

## КИНЕТИЧЕСКИЕ МЕХАНИЗМЫ ПРОЦЕССА ПРОБИВАНИЯ ДВУХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН

ГОРЕЛЬСКИЙ В. А., РАДЧЕНКО А. В., ХОРЕВ И. Е.

Численно исследована осесимметричная задача о нормальном контактном взаимодействии деформируемого цилиндра с двухслойной пластиной с учетом изменений протекающих в ней процессов развития повреждений при возникновении контакта между слоями. Обсуждаются особенности динамики процесса при различных расстояниях между слоями пластины. В исследованном диапазоне скоростей встречи и геометрии удара характер взаимодействия частицы с двухслойной пластиной отличается от изученных ранее [1-7].

1. В дальнейшем используется модель повреждающейся среды, характеризующаяся наличием микрополостей (пор, трещин) [8]. Общий объем среды  $W$  составляют неповрежденная часть среды, занимающая объем  $W_c$  и характеризующаяся плотностью  $\rho_c$ , и микрополости, занимающие объем  $W_*$ , в которых плотность полагается равной нулю. Средняя плотность повреждаемой среды связана с введенными параметрами соотношением  $\rho = \rho_c W_c / W$ . Степень поврежденности среды характеризуется согласно [9] удельным объемом трещин  $V_* = W_* / (W\rho)$ . Система уравнений, описывающая нестационарные адиабатические движения сжимаемой среды с учетом развития и накопления микроповреждений для случая осевой симметрии, состоит из уравнений неразрывности, движения, энергии, изменения удельного объема трещин:

$$\rho^* = -\rho(v_{,z} + u_{,r} + u/r) \quad (1.1)$$

$$\rho u^* = s_{rr,r} + s_{rz,z} + (s_{rr} - s_{\theta\theta})/r - p_{,r} \quad (1.2)$$

$$\rho v^* = s_{rz,r} + s_{zz,z} + s_{rz}/r - p_{,z} \quad (1.3)$$

$$\rho E^* = p\rho^* / \rho + s_{zz}v_{,z} + s_{rr}u_{,r} + s_{\theta\theta}u/r + s_{rz}(u_{,z} + v_{,r}) \quad (1.4)$$

$$V_*^* = 0 \text{ при } |p_c| \leq p_k V_1 / (V_* + V_1) \text{ или } (p_c > p_k V_1 / (V_* + V_1) \text{ и } V_* = 0)$$

$$V_*^* = -\text{sign}(p_c) k_4 [ |p_c| - p_k V_1 / (V_* + V_1) ] (V_2 + V_*) \quad (1.5)$$

$$\text{при } p_c < -p_k V_1 / (V_* + V_1) \text{ или } (p_c > p_k V_1 / (V_* + V_1) \text{ и } V_* > 0)$$

Здесь  $r, \theta, z$  — оси цилиндрической системы координат ( $z$  — ось симметрии),  $s_{rr}, s_{zz}, s_{\theta\theta}, s_{rz}$  — компоненты девиатора напряжений,  $u, v$  — радиальная и осевая компоненты вектора скорости,  $E$  — удельная внутренняя энергия,  $p$  и  $p_c$  — среднее давление и давление в неповрежденной компоненте вещества,  $V_1, V_2, p_k, k_4$  — константы материала. Моделирование разрушений осуществлялось с помощью кинетической модели разрушения активного типа [10].

