МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 · 1988

УДК 539.3

МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ОБРАЗОВАНИЯ ФАЗОВОЙ СТРУКТУРЫ, ОБЛАДАЮЩЕЙ СВОЙСТВАМИ ГОЛОГРАММНОЙ ПАМЯТИ

ДУДУКАЛЕНКО В. В.

Исследуются колебания твердого тела, материал которого претерпевает фазовый переход под воздействием напряжений. Внешние воздействия стабильны и имеют постоянную частоту. В результате необратимого изменения модулей упругости образуется фазовая структура, изменяющая собственные частоты и формы колебаний. Свойства материала предполагаются такими, что динамический необратимый процесс имеет аттрактор, соответствующий структуре, для которой форма вынужденных колебаний становится собственной и резонансной. Исследуются повторные записи колебаний и условия их воспроизводства. Показаны некоторые свойства структур, имеющих аналогию с голограммной памятью.

1. Фазовые переходы в металлах [1, 2], вызванные механическими напряжениями, получили название термоупругих мартенситных превращений. Этим свойством обладают ферроупругие материалы. Сегнетоэлектрики [3] также претерпевают фазовые превращения при воздействии не только температуры, но механических и электрических напряжений. Процессы в этих материалах относятся к когерентным переходам и могут изменять упругие и диэлектрические характеристики кристаллов. Если в поликристалле имеют место стабильно возбуждаемые колебания, происходит накопление неоднородностей, соответствующих волновому полю. В частности, сегнетоэлектрики применяются для регистрации голограмм. Порядок неоднородностей может быть незначительным, однако в условиях образующейся согласованности коротких волн и мелкомасштабной структуры приводит к резонансным эффектам аналогично явлениям в неконсервативных задачах динамической устойчивости упругих тел [4]. Ниже предполагается, что твердое тело, изготовленное из регистрирующего материала, имеет ограниченные размеры, т. е. в режиме упругих колебаний имеет дискретный спектр собственных частот, который эволюционирует в процессе фазовых превращений. Взаимодействие вынужденных колебаний и необратимого процесса предполагается слабым в том смысле, что за один период локального изменения напряжений происходит незначительное накопление новой материальной фазы.

Ассоциативная память, кооперативные вычисления и другие уникальные «способности» структур исследовались в [5—7].

В публикуемой работе предлагается динамическая модель необратимого процесса образования фазовой структуры, исследуется сверхплотная запись голограмм и некоторые ее свойства, определенные реологией материала и динамикой процесса; изучаются лишь акустические голограммы, но форма соотношений учитывает аналогию между ферроупругими и сегнетоэлектрическими материалами и допускает обобщение на электромагнитные колебания.

Для протекания фазовых превращений необходимы критические условия, которые можно представить как выход за область, ограниченную поверхностью в пространстве напряжений и температуры. Если статические напряжения и температура находятся вблизи этой поверхности, тогда достаточно составляющих волнового поля, чтобы происходил фазовый переход. Изменением статических напряжений или температуры, переводящих последние в область сосуществования фаз, фиксируется фазовая структура.

Среди феноменологических теорий пластичность, по характеру термодинамических представлений, близка к описанию фазовых превращений. Соотношения теории пластичности отражают свойства реальных материалов, которые содержат необходимые элементы для образования незатухающей памяти и условия для переключения процессов в распределенной системе. Искусственно сконструированным системам управления, состоящим из элементов переключения, запоминания, можно противопоставить материалы, в которых неоднородности образуются в результате фазового перехода. Определенное распределение фаз — тоже конструкция, образованная внешними воздействиями, которые можно рассматривать как воздействия, несущие информацию. В тех случаях, когда информация не проектируется, имеет смысл самоорганизация структуры фаз, отражающая закономерности внешних сигналов, если такие закономерности существуют. В исследовании процессов существенное значение приобретают условия образования аттракторов, которые в теории диссипативных структур [8] определяются функцией Ляпунова. Теоремы приспособляемости в упругопластических телах имеют аналогичную природу [9]. Далее предполагается наличие свойств материалов, которые по существу являются условиями образования аттрактора и соответствующей ему структуры.

Фазовый переход предполагается односторонним, скорость изменения тензора жесткости в необратимом процессе определяет квадратичную форму, знак которой постоянен. Тогда из теорем сравнения следует *свойство А*: возрастание (убывание) жесткости системы влечет за собой возрастание (убывание) собственных частот колебаний. Если рост жесткости неоднороден, то начальная упорядоченность собственных частот может измениться, т. е. в некоторые моменты фазового перехода собственные частоты, монотонно изменяющиеся с разными скоростями, сталкиваются, образуя кратные формы колебаний.

