

Здесь $\delta(t)$ — дельта-функция Дирака. Как следует из (7), при $t \sim r/c$ поведение напряжений у вершины выреза имеет более сложный, чем в (6) характер, а на фронте дифрагированной волны наблюдается корневая особенность. При $r \ll ct$ из (7) будут следовать соответствующие формулам (6) при $\theta=0$ выражения.

Попытка оценить значение предельной интенсивности U_* , при которой будет происходить разрушение, обычными способами связаны с определенными трудностями. В самом деле, коэффициент интенсивности $K(t) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow 0$, а формулы (6) теряют силу ввиду их относительного характера. Применение (7) и энергетического критерия Гриффитса [8] не дает возможности получить конечное значение предельной интенсивности, так как скорость освобождающейся энергии также неограниченно растет при $t \rightarrow 0$. Оценить предельную интенсивность в такого рода задачах можно при помощи обобщения известного в квазистатике силового подхода В. В. Новожилова. Таким обобщением может служить «импульсный» критерий следующего вида:

$$\max_t \int_{t-d/c}^t ds \int_0^d \sigma_1(s, x) dx = \frac{\sigma_c d^2}{c} \quad (8)$$

где d — характерный структурный параметр среды. Для сред с правильной атомной структурой d может трактоваться как межатомное расстояние; $\sigma_1(t, x)$ — максимальное растягивающее напряжение, σ_c — теоретическая прочность. Проводя на основании (7) необходимые вычисления, получаем

$$F(t) = \begin{cases} U\mu/2 & (0 < t \leq d/c) \\ U\mu \{ [d(ct-d)]^{1/2} + ct \arcsin(d/ct)^{1/2} \} / (\pi ct) & (t > d/c) \end{cases}$$

$$F(t) = \int_0^d \sigma_1(t, x) dx$$

Соответствующий график показан на фиг. 2. Таким образом, на временном интервале $0 < t < d/c$ сила, действующая на «структурный элемент» со стороны волнового поля, максимальна и постоянна по величине. Начиная с момента $t = d/c$, она монотонно убывает, стремясь при $t \rightarrow \infty$ к нулю. Учитывая сказанное, для предельной интенсивности ударного импульса из (8) имеем

$$U_* = {}^{2/3} \sigma_c d / \mu \quad (9)$$

Так, например, если $\sigma_c = 0,1 E$, а коэффициент Пуассона $\nu = 0,2$, то $U_* = 0,16 d$. Выразим (9) через удельную плотность поверхностной энергии $\gamma_* = \pi(1-\nu^2) \sigma_c^2 d / (4E)$ [8]; получим $U_* = 16\gamma_* [3\sigma_c \pi(1-\nu)]^{-1}$, т. е. в формуле для U_* наряду с удельной поверхностной энергией γ_* участвует теоретическая прочность σ_c . Возможность определения предельной интенсивности по существу связана с применением «двухпараметрического» силового подхода, который в квазистатическом случае непосредственно переходит в энергетический критерий. Принципиальная особенность рассмотренной ситуации состоит в том, что такого перехода здесь нет.

ЛИТЕРАТУРА

1. Борисковский В. Г., Партон В. З. Динамическая механика разрушения // Итоги науки и техники. Сер. Механика деформируемого твердого тела. М.: ВИНТИ, т. 16. С. 1-78.
2. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
3. Новожилов В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // ПММ. 1969. Т. 33. Вып. 2. С. 212-222.
4. Поручиков В. В. Методы динамической теории упругости. М.: Наука, 1986. 328 с.
5. Соболев С. Л. Теория дифракции плоскости волн // Тр. Сейсмол. ин-та АН СССР. 1934. № 41. 23 с.
6. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1971. 512 с.
7. Нобл Б. Применение метода Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. 279 с.
8. Морозов Н. Ф. Математические вопросы теории трещин. М.: Наука, 1984. 255 с.