Давление в неповрежденном веществе является функцией удельного объема, внутренней энергии и удельного объема трещин [6, 8, 11]:

$$p_c = \sum_{n=1}^3 k_n \left( \frac{V_0}{V - V_*} - 1 \right)^n \left[ 1 - \frac{k_0}{2} \left( \frac{V_0}{V - V_*} - 1 \right) \right] + k_0 \rho_0 E \quad (1.6)$$

где  $k_0, k_n, \rho_0$  — константы материала,  $V_0$  и  $V$  — начальный и текущий удельные объемы. Среднее давление в среде определяется по формуле  $p = p_c \rho / \rho_c$ . Компоненты девиатора напряжений находятся из соотношений

$$2G(v_{,z} + 1/3\rho^*/\rho) = s_{zz}^\nabla + \lambda s_{zz} \quad (1.7)$$

$$2G(u_{,r} + 1/3\rho^*/\rho) = s_{rr}^\nabla + \lambda s_{rr}$$

$$2G(u/r + 1/3\rho^*/\rho) = s_{\theta\theta}^\nabla + \lambda s_{\theta\theta}, \quad G(u_{,z} + v_{,r}) = s_{rz}^\nabla + \lambda s_{rz}$$

Параметр  $\lambda = 0$  при упругой деформации, а при наличии пластической ( $\lambda \geq 0$ ) определяется с помощью условия текучести Мизеса

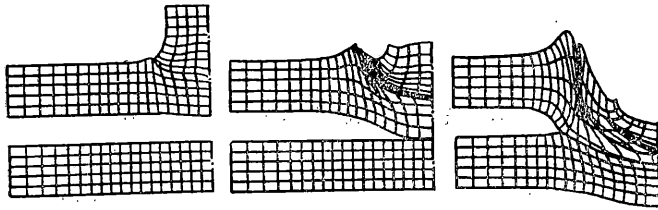
$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 2/3 \sigma^2 \quad (1.8)$$

В соотношениях (1.7), (1.8)  $G$  — модуль сдвига,  $s_1, s_2$  и  $s_3$  — главные компоненты девиатора напряжений,  $\sigma$  — динамический предел текучести, а индекс  $\nabla$  означает производную по Яуманну. Модуль сдвига и динамический предел текучести полагаются зависящими от достигнутого уровня повреждений по формулам, аналогичным применяемым в [6, 7, 9] ( $V_3, V_4$  — константы материала):

$$G = G_0 V_3 / (V_* + V_3) \quad (1.9)$$

$$\sigma = \sigma_0 (1 - V_* / V_4) \quad (V_* < V_4); \quad \sigma = 0 \quad (V_* \geq V_4) \quad (1.10)$$

2. Рассматривается задача взаимодействия компактной стальной частицы цилиндрической формы, занимающей область  $D_1$ , с составной пластиной из двух слоев различных материалов, занимающих области  $D_2$  и  $D_3$ , разделенных в начальный момент промежутком. Для уравнений (1.1) — (1.10) ставится задача с начальными при



Фиг. 1

$t=0$  и заданными на поверхностях граничными условиями. Начальные условия имеют вид

$$\begin{aligned} s_{rr}(0, r, z) = s_{zz}(0, r, z) = s_{\theta\theta}(0, r, z) = s_{rz}(0, r, z) = p(0, r, z) = \\ = E(0, r, z) = V_*(0, r, z) = 0 \quad ((r, z) \in D_1 \cup D_2 \cup D_3) \\ v(0, r, z) = v_0 \quad ((r, z) \in D_1), \quad v(0, r, z) = 0 \quad ((r, z) \in D_2 \cup D_3) \\ u(0, r, z) = 0 \quad ((r, z) \in D_1 \cup D_2 \cup D_3) \\ \rho(0, r, z) = \rho_1 \quad ((r, z) \in D_1), \quad \rho(0, r, z) = \rho_2 \quad ((r, z) \in D_2), \quad \rho(0, r, z) = \rho_3 \quad ((r, z) \in D_3) \end{aligned}$$