Локальные изменения жесткости в континуальной модели тела являются макроскопическим следствием микроструктурных изменений. На масштабном уровне микроструктуры ферроупругого материала односторонний фазовый переход соответствует росту концентрации кристаллов или доменов новой фазы. Разориентированность когерентных фазовых границ, дислокации на пути их движения создают статистический разброс потенциальных барьеров, преодоление которых для роста концентрации новой фазы требует монотонного возрастания напряжений.

В дальнейшем используется *свойство Б*: фазовый переход прекращается в условиях, когда действующие напряжения меньше чем те, которые действовали в предыдущие моменты процесса. Это очевидно, так как потенциальные барьеры, соответствующие меньшим напряжениям, уже преодолены. В том случае, когда локальный фазовый переход полностью произошел, существует возможность распространения новой фазы, что также связано с ростом напряжений в тех областях тела, где фазовый переход неполный.

Общединамические соотношения для необратимых равновесных процессов, протекающих при некоторых критических условиях, типа условия пластичности, можно применить к фазовым превращениям [10]. Фазовый переход феноменологически представим как изменение модулей упругости. Пусть обратимый процесс определяется линейными соотношениями $e_{\alpha\beta}=\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}s_{\gamma\delta}+p_{\alpha\beta}$, где $s_{\alpha\beta}$ — напряжения, $e_{\alpha\beta}$, $p_{\alpha\beta}$ — полная и пластическая деформации, $\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}$ — модули упругости. Следуя [11, 12], условие фазового превращения $\Phi(s)=0$, вызванного напряжениями, можно связать с необратимым изменением модулей упругости и пластической деформацией

$$s_{\gamma\delta}\, d\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}+dp_{\alpha\beta}=h\frac{\partial\Phi}{\partial s_{\alpha\beta}}\frac{\partial\Phi}{\partial s_{\gamma\delta}}ds_{\gamma\delta} \qquad (1.1)$$

где h, Φ — функции напряжений и параметров истории процесса. Соотношения (1.1) обобщают ассоциированный закон деформирования, а условия активного нагружения аналогичны уравнениям пластически упрочняющимся материалов [13]. Для сегнетоэлектриков можно указать аналогию: остаточная поляризация — пластическая деформация и т. д.; для ферроупругого материала аналогичные соотношения использовались в [14].

В дальнейшем предполагается, что внешнее возбуждение колебаний твердого тела производится с постоянной частотой. Приближение собственных частот к частоте возбуждения в процессе изменения жесткости, т. е. приближение к резонансу, приводит к росту амплитуды напряжений, а удаление от резонанса при последующем и таком же неправлении фазового перехода уменьшает амплитуду колебаний.

Тогда из свойств *Б* следует *свойство В*: так как выход из резонанса прекращает фазовый переход, а для выхода из резонанса он необходим, то противоречие разрешается тем, что частота вынужденных колебаний становится и остается резонансной, амплитуды напряжений соответствуют условиям остановленного фазового перехода.

В последующем будет использовано приближение: для фазового перехода существенны только резонансные формы колебаний; такие формы соответствуют начальным собственным частотам, меньшим частоты возбуждения, если жесткость растет (большим, если жесткость падает). Именно на резонансных режимах происходит регистрация волнового поля, так как нерезонансные имеют малые амплитуды напряжений и их вкладом можно пренебречь.

2. Волновые поля в твердом теле, ограниченном поверхностью S и занимающем конечную область V, будем описывать уравнениями в декартовой системе координат x_α:

$$\rho F_\alpha+\rho u_\alpha^{\cdot\cdot}=s_{\alpha\beta,\beta},\qquad u_\alpha^{\cdot\cdot}=\partial^2 u_\alpha/\partial t^2 \tag{2.1}$$
$$e_{\alpha\beta}={}^1/_2(u_{\alpha,\beta}+u_{\beta,\alpha})=\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}s_{\gamma\delta}+p_{\alpha\beta}$$

где u_α — перемещения, ρ — постоянная однородная плотность тела, F_α — массовые силы, которые совместно с поверхностными действуют с постоянной частотой возбуждения ω.