Ленинград

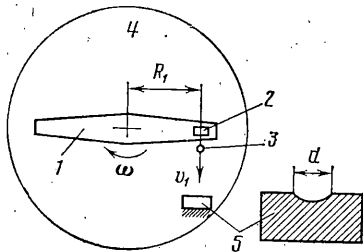
Поступила в редакцию
16.III.1987

УДК 539.374

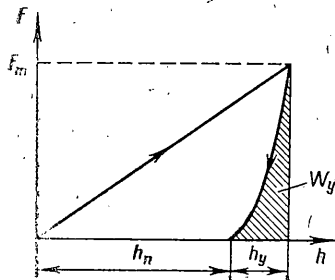
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И РАСЧЕТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВОССТАНОВЛЕНИЯ СКОРОСТИ ПРИ УДАРЕ

КАНГУР Х. Ф., КЛЕЙС И. Р.

Важным показателем, характеризующим упругопластический удар, является коэффициент восстановления по Ньютону k . В литературе приводятся значения k , определенные по классическому методу удара падающего шарика о пластину: $k =$



Фиг. 1



Фиг. 2

$= (h_1/h_0)^{1/2}$, где h_0, h_1 — высоты падения и отскока шарика. С увеличением скорости удара v_0 коэффициент k уменьшается. Классический метод позволяет найти величину k при $v_0 < 10$ м/с. Однако в современных ударных измельчителях, например, скорость удара достигает значений 200 м/с и более.

В данной статье описан метод и приведены некоторые результаты по определению коэффициента восстановления в широком диапазоне скоростей удара и рассмотрены возможности расчетного определения k .

Разработанный способ определения коэффициента восстановления схематически представлен на фиг. 1. К ротору 1, вращающемуся вокруг вертикальной оси в вакуумной камере 4, прикреплен образец 2 размерами $\varnothing 20 \times 10$ мм из исследуемого материала. На траекторию образца с заданной высоты падает шарик 3. После соударения шарик отскакивает со скоростью v_1 в направлении образца-эталоны 5, который служит для определения скорости v_1 . Скорость удара выражается зависимостью $v_0 = \omega R_1$. Скорость шарика после соударения $v_1 = v_0 + kv_0$, откуда $k = (v_1 - v_0)/v_0 = v_1/v_0 - 1 = (v_1/\omega R_1) - 1$.

Скорость v_1 можно найти по действительному диаметру лунки d , оставленной шариком на полированной поверхности образца-эталоны, и тарировочному графику $v = f(d)$. Для измерения диаметра лунки d применялся оптический микроскоп, обеспечивающий точность измерения диаметра $\pm 0,5$ мкм.

Частота вращения ротора изменялась непрерывно до 10^4 об/мин и измерялась при помощи фотоэлектрического тахометра с точностью ± 2 об/мин. Расстояние от точки соударения до оси вращения составляло в среднем $R_1 = 200$ мм и измерялось в каждом опыте отдельно. Такая методика позволяет определять скорость удара v_0 с погрешностью не более $\pm 0,2$ м/с.

Эксперименты проводили на образцах из дюрала Д16Т в состоянии поставки, отожженной стали Ст.3 и катанной технической чистой меди М1. Ниже приведены значения твердости (НВ) — столбец (2), модуля Юнга $E_1 \cdot 10^{-11}$ [Н/м²] — (3) и удельной энергии образования ударной лунки $e_0 \cdot 10^{-9}$ [Дж/м³] [4] — (4) для указанных в столбце (1) материалов:

Д16Т	130	0,7	2,09
Ст.3	95	2,1	3,2
М1	98	1,2	1,7

В качестве инденторов применялись закаленные подшипниковые шарики диаметром 1,59 мм, массой $16,2 \pm 0,1$ мг (НВ 850, плотность $\rho = 7460$ кг/м³). Обработка опытных данных показала, что у всех материалов коэффициент восстановления в диапазоне скоростей $v_0 = 5-200$ м/с хорошо описывается уравнением

$$k = A - B \ln v_0 \quad (1)$$

Для дюрала Д16Т $A = 0,988$ и $B = 0,151$, для стали Ст.3 $A = 0,935$ и $B = 0,154$, для меди М1 $A = 0,759$ и $B = 0,126$.