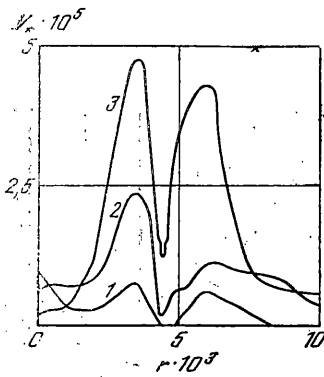
На свободных поверхностях выполняются соотношения  $T_{NN} = T_{N\tau} = 0$ ; на контактных поверхностях между ударником и пластиной, а также между слоями пластины реализуются условия скольжения, поскольку согласно соображениям, приведенным в [13], в случае высокоскоростного проникания трением можно пренебречь  $T_{NN}^+ = T_{NN}^-$ ,  $T_{N\tau}^+ = T_{N\tau}^- = 0$ ,  $v_N^+ = v_N^-$ . Здесь  $N$  — единичный вектор нормали к поверхности в рассматриваемой точке,  $\tau$  — единичный вектор касательной к поверхности в этой точке,  $T_N$  — вектор силы на площадке  $s$  нормалью  $N$ ,  $v$  — вектор скорости. Нижние индексы у векторов  $T_N$  и  $v$  обозначают проекции на соответствующие вектора базиса; индекс плюс характеризует значения параметров в материале на верхней границе контактной поверхности, индекс минус — на нижней.

Использованные для решения поставленной задачи соотношения метода конечных элементов изложены в [12, 14]. Для реализации условий скольжения на контактных поверхностях используется алгоритм, предложенный в [15]. При численной реализации соотношений (1.7) применен алгоритм [16], правомерность использования которого для материалов с изотропно изменяющейся поверхностью текучести при малых приращениях деформации на каждом шаге интегрирования показана в [16–17].

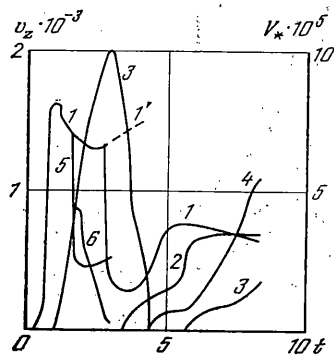
3. В расчетах моделировалось взаимодействие стального цилиндра диаметром 8 мм и высотой 8 мм с двухслойной пластиной. Использованы следующие численные значения констант материала частицы и пластины:  $\rho_0 = 7850$  кг/м<sup>3</sup>,  $k_1 = 1,53 \cdot 10^5$  МПа,  $k_2 = 1,76 \cdot 10^5$  МПа,  $k_3 = 0,532 \cdot 10^5$  МПа,  $k_0 = 1,91$ ,  $\sigma_0 = 10,1 \cdot 10^2$  МПа,  $G_0 = 7,9 \cdot 10^4$  МПа,  $V_1 = 9,2 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/кг,  $V_2 = 5,7 \cdot 10^{-7}$  м<sup>3</sup>/кг,  $V_3 = 1,6 \cdot 10^{-6}$  м<sup>3</sup>/кг,  $V_4 = 5 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/кг,  $k = 0,54$  м·с/кг,  $p_k = 1,5 \cdot 10^3$  МПа.

На фиг. 1 представлены расчетные хронограммы, иллюстрирующие процесс пробивания цилиндром пластины из двух слоев толщиной 5 мм каждый, расстояние между которыми 3 мм. Скорость в начале контакта составляла 2500 м/с. Конфигурации взаимодействующих тел соответствуют моментам времени 1, 3 и 8 мкс. Анализ расчетов показывает, что разрушение верхнего и нижнего слоя пластины происходит по различным механизмам. Для верхнего слоя пластины определяющим является выбивание диска, диаметр которого лишь незначительно превосходит диаметр частицы. Полное отделение диска завершается после слияния очагов разрушения, распространяющихся от лицевой и тыльной поверхности слоя. Расчеты показывают, что выбивание диска сопровождается значительным выделением энергии вследствие интенсивных сдвиговых деформаций в верхней половине первого слоя пластины, приводящим к локальному разогреву материала в этой области, сопровождаемому падением прочностных свойств. Разрушение второго слоя пластины, который практически в течение всего процесса взаимодействия работает на растяжение, происходит за счет развития трещин, возникших первоначально вблизи симметрии на тыльной поверхности под действием внедряющейся частицы. Поэтому разрушение второго слоя пластины требует больших энергетических затрат по сравнению с первым, что является одной из причин эффективности двухслойных конструкций.