Уравнения (2.1) можно преобразовать к виду

$$\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}s_{\gamma\delta}^{\cdot\cdot}+\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\cdot}s_{\gamma\delta}^{\cdot}+(Q_{\alpha\beta\gamma\delta}s_{\gamma\delta}^{\cdot})^{\cdot}+F_{\alpha\beta}e^{i\omega t}=L_{\alpha\beta}(s) \tag{2.2}$$
$$L_{\alpha\beta}(s)={}^1/_2(s_{\alpha\gamma,\gamma\beta}+s_{\beta\gamma,\gamma\alpha}),\qquad F_{\alpha\beta}e^{i\omega t}={}^1/_2(F_{\alpha,\beta}+F_{\beta,\alpha})$$

Здесь $\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}^{\cdot}s_{\gamma\delta}+p_{\alpha\beta}^{\cdot}=Q_{\alpha\beta\gamma\delta}s_{\gamma\delta}^{\cdot}$ — нелинейный оператор закона деформирования (1.1). Введем замену $s_{\alpha\beta}=\sigma_{\alpha\beta}e^{i\omega t}$ в уравнениях (2.2):

$$\omega^2\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}\sigma_{\gamma\delta}+L_{\alpha\beta}(s)-F_{\alpha\beta}=q_{\alpha\beta} \tag{2.3}$$

$$q_{\alpha\beta}=[(\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}+Q_{\alpha\beta\gamma\delta})(\sigma_{\gamma\delta}^{\cdot}+i\omega\sigma_{\gamma\delta})]^{\cdot}+i\omega(\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}+Q_{\alpha\beta\gamma\delta})\sigma_{\gamma\delta}^{\cdot}-\omega^2 Q_{\alpha\beta\gamma\delta}\sigma_{\gamma\delta} \tag{2.4}$$

Выражение $q_{\alpha\beta}$ можно отнести к возмущающей части уравнений, которая равна нулю, если колебания установились и необратимый процесс отсутствует. Полную для данной краевой задачи последовательность функций определим уравнениями свободных колебаний тела с начальными упругими свойствами $\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}^0$ и собственными частотами $\omega_{(n)}$:

$$\omega_{(n)}^2\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}^0\varphi_{\gamma\delta}^n+L_{\alpha\beta}(\varphi^n)=0 \tag{2.5}$$

Можно показать, что оператор $L_{\alpha\beta}$ с граничными условиями $s_{\alpha\beta}n_\beta=0$, где n_α — нормаль к поверхности S, является самосопряженным. Учитывая, что $\varphi_{\alpha\beta}^n n_\beta=0$ на S, получим

$$\int_V [L_{\alpha\beta}(\varphi^n)\varphi_{\alpha\beta}^m-L_{\alpha\beta}(\varphi^m)\varphi_{\alpha\beta}^n]\,dV=0,\qquad \int_V \varphi_{\alpha\beta}^n\overset{0}{\mu}_{\alpha\beta\gamma\delta}\varphi_{\gamma\delta}^m\,dV=\delta_{mn} \tag{2.6}$$

Воспользуемся разложениями по начальным собственным функциям $\varphi_{\alpha\beta}^n$ и обозначим $\sigma_{\alpha\beta}=\sigma_n\varphi_{\alpha\beta}^n$:

$$\sigma_n=\int_V \sigma_{\alpha\beta}\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}\varphi_{\gamma\delta}^n\,dV,\qquad \mu_{mn}=\int_V \varphi_{\alpha\beta}^n\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}\varphi_{\gamma\delta}^m\,dV \tag{2.7}$$

Греческие индексы будем относить к физическому пространству x_α, латинские — к гильбертовскому, натянутому на базисные векторы $\varphi_{\alpha\beta}{}^n$. Применяя формулы (2.5)—(2.7), запишем уравнения (2.3), (2.4) в гильбертовом пространстве

$$\sigma_n\Delta_{(n)}+\mu_{mn}'\sigma_m-\sigma_n{}^0\Delta_{(n)}=q_n \tag{2.8}$$

$$q_n=[(\mu_{mn}+Q_{mn})(\sigma_m{}^{\cdot}+i\omega\sigma_m)]^{\cdot}+i\omega(\mu_{mn}+Q_{mn})\sigma_m{}^{\cdot}-\omega^2Q_{mn}\sigma_m$$

$$\Delta_n=1-(\omega_n/\omega)^2, \quad \mu_{mn}'=\mu_{mn}-\delta_{mn} \tag{2.9}$$

$$Q_{mn}=\int\limits_V \varphi_{\alpha\beta}{}^m Q_{\alpha\beta\gamma\delta}\varphi_{\gamma\delta}{}^n\,dV, \qquad \sigma_n{}^0\Delta_{(n)}=\int\limits_V \varphi_{\alpha\beta}{}^n F_{\alpha\beta}\,dV$$