Для диаметра лунки получена также эмпирическая зависимость от скорости соударения [2].

При выводе расчетной формулы для k будем исходить из соотношения

$$k = (W_y/W_0)^{1/2} \quad (2)$$

где W_0 — исходная кинетическая энергия шарика, W_y — работа, затраченная на упругое деформирование.

Для выражения этих величин рассмотрим диаграмму сила — деформация (фиг. 2). Предположим, что полупространство (пластина) деформируется упругопластически, а индентор (шарик) — чисто упруго. Для выражения упругих деформаций используем теорию Герца, а для определения пластической деформации образца — формулу [3], согласно которой при малых глубинах внедрения

$$h_n = v_0 R (2/3 \rho / e_0)^{1/2} \quad (3)$$

Здесь v_0 означает скорость удара, ρ — плотность шарика, R — радиус шарика и e_0 — удельную энергию образования ударной лунки.

Считаем [4, 5], что зависимость между силой F и глубиной внедрения h линейна. Благодаря этому суммарная работа W_0 , затраченная на деформирование, выражается

из зависимости

$$W_0 = \frac{1}{2} F_m (h_y + h_n) \quad (4)$$

где F_m — максимальная сила на ударник и h_y — суммарная упругая деформация шарика и полупространства.

С другой стороны, согласно [3] имеем

$$W_0 = e_0 V = \pi R_2 e_0 h_n^2 \quad (5)$$

откуда (учитывая (4) и $R_2 h_n \approx R (h_n + h_y)$):

$$F_m = 2\pi R_2 e_0 h_n^2 / (h_n + h_y) = 2\pi R e_0 h_n \quad (6)$$

Работа сил, противодействующих упругой деформации, согласно Герцу, выражается по формуле $W_y = \frac{2}{5} F_m h_y$. Подставляя это выражение и (4) в (2), получим

$$k = \left[\frac{4}{5} h_y / (h_y + h_n) \right]^{1/2} \quad (7)$$

Учитывая, что при схеме шар — плоскость по Герцу

$$h_y = \left(\frac{3}{4} F_m J R^{-1/2} \right)^{2/3}, \quad J = (1 - \mu_1^2) E_1^{-1} + (1 - \mu_2^2) E_2^{-1} \quad (8)$$

где E_1 и E_2 — модули упругости соударяющихся тел, μ_1 и μ_2 — коэффициенты Пуассона, получим на основе уравнения (7)

$$k = (1,25 + 0,415 v_0^{1/2} \rho^{1/2} e_0^{-5/2} J^{-1/2})^{-1/2} \quad (9)$$

Формула (9) применима начиная со скорости удара, с которой справедливо уравнение (5). Для рассматриваемых металлов эта минимальная скорость составляет около 2 м/с.

При сравнительно низких скоростях удара имеется удовлетворительное совпадение (таблица) рассчитанных по формуле (9) (даны в скобках) и экспериментальных значений k . В таблице сначала приведены величины k и диаметр ударной лунки (мм) для дюрала Д16Т, Ст. 3 и катанной меди М1, для значений скорости v_0 (м/с), приведенных в первом столбце:

5	0,74	(0,69)	0,21	0,69	(0,68)	0,20	0,56	(0,63)	0,24
10	0,64	(0,66)	0,30	0,58	(0,65)	0,28	0,47	(0,60)	0,33
20	0,54	(0,62)	0,42	0,47	(0,61)	0,40	0,38	(0,56)	0,46
50	0,40	(0,57)	0,65	0,33	(0,56)	0,62	0,27	(0,51)	0,72
100	0,29	(0,53)	0,93	0,23	(0,52)	0,86	0,18	(0,47)	1,00
150	0,23	(0,51)	1,11	0,16	(0,50)	1,04	0,13	(0,45)	1,22
200	0,19	(0,49)	1,25	0,12	(0,48)	1,20	0,09	(0,43)	1,40

Далее — действительные значения k убывают намного быстрее, чем расчетные. Анализ показывает, что основной причиной этого является несоответствие действительности схемы Герца шар — плоскость (см. (9)). Согласно измерениям, например, при $v_0 = 100$ м/с, для сплава Д16Т радиус ударной лунки (при ударе шарика радиусом $R = 0,79$ мм) $R_2 = 0,83$ мм. Формула Герца для случая шар — сфера имеет вид

$$h_y = \left\{ \frac{3}{4} F_m J [(R_2 - R) / (R_2 R)] \right\}^{2/3} \quad (10)$$

Подсчитав F_m по (6) и подставив в (10), получается $h_y = 1,99 \cdot 10^{-5}$ м. Согласно (3), $h_n = 1,25 \cdot 10^{-4}$ м. Соответственно по формуле (7) в этом случае $k = 0,33$, что уже близко к экспериментальному значению — 0,29. При больших скоростях соударения следует учитывать сферичность ударной лунки в ходе внедрения индентора и при восстановлении лунки. Однако точные расчеты провести не удалось, поскольку не определен радиус R_2 .

Экспериментальные значения радиуса кривизны лунки [2] позволяют рассчитать соответствующие действительности значения коэффициента восстановления при помощи формул (3), (6), (10) и (7).

Разработанный экспериментальный метод определения коэффициента восстановления в широком диапазоне скоростей удара апробирован на образцах из стали, дюрала и меди. Получены эмпирические уравнения, связывающие коэффициент восстановления со скоростью удара.

Получена также теоретическая формула расчета коэффициента восстановления. При выводе формулы предполагалось, что внедрение жесткого шарика в упругопластическое полупространство описывается законом, согласно которому для образования единицы объема ударной лунки расходуется постоянное для данного материала количество кинетической энергии ударника e_0 , а отскок ударника происходит за счет энергии упругих деформаций, аккумулированной индентором и полупространством. Эта энергия выражена с помощью теории Герца.

Проверка теоретической формулы показывает, что она дает совпадающие с действительностью результаты в случае, если действительна модель Герца шар — плоскость, т. е. при скоростях ниже 5...10 м/с.

ЛИТЕРАТУРА

1. Клейс И. Р., Кангур Х. Ф., Ууэмыйс Х. Х. Удельная энергия образования ударной лунки в металлической преграде // Технология и оборудование для производства силикатных бетонов. Таллин: НИПИ силикатбетон. 1984. С. 132–139.

2. Кангур Х. Ф., Клейс И. Р. Экспериментальное исследование геометрии ударных лунок // Тр. Таллин. политехн. ин-та. 1985. № 609. С. 3–12.
3. Клейс, И. Р., Лепик Ю. Р., Узумыйс Х. Х., Кангур Х. Ф. Моделирование динамического внедрения сферического индентора // Тр. междунар. науч. конф. «Трение, износ и смазочные материалы». М.: Ин-т пробл. механики АН СССР. 1985. Т. 4. С. 452–455.
4. Давиденков Н. Н. Динамические испытания металлов. Л.; М.: Глав. ред. лит-ры по черн. металлургии. 1936. 394 с.
5. Гольдсмит В. Удар и контактные явления при средних скоростях // Физика быстропротекающих процессов. М.: Мир. 1971. Т. 2. С. 151–203.

Таллин

Поступила в редакцию
15.V.1986

УДК 539.374

К ВОПРОСУ ОБЪЯСНЕНИЯ И АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ МОДУЛЯ ДОГРУЗКИ

БЛИНОВ Э. И.