С целью детального исследования механизмов пробивания двухслойных пластин был построен ряд зависимостей, характеризующих развитие процесса. Характер разрушений вблизи лицевой поверхности верхнего слоя пластины иллюстрирует фиг. 2, где представлены распределения удельного объема трещин (в м<sup>3</sup>/кг) по радиусу (в м) в сечении, отстоящем на 1 мм от лицевой поверхности в моменты времени 1,5; 3 и 5 мкс (кривые 1–3 соответственно). Из графиков на фиг. 2 следует, что к моменту времени 1,5 мкс на лицевой поверхности формируется три очага разрушения, причем наибольший удельный объем трещин имеет место на оси симметрии. К 3 мкс в приповерхностной области наиболее значительное разрушение имеет место в очаге, соответствующем радиусу выбиваемого в дальнейшем из верхнего слоя диска. Продолжается развитие также очага разрушения, соответствующего кольцевой зоне лицевого откола. Зона разрушений на оси симметрии, напротив, подавляется, что сви-



Фиг. 2

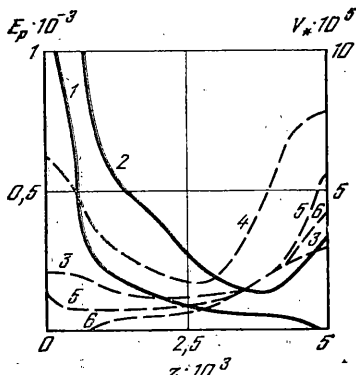


Фиг. 3

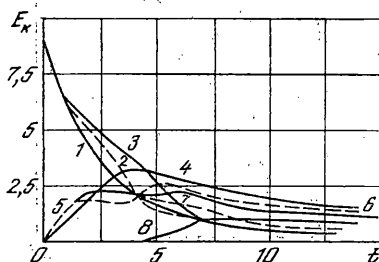
детальствует о преобладающем действии при перфорации верхнего слоя пластины механизма выбивания диска и незначительности вязкого растекания, проявляющегося лишь в течение первых 2 мкс. График, соответствующий 5 мкс, иллюстрирует возрастание удельного объема трещин как в зоне, соответствующей радиусу выбиваемого диска, так и в зоне лицевого откола.

Особенности развития разрушений (характеризуются значением удельного объема трещин в  $\text{м}^3/\text{кг}$ ) в зоне тыльных отколов верхних слоев пластины при зазоре между слоями 3 и 1 мм представлены на фиг. 3 кривыми 3 и 6. Приведены также зависимости скоростей (в  $\text{м}/\text{с}$ ) осевых точек тыльных поверхностей верхнего слоя пластины при зазоре, равном 3 и 1 мм (кривые 1 и 5 соответственно) и график зависимости от времени скорости осевой точки нижнего слоя составной пластины с зазором 3 мм (кривая 2). Уровень разрушения на оси симметрии тыльной поверхности второго слоя пластины при разнесении слоев в 3 мм иллюстрирует кривая 4. Расчеты показывают, что максимального значения — 1600  $\text{м}/\text{с}$  скорость тыльной поверхности в обоих случаях достигает к моменту времени 1 мкс, после чего падает. В случае пластины с зазором 3 мм в дальнейшем вновь происходит возрастание скорости тыльной поверхности верхнего слоя, обусловленное развитием в нем отколовых разрушений, которое прерывается в момент возникновения контакта между слоями. Для составной пластины с зазором 1 мм максимальное значение удельного объема трещин в зоне откола верхнего слоя достигает  $4,2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{кг}$ , а для пластины с зазором 3 мм вследствие более позднего начала взаимодействия между слоями максимальное значение удельного объема трещин в зоне откола, равное  $10^{-4} \text{ м}^3/\text{кг}$  наблюдается при 3 мкс, но в течение последующих 1,5 мкс оно также падает до нуля. вновь рост трещин на оси симметрии в первом слое пластины начинается после 5 мкс, но скорость этого роста является незначительной. Тыльная поверхность нижнего слоя пластины приходит в движение в момент времени 3,5 мкс и набирает скорость, примерно равную скорости верхнего слоя пластины 650  $\text{м}/\text{с}$  к 6 мкс. С этого момента времени и начинается резкий рост скорости удельного объема трещин на оси симметрии вблизи тыльной поверхности нижнего слоя пластины, что дополнительно указывает на деформационный механизм разрушения второго слоя пластины под действием растягивающих напряжений, действующих в плоскости пластины.