где $\sigma_n{}^0$ — начальная форма вынужденных колебаний до фазовых превращений $\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}=\mu^0{}_{\alpha\beta\gamma\delta}$; отдельные индексы в скобках считаются сопутствующими одноименным и обозначают диагональную матрицу. Повторяющиеся индексы, кроме сопутствующих, как обычно означают суммирование. Имеет место формула Мерсера для функций Грина

$$G_{\alpha\beta\gamma\delta}(x,\ y)=\varphi_{\alpha\beta}{}^n(x)\varphi_{\gamma\delta}{}^n(y)\omega_{(n)}{}^{-2} \tag{2.10}$$

которая позволяет представить уравнения (2.3) с нулевыми граничными условиями в интегральной форме

$$\sigma_{\alpha\beta}=\int\limits_V G_{\alpha\beta\gamma\delta}(x,y)[\omega^2\mu_{\gamma\delta\xi\eta}(y)\sigma_{\xi\eta}(y)-F_{\gamma\delta}(y)-q_{\gamma\delta}(y)]dV(y) \tag{2.11}$$

Переход от (2.11) к уравнениям с ненулевыми граничными условиями не изменяет вида соотношений (2.8) [15]. Покажем, что к этим уравнениям сводится следующая задача. Пусть в неограниченной среде с упругими постоянными $\overset{*}{\mu}_{\alpha\beta\gamma\delta}$ определено фундаментальное решение $\overset{*}{G}(x, y)$ для установившихся колебаний частотой ω. Если в среде находится область V, заполненная регистрирующим материалом, то уравнения (2.3) в области V можно представить в интегральной форме

$$\sigma_{\alpha\beta}=\int\limits_V \overset{*}{G}_{\alpha\beta\gamma\delta}(x,y)[(\mu_{\gamma\delta\eta\xi}(y)-\overset{*}{\mu}_{\gamma\delta\eta\xi})\sigma_{\eta\xi}(y)\omega^2-q_{\gamma\delta}(y)]dV+\sigma_{\alpha\beta}{}^* \tag{2.12}$$

Здесь $\sigma_{\alpha\beta}{}^*$ — волновое поле, созданное внешними по отношению к области V источниками. Такая постановка задачи соответствует условиям образования голограммы [5]. Уравнения (2.12) можно свести к уравнениям с самосопряженным оператором [15]. Так как V — ограниченная область, собственные числа будут дискретными, а уравнения (2.12) аналогично (2.11) в гильбертовом пространстве сохраняют вид (2.8), где $\sigma_{\alpha\beta}{}^*$ можно представить как сумму слагаемых, соответствующих опорному лучу и отраженным от некоторого объекта волнам. Разрешающая способность волнового поля ограничена длиной волны, и в данном случае собственные формы колебаний $\omega_n>\omega$ не относятся к волнам, несущим информацию о деталях объекта, размеры которых меньше длины волны с частотой ω в окружающей среде. С другой стороны, для низкочастотных форм, описывающих детали объекта, вследствие свойства A только рост жесткости регистрирующего материала ведет к резонансной записи поля. В таких материалах высокочастотные формы не резонируют, поэтому в последующем ограничиваемся конечным числом N^* слагаемых разложения по собственным функциям, для которых $\omega_n<\omega$. Рост жесткости в прямом фазовом переходе соответствует ее уменьшению в обратном переходе, что относительно и не является ограничением на материал. В ферроупругих материалах [16, 17] интервал между температурами прямого и обратного переходов существенно больше, чем в обычных материалах, что должно способствовать их применению в качестве регистрирующей среды.

3. Значения μ_{mn}, q_{mn}, так же как их образующие тензоры $\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}$, $Q_{\alpha\beta\gamma\delta}$, зависят от истории термодинамически необратимого процесса и определяются результатом действия нелинейных операторов на траектории напряжений $s_{\alpha\beta}(t)$ или $\sigma_n(t)$ как функции времени. Эти операторы отражают реологические свойства материала, из которых здесь используются лишь некоторые: условие роста напряжений на режимах фазового перехода, что обеспечивается расширением области критических напряжений $\Phi(s)=0$, условие монотонного изменения жесткости системы. Этих основных свойств регистрирующих материалов предполагается достаточно для образования голограмм исследуемого здесь типа. Уравнения (2.8) имеют инвариантную форму, но реологические операторы, определяющие величины μ_{mn}, q_{mn}, нелинейны и, следовательно, зависят от форм колебаний, которые служат базисом гильбертового пространства. Покажем, что процесс образования структуры приводит к разложениям (2.7), которые можно считать инвариантными приближениями на гильбертовом подпространстве $\omega_n<\omega$.