В рамках варианта теории деформации твердого тела, в основу которого положено понятие о термодинамической неравновесности (нестабильности) состояния деформируемого материала, количественно описаны значения мгновенного модуля сдвига при ортогональном изломе траектории нагружения во времени.

1. Как известно, теории пластичности, не учитывающие фактор времени, дают разные значения мгновенного модуля сдвига $G_i = \delta\tau_{xz} / \delta\gamma_{xz} |_{\delta\sigma=0}$: по теории течения $G_i = G$, где G — упругий модуль сдвига; по теории малых упругопластических деформаций $G_i = G[1 + 3G(E_s^{-1} - E^{-1})]^{-1}$; по теории скольжения Батдорфа — Будянского (формула Чикала) $G_i = G[1 + 3/2G(E_s^{-1} - E^{-1})]^{-1}$, где E_s и E — значения секущего модуля на диаграмме растяжения в конце этапа растяжения и упругого модуля растяжения; по теории скольжения Леонова — Русинко $G_i = G[1 + \kappa G(E_s^{-1} - E^{-1})]^{-1}$, где κ зависит от растягивающего напряжения, незначительно изменяясь вместе с ним ($1/8 \leq \kappa \leq 1$) [1].

Что касается экспериментального определения G_i (см. [2]), то в ряде работ получено $G_i = G$, а в других $G_i < G$. Обычные теории пластичности не могут объяснить такие результаты экспериментов, так как с точки зрения этих теорий они противоречивы. Поэтому естественной представляется попытка перехода к теориям деформации, учитывающим термически активируемые процессы, протекающие в деформируемом твердом теле с конечными скоростями, т. е. к теориям, учитывающим фактор времени. Действительно, анализ специальных экспериментов по учету фактора времени в условиях обычных «статических» нагружений¹ показал, что он играет существенную роль в поведении деформируемых при комнатной температуре металлов и сплавов. Без учета фактора времени объяснить и описать поведение деформируемого металла можно только для отдельных частных случаев его нагружения, не охватывая всего явления в целом. Результаты экспериментов на сложное нагружение без их «развертки» во времени не могут претендовать на однозначность [3].

В основу теории пластичности, учитывающей фактор времени, положим понятие о неустойчивости (термодинамической неравновесности) состояния деформируемого материала. Рассмотрим феноменологический элемент твердого тела, испытывающего деформацию. Его состояние в некоторый момент времени является равновесным термодинамически, если фиксирование деформации и температуры в этот момент означает фиксирование всей конфигурации. Из реального состояния термодинамически равновесное достигается путем релаксации напряжений при фиксированных деформации и температуре. Очевидно, что во всех случаях, когда деформация зависит от скорости нагружения, такой элемент в каждый момент времени находится в термодинамически неравновесном состоянии.

Напряжения, которые остаются после перехода элемента деформируемого тела в термодинамически равновесное состояние назовем «равновесными». Напряжения, которые получаются в результате вычитания компонент тензора равновесных напряжений (ψ_{ij}) из соответствующих компонент тензора полных напряжений (σ_{ij}), назовем «неравновесными» (φ_{ij}). Таким образом всегда имеет место тождество:

$$\varphi_{ij} = \sigma_{ij} - \psi_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1.1)$$

¹ Вавакин А. С., Викторов В. В., Механикова И. М., Мохель А. Н., Салганик Р. А., Степанова Л. П., Христианович С. А. Экспериментальное и теоретическое изучение влияния временных эффектов на пластическое деформирование сталей при комнатной температуре. М.: 1983. — 62 с. (Препринт) АН СССР Ин-т пробл. механики: № 241); Вавакин А. С., Мохель А. Н., Степанов Л. П. Исследование характера пластического деформирования стали 30ХГСА в точках резкого излома траектории нагружения