Детальную информацию о характере разрушения составной пластины с зазором 3 мм дает фиг. 4, где представлены распределения удельной энергии пластической деформации (в  $\text{кДж}/\text{кг}$ ) и удельного объема трещин (в  $\text{м}^3/\text{кг}$ ) по толщине (в  $\text{м}$ ) пластины на оси симметрии и в сечении, расположенном на расстоянии радиуса частицы от оси симметрии. Кривые 1 и 2, характеризующие распределение удельной энергии сдвиговых деформаций в верхнем слое пластины в сечении, являющемся продолжением боковой поверхности внедряющейся частицы в моменты времени 1 и 4 мкс, свидетельствуют о значительном количестве тепловой энергии, выделяемой при интенсивном деформировании материала, сначала в кольцевой зоне вблизи лицевой поверхности, а начиная с 4 мкс и в окрестности тыльной поверхности. Распределения удельного объема трещин в кольцевой зоне разрушения верхнего слоя пластины в моменты времени 2 и 4 мкс представлены кривыми 3 и 4 соответственно. Расчеты показывают, что максимальные значения удельного объема трещин в этой кольцевой зоне в верхнем слое после 4 мкс значительно превышают аналогичные значения, наблюдаемые на оси симметрии. Из расчетов следует, что формирование зон разрушения, развитие которых приводит к выбиванию диска из первого слоя пластины, происходит вблизи свободных поверхностей, причем важную роль в развитии разрушения вблизи лицевой поверхности играет разогрев материала. Кривые 5 и 6 относятся к нижнему слою пластины и характеризуют распределение удельного объема трещин в момент времени 8,5 мкс на оси симметрии и в сечении, отстоящем от нее на радиус частицы. Из характера кривых, иллюстрирующих разрушение нижнего слоя, следует, что удельный объем трещин в нижнем слое пластины на оси симметрии максимален во всех горизонтальных сечениях слоя, причем наиболее значительные повреждения наблюдаются вблизи тыльной поверхности.



Фиг. 4



Фиг. 5

Изменение энергетических параметров процесса взаимодействия частицы с монолитной и эквивалентными ей по массе двухслойными пластинами иллюстрирует фиг. 5. Здесь представлены зависимости от времени (в мкс): кинетической энергии частицы (в кДж) при ударе ее по монолитной пластине (кривая 1), двухслойной с расстоянием между слоями 1 мм (кривая 2), двухслойной с зазором 3 мм (кривая 3); кинетической энергии пластины; 4 — монолитной, 5 и 6 — двухслойных с зазором 1 и 3 мм соответственно; кинетической энергии слоев в составной пластине с зазором 3 мм; 7 — первого слоя, 8 — второго. Вначале кинетическая энергия частицы в большей степени теряется при взаимодействии с монолитной пластиной. Однако после начала взаимодействия слоев составной пластины значения кинетической энергии частицы начинают сближаться. Для двухслойной конструкции с зазором 1 мм выравнивание происходит к 4 мкс, при зазоре 3 мм — к 7 мкс. Зависимости 4, 5 и 6 на фиг. 5 свидетельствуют, что практически в течение всего процесса взаимодействия кинетическая энергия, воспринимаемая двухслойными пластинами, в целом меньше, чем воспринимаемая монолитной пластиной. Для составной пластины с зазором 3 мм значение кинетической энергии в момент времени 14 мкс на 30% меньше, чем у монолитной. Кривые 7 и 8 позволяют проследить за перераспределением кинетической энергии составной пластины между ее слоями. На первой стадии процесса кинетическая энергия пластины сосредоточена в первом слое. Взаимодействие первого слоя со вторым, которое начинается через 3 мкс после удара, приводит к тому, что вклад кинетической энергии первого слоя начинает уменьшаться, а после 9 мкс большая часть кинетической энергии пластины уже находится во втором слое.