Форма колебаний, которая пришла в резонанс по окончании режима фазовых превращений (свойство B), не могла прийти к резонансу, предварительно не столкнувшись с собственными формами, не пришедшими к резонансу. Эти собственные формы находятся в подпространстве $\omega_n<\omega$. Так как в результате столкновения образуются кратные формы колебаний, то эти формы становятся неразличимыми в том смысле, что при разложениях по ним можно использовать две произвольные линейные суперпозиции форм базисных векторов [15]. После столкновения возможно образование новых двух форм, но различие между ними зависит от внешних по отношению к этим базисным векторам условий. Новые столкновения одной из уже столкнувшихся форм приводят к независимости разложений по трем базисным векторам и так далее. На основании независимости окончательного результата от выбора базисных векторов полагаем, что представление образовавшейся структуры μ_{mn} возможно инвариантными соотношениями, рассматриваемыми лишь в гильбертовом подпространстве, в котором симметрия процесса определена вектором σ_n^0 и тензором $\Delta_{(n)}$ уравнений (2.8). К такому выводу можно прийти основываясь на общих эмпирических условиях образования голограмм, уравнения которых (2.12) эквивалентны рассматриваемым (2.11). Если область регистрирующей среды достаточно велика, т. е. способна записать сравнительно полную информацию о волновом поле, то это свойство не зависит от формы регистрирующего тела, а следовательно, и от собственных функций, определенных его геометрической формой.

В подпространстве $\omega_n<\omega$ диагональная матрица $\Delta_{(n)}$ положительно определена, ее можно представить в виде произведения $\Delta_{(n)}=\Delta_{(n)}^{1/2}\cdot\Delta_{(n)}^{1/2}$. Но тогда можно ввести преобразование подобия и уравнения (2.8) в подпространстве m, $n\leqslant N^*$ преобразовать к виду

$$\sigma_n\check{}+\mu_{mn}\check{}'\sigma_m\check{}-\sigma_n\check{}^{\circ}=q_n\check{} \tag{3.1}$$

$$q_n\check{}=i\omega^{-1}[\check{\mu}_{mn}^{\cdot\prime}\check{\sigma}_m+(\check{Q}_{mn}\check{\sigma}_m)^{\cdot}+i\omega\check{Q}_{mn}\check{\sigma}_m],\quad \check{\sigma}_n=\Delta_{(n)}^{1/2}\sigma_n$$

$$\check{\sigma}_n^{\circ}=\Delta_{(n)}^{1/2}\sigma_n^{\circ},\quad \check{\mu}_{mn}'=\Delta_{(m)}^{-1/2}\mu_{mn}'\Delta_{(n)}^{-1/2},\quad \check{Q}_{mn}=\Delta_{(m)}^{-1/2}Q_{mn}\Delta_{(n)}^{-1/2}$$

Тензор $\mu_{mn}\check{}'$, начиная с $\mu_{mn}\check{}'=0$ (изотропное начальное условие), является результатом процесса, созданного внешними воздействиями. Из параметров, характеризующих краевые условия и внешние воздействия, уравнение (3.1) в явном виде содержит лишь вектор $\sigma_n\check{}^{\circ}$. Таким образом, симметрия процесса в гильбертовом подпространстве определяет структуру тензорной функцией $\mu_{mn}\check{}'$ векторного аргумента $\sigma_n\check{}^{\circ}$. Такой функцией является выражение [10]:

$$\mu_{mn}\check{}'=b\sigma_n\check{}^{\circ}\sigma_m\check{}^{\circ}+a\delta_{mn},\qquad |\mu_{mn}\check{}'+\delta_{mn}|=0 \tag{3.2}$$

Здесь второе соотношение есть условие резонанса системы (3.1), в котором она находится в силу свойства B (a, b — скаляры).

Из условия резонанса следует выражение для $\mu_{mn}\check{}'$. Обратное преобразование по формулам (3.1) определяет μ_{mn}':

$$\mu_{mn}^{\vee\prime}=(\alpha-1)\sigma_n^{\vee 0}\sigma_m^{\vee 0}/(\sigma_k^{\vee 0}\sigma_k^{\vee 0})-\alpha\delta_{mn} \tag{3.3}$$

$$\mu_{mn}'=(\alpha-1)\sigma_n^0\Delta_{(n)}\sigma_m\Delta_{(m)}/(\sigma_k^0\Delta_{(k)}\sigma_k^0)-\alpha\Delta_{(n)}\delta_{mn}$$

Здесь неизвестные скаляры a, b по условию резонанса $\sigma_m^{\vee}(\delta_{mn}+\mu_{mn}^{\vee\prime})=0$ выражены через один параметр $a=-\alpha$, $b=(\alpha-1)(\sigma_k^{\vee 0}\sigma_k^0)^{-1}$; α может зависеть от свойств материала, в остальном процесс записи самоорганизуется, в том числе и его остановка (свойство B).

