характера распределения напряжений при взрыве удлиненного заряда // Тр. Ин-та горного дела АН КазССР. 1962. № 9. С. 99–118.
7. *Белаенко Ф. А.* Исследование полей напряжений и процесса образования трещин при взрыве колонковых зарядов в скальных породах // Вопросы теории разрушения горных пород действием взрыва. М.: Изд-во АН СССР, 1958. С. 126–139.
8. *Ляв А.* Математическая теория упругости. М.; Л.: Глав. ред. общетехн. лит. и номогр., 1935. 674 с.
9. *Миндлин Р., Чень Д.* Сосредоточенная сила в упругом полупространстве // Механика: Сб. сокращ. перев. иностр. период. лит. 1952. Вып. 4. С. 118–133.

Ленинград

Поступила в редакцию 22.IV.1987