Таким образом, при взаимодействии частицы с двухслойными пластинами кинетическая энергия, передаваемая им частицей, меньше, чем в случае взаимодействия с монолитной пластиной. С ростом зазора между слоями в общем энергетическом балансе доля внутренней энергии составных пластин увеличивается.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Андрианкин Э. И., Степанов Ю. С. Глубина пробивания при ударе метеорных частиц с допороговыми скоростями // Космич. исследования. 1968. Т. 6. Вып. 5. С. 752—758.
2. Wilkins M. L. Mechanics of penetration and perforation // Intern. J. Engng Sci. 1978. V. 16. No. 11. P. 793—807.
3. Дремин А. Н., Хорев И. Е., Горельский В. А. Особенности разрушения металлических плит при осесимметричном и несимметричном динамическом нагружении // Vuz. energ. vubuchu pripravě kov. mater. nov. vlastn. 6. Mezinar. symp. Cottswaldow. 1985. Praha, 1985. Sv. 3. P. 585—592.
4. Глушко А. И. Численное решение задачи соударения цилиндрических пластин с учетом накопления микропор // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 4. С. 115—124.
5. Кондауров В. И., Петров И. Б. Расчет процессов динамического деформирования упругопластических тел с учетом континуального разрушения // Докл. АН СССР. 1985. Т. 285. № 6. С. 1344—1347.
6. Хорев И. Е., Горельский В. А. Численное исследование откольных разрушений при осесимметричном взаимодействии твердых тел // Детонация. Материалы 2-го Всесоюз. совещ. по детонации. Черноголовка, Отд-ние Ин-та хим. физики АН СССР. 1981. Вып. 2. С. 149—153.
7. Мерзиевский Л. А., Тигров В. М. Защитные свойства тонкого экрана при высокоскоростном ударе // ПМТФ. 1977. № 2. С. 134—139.
8. Seaman L., Curran D. R., Shockey D. A. Computation models for ductile and brittle fracture // J. Appl. Phys. 1976. V. 47. No. 11. P. 4814—4826.
9. Канель Г. И., Щербань В. В. Пластическая деформация и откольное разрушение железа «армко» в ударной волне // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 5. № 4. С. 93—103.
10. Канель Г. И., Дремин А. Н. Экспериментальное исследование и численное моделирование эволюции импульса сжатия и явления откола в железе // Тез. докл. 3-го Всесоюз. симпоз. по импульсным давлениям. М.; 1979. С. 60—61.

11. Канель Г. И., Сугак С. Г., Фортгов В. Е. О моделях откольного разрушения // Проблемы прочности. 1983. № 8. С. 40—44.
12. Johnson G. R. High velocity impact calculations in three dimensions // Trans. ASME. Ser. E. Mech. 1977. V. 44. No. 1. P. 95—100.
13. Averbich J., Bodner S. R. Analysis of the mechanics of perforation of projectiles in metallic plates // Intern. J. Solids Struct. 1974. V. 10. No. 6. P. 671—684.
14. Горельский В. А., Хорев И. Е., Югов Н. Т. Динамика трехмерного процесса несимметричного взаимодействия деформируемых тел с жесткой стенкой // ПМТФ. 1985. № 4. С. 112—118.
15. Johnson G. R. Liquid—solid impact calculations with triangular elements // Trans. ASME. Ser. 1. J. Fluid. Engng. 1977. V. 99. No. 3. P. 598—600.
16. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластичных течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир. 1967. С. 212—263.
17. Wilkins M. L. Modelling the behavior of material // Structure Impact. and Crashworthiness: Proc. Intern. Conf., London, 1984. L.; N. Y., 1984. V. 2. P. 243—277.