Тензорное поле $\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}$ однозначно определяет матрицу μ_{mn} (2.7), но обратные выражения не существуют, так как множество функций $\mu_{\alpha\beta\gamma\delta}$ более мощное. Таким образом, отсюда не следует ограничений на возможности регистрации волн в таких материалах, как изотропное или существенно ограниченные по виду анизотропии. Выражения (3.3) не содержат противоречий: податливость при $0<\alpha<1$ падает, а матрица $\mu_{mn}^{\vee}=\delta_{mn}+\mu_{mn}^{\vee\prime}$, определяющая упругую энергию, остается положительной.

Для определения амплитуды колебаний в резонансном режиме и в отсутствие фазового перехода учтем диссипацию малой линейной релаксацией с коэффициентами ν:

$$\sigma_m\Delta_{mn}+i\nu\sigma_n=f_n, \qquad \Delta_{mn}=\Delta_{(n)}\delta_{mn}+\mu_{mn}' \tag{3.4}$$

Мнимые выражения определяют изменение фазы колебаний во времени, начало отсчета которой для σ_n^0 произвольно; f_n — внешнее возбуждение в условиях сосуществования фаз при температуре, когда напряжения лежат на достаточном удалении от поверхности $\Phi(s)$.

4. Исследуем свойства структур, образовавшихся в результате фазового перехода. Диагональную матрицу $\Delta_{(n)}$ в начальном состоянии при произвольном выборе нормированного базиса обозначим Δ_{mn}^0. Значения $\Delta_{mn}=\Delta_{mn}^1$ после первой записи поля вычисляются по формулам (3.3) $(\alpha=\alpha_1)$:

$$\Delta_{mm}^1=\Delta_{mn}^0+\mu_{mn}'=\Delta_{mn}^0+(\alpha_1-1)\frac{\sigma_l^1\Delta_{lm}^0\sigma_k^1\Delta_{kn}^0}{\sigma_i^1\Delta_{ij}^0\sigma_j^1}-\alpha_1\Delta_{mn}^0 \tag{4.1}$$

Напомним, что значения индексов соответствуют подпространству конечной размерности N^*, определенной начальным распределением частот $\omega_n<\omega$. Формулу (4.1) для одноразовой записи применим к $(N+1)$-й регистрации поля σ_n^{N+1} на неоднородностях с N записями

$$\Delta_{mn}^{N+1}=(1-\alpha_{N+1})\left[\Delta_{mn}^{N}-\frac{\sigma_l^{N+1}\Delta_{lm}^{N}\sigma_k^{N+1}\Delta_{kn}^{N}}{\sigma_i^{N+1}\Delta_{ij}^{N}\sigma_j^{N+1}}\right] \tag{4.2}$$

Пусть выбор базиса таков, что $\Delta_{mn}^0=\delta_{mn}$ соответствует преобразованиям (3.1). После двух первых записей σ_n^1, σ_n^2 из рекуррентной формулы (4.2) получим

$$\Delta_{mn}^1=(1-\alpha_1)[\delta_{mn}-\sigma_n^1\sigma_m^1/(\sigma_i^1\sigma_i^1)] \tag{4.3}$$

$$\Delta_{mn}^2=(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)\{\delta_{mn}-[\sigma_i^2\sigma_i^2\sigma_m^1\sigma_n^1+\sigma_i^1\sigma_i^1\sigma_n^2\sigma_m^2-$$
$$-(\sigma_n^1\sigma_m^2+\sigma_m^1\sigma_n^2)\sigma_i^1\sigma_i^1][\sigma_j^1\sigma_j^1\sigma_k^2\sigma_k^2-(\sigma_l^1\sigma_l^2)^2]^{-1}$$

Симметричность формул свидетельствует об одинаковом влиянии плотности записей на качество запоминания старой и новой информации. Две информации по свойствам записи одинаковы, если векторы коллинеарны $\sigma_n^2=\lambda\sigma_n^1$, а из результатов п. 3 следует, что если в этом случае произойдет процесс записи, то изменится лишь параметр α. Для того чтобы произошла новая регистрация поля, необходим выход на резонанс как минимум еще одной формы колебаний, что в силу дискретности частот ω_n носит критический характер. Если векторы σ_n^1, σ_n^2 близки по направлению, то напряжения поля σ_n мало затрагивают условие фазового перехода в областях тела, где происходили превращения при записи σ_n^1. Различий между σ_n^1, σ_n^2 может оказаться недостаточно для того, чтобы фазовый переход в новых областях тела достиг изменений жесткости, приближающих новую форму колебаний к резонансу. Пусть $\sigma_n^2=\lambda\sigma_n^1+\sigma_n'$, где $\sigma_n^1\sigma_n'=0$, тогда из (4.3) следует

$$\Delta_{mn}^2=(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)\left(\delta_{mn}-\frac{\sigma_n^1\sigma_m^2}{\sigma_k^1\sigma_k^1}-\frac{\sigma_n'\sigma_m'}{\sigma_k'\sigma_k'}\right) \qquad (4.4)$$