Томск

Поступила в редакцию  
25.VI.1986

УДК 539.3

### ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ РАЗРУШЕНИЯ ТЕЛ В ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЗАДАЧАХ СОУДАРЕНИЯ

БЕЛОВ Н. Н., КОРНЕЕВ А. И., ШУТАЛЕВ В. Б.

Развитие разрушений в телах ограниченных размеров при приложении интенсивных динамических нагрузок обусловлено процессами распространения и взаимодействия волн напряжений.

Один из возможных подходов к анализу развивающегося во времени разрушения тела основан на формулировке макрокритериев, обзор и анализ которых выполнен в [1]. При этом не учитывается влияние динамики разрушения на напряженно-деформированное состояние материала и снижение его прочности при последующем деформировании.

Учет этого факта возможен при введении в математическую модель среды дополнительного параметра, описывающего рост несплошностей в деформируемом материале и определяемого из дополнительного кинетического уравнения, замыкающего модель изотропной деформируемой среды [1—8]. Дополнительным параметром может служить величина, характеризующая пористость материала [5, 6, 8]. Рост пористости под действием приложенных нагрузок ослабляет материал, который при последующем нагружении выдерживает меньшие предельные нагрузки.

Такая модель [8] может быть сформулирована с позиций механики многофазных смесей [9]. В данной работе проанализирована в рамках модели [8] динамика разрушения соударяющихся тел квадратного поперечного сечения при различном отношении высоты тел к стороне основания. Показано, что различие в геометрических размерах приводит к качественно различной картине разрушения. Для системы уравнений [8], описывающей деформирование пористого упругопластического тела и полученной в предположении, что в начальный момент времени тело однородно и изотропно, а образующиеся несплошности имеют сферическую форму, и материал сохраняет изотропию, ставится краевая задача с начальными и граничными условиями. Начальные условия отвечают соударению тел в естественном, ненапряженном состоянии с заданной начальной пористостью, которая, в частности, может быть обусловлена технологией изготовления материала. Соответствующие граничные условия на контактных и свободных поверхностях, численный метод решения трехмерной краевой задачи динамики удара приведены в [10]. Физико-механические характеристики материала указаны в [8].

1. Рассмотрим соударение двух квадратных пластин с длиной стороны равной  $a$  и соотношением высоты пластины — ударника к высоте пластины — мишени  $h_2 = 2,17 h_1$ . Начальная скорость удара  $v_0 = 0,14 c_0$  ( $c_0$  — продольная скорость волны). Соотношение толщин ударника и мишени выбрано так, чтобы волны разгрузки, идущие от тыльных поверхностей ударника и мишени, встретились примерно на расстоянии, равном половине толщины мишени. Ширина пластины  $a = 6,87 h_1$  и такова, чтобы при образовании откола в центральной области мишени боковые волны разгрузки не оказывали влияния на одномерность течения при образовании откола в некоторой зоне около центральной оси симметрии  $z$  декартовой системы координат с началом на тыльной стороне мишени.

Отнесем время процесса ко времени пробега упругой волной со скоростью  $c_0$  расстояния  $h_2$ , и обозначим безмерное время —  $t$ . На фиг. 1 представлены в различные моменты времени ( $1 - t = 0,44$ ;  $2 - t = 0,6$ ;  $3 - t = 1,1$ ) зависимости первого инварианта тензора напряжений  $\sigma = -p$  от координаты  $z$ , по которым можно судить о волновой картине процесса.