Таким образом, при малых σ_n' либо образуется новая запись (4.4), либо различия между σ_n^1, σ_n^2 несущественны и такая информация не регистрируется. Дополнительное слагаемое с вектором σ_n' использует еще одно измерение, ортогональное σ_n^1, из общего числа размерности N^*, которые по существу являются ячейками памяти. Плотная запись образуется кратными формами колебаний с частотой ω, их суперпозиция также является собственной формой. Простое совпадение частот возбуждения и собственной может оказаться малосущественным для амплитуды колебаний. При большой плотности собственных частот в окрестности значения ω большее влияние оказывает когерентность форм колебаний и возбуждения. Выражение энергии, потребляемой системой, имеет вид $f_n\sigma_n$, поэтому амплитуда колебаний будет зависеть от соответствия (когерентности) внешних сил f_n и формы колебаний σ_n. Учитывая как угодно большое число N^* слагаемых суммы $f_n\sigma_n$, можно считать $f_n\sigma_n=0$, если f_n и σ_n независимы, и $f_n\sigma_n$ — значимая величина, если f_n и σ_n образуют слагаемые одного знака.

После Z регистраций полей σ_n^N $(N\leqslant Z)$ исследуем реакцию фиксированной структуры на произвольное возбуждение f_n (3.4). Пусть $\Delta_{mn}=\Delta_{mn}^1$ (4.3), тогда из уравнений (3.4) получим выражение воспроизводимого поля

$$\sigma_n=(1-\alpha_1+i\nu)^{-1}\left[\frac{(1-\alpha_1)\sigma_n^1}{i\nu\sigma_m^1\sigma_m^1}\sigma_k^1f_k+f_n\right]$$

Здесь присутствуют два слагаемых поля, одно из которых определяет фоновые колебания $(\alpha_1\ll 1)$, другое — соответствует собственной форме колебаний σ_n^1 в резонансном режиме $(\nu\ll 1)$. Таким образом, фазовая структура образовала резонансную голограмму, восстанавливающую записанное поле.

Пусть $\Delta_{mn}=\Delta_{mn}^2$ (4.4), тогда $\sigma_n=[(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)+i\nu]^{-1}\cdot\{(i\nu)^{-1}(1-\alpha_1)\times \times(1-\alpha_2)[\sigma_n^1\sigma_k^1f_k(\sigma_l^1\sigma_l^1)^{-1}+\sigma_n'\sigma_k'f_k(\sigma_l'\sigma_l')^{-1}+f_n\}$. В результате будет резонировать еще одна форма колебаний σ_n'. Отсюда можно сделать вывод, что σ_n^1, σ_n^2 в формуле (4.4) представлены отличительными признаками $s_n^1=\sigma_n^1$, $s_n^2=\sigma_n'$, причем $s_n^1s_n^2=0$. Последующие записи образуют память, структуру которой рекуррентно (ортогонализация Грама) получим в виде

$$\Delta_{mn}=a^*\left(\delta_{mn}-\sum_{N=1}^{Z}\frac{s_n^Ns_m^N}{s_k^Ns_k^N}\right)=\prod_{N=1}^{Z}(1-\alpha_N)\left(\delta_{mn}\frac{s_n^Ns_m^N}{s_k^Ns_k^N}\right)$$

$$a^*=\prod_{N=1}^{Z}(1-\alpha_N),\qquad s_n^Ns_n^N=0\qquad(N\neq M) \qquad (4.5)$$

$$\sigma_n=(a^*+i\nu)^{-1}\left[\frac{a^*}{i\nu}\sum_{N=1}^{Z}f_m\frac{s_m^Ns_n^N}{s_k^Ns_k^N}+f_n\right] \qquad (4.6)$$

Таким образом регистрируется только новая информация, не содержащая предыдущих записей. Воспроизводство поля (4.6) соответствует разложению возбуждающего поля по базису вновь образованных собственных форм колебаний.

Формулы (4.6), сформированные памятью (4.5), можно отнести к кооперативным вычислительным способностям. В связи с этим результатом укажем на работу [7], где исследовалась другая модель материала (спиновое стекло) с иными процессами, но сходным результатом относительно вычислительных свойств. Для частот электронных систем звук в отличие от электромагнитных волн образует волны, длина которых создает плотные структуры в небольших объемах материала. На такой соразмерности основаны устройства без фазовых переходов, где структуры созданы конструктивно. Например, фильтры на основе поверхностных акустических волн представляют пьезоэлектрическую подложку, на которую нанесены проводники, выемки, создающие неоднородные условия распространения звуковых волн. Расположение проводника на узловой линии или гребне волны определяет взаимодействие сигналов и структуры. Если подложку прочно соединить с регистрирующим материалом, тогда проводники будут служить входом в систему, а пьезоэлектрический слой – линейным преобразователем звукового поля в сигналы. На многоканальных входах в систему связь между сигналами x_a и звуковым полем σ_n соответствует линейным соотношениям $x_a = A_a{}^n \sigma_n$, где прямоугольная матрица $A_a{}^n$ определена из граничных условий на поверхности регистрирующего материала и соотношений линейного пьезоэлектрического преобразователя. Представление полей с помощью функции Грина (2.10) позволяет также указать линейную связь между сигналами на поверхности слоя и полем в объеме материала $\sigma_n = B_n{}^a x_a$, где $B_n{}^a$ – также прямоугольная матрица. Очевидны свойства матриц $A_a{}^n B_n{}^b = \delta_{ab}$, $A_a{}^n B_m{}^a = \delta_{mn}$ (a, $b \leqslant N_0$; m, $n \leqslant N^*$), где N_0 – количество входов в систему ($N_0 < N^*$).

Используя преобразования, заданные матрицами, получим уравнения такого же вида, как исходные (3.4), (4.2), но непосредственно определенные сигналами на систему во время записи $x_a{}^N$ и воспроизводства x_a. Таким образом, достаточно расчетов качества регистрирующего материала, в остальном процессы рассматриваются уравнениями, сформированными сигналами во время записи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Курдюмов Г. В., Хандрос Л. Г.* О «температурном» равновесии при мартенситных превращениях // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1949. Т. 66. № 2. С. 211–214.
2. *Подстригач Я. С., Бурак Я. И., Асташкин В. И.* Основные уравнения процесса деформации многокомпонентных твердых тел при аллотропическом превращении // Прикл. механика. 1977. Т. 13. № 10. С. 108–113.
3. *Струков Б. А.* Сегнетоэлектричество. М.: Наука. 1979. 94 с.
4. *Болотин В. В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М.: Наука. 1961. 339 с.
5. *Денисюк Ю. Н.* Статические и динамические объективные голограммы // Журн. техн. физики (ЖТФ). 1981. Т. 51. № 8. С. 1648–1655.
6. *Van Heerden P. J.* Theory of optical information storage in solids // Appl. Optics. 1963. V. 2. No. 4. P. 393–400.
7. *Hopfield J. J.* Neural networks and physical systems with emeryent collective computational abilities // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1982. V. 79. No. 8. P. 2554–2558.
8. *Николис Г., Пригожин И.* Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир. 1979. 512 с.
9. *Койтер В. Т.* Общие теоремы теории упругопластических сред. М.: Изд-во иностр. лит. 1961. 79 с.
10. *Седов Л. И.* Механика сплошной среды. М.: Наука. 1970. Т. 1. 492 с.; Т. 2. 568 с.
11. *Ильюшин А. А.* Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР. 1963. 271 с.
12. Механика деформируемых твердых тел: Направления развития/Под ред. Г. С. Шапиро. М.: Мир. 1983. 346 с.
13. *Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И.* Теория упрочняющегося пластического тела. М.: Наука. 1971. 231 с.
14. *Дудукаленко В. В., Бондарев Е. Н.* Об эффекте запоминания формы при фазовых превращениях в твердых телах // Механика деформируемых сред. Куйбышев: Изд-во Куйбышев. ун-та. 1978. С. 130–135.
15. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по высшей математике для научных работников и инженеров. М.: Наука. 1968. 720 с.
16. *Бондарев Е. Н., Дудукаленко В. В.* О ферроупругости материалов с механической памятью формы // ПМТФ. 1979. № 3. С. 122–126.
17. *Дудукаленко В. В.* О пластическом скольжении в ферроупругом материале // Изв. АН СССР. МТТ. 1985. № 5. С. 89–97.

Куйбышев

Поступила в редакцию
17.II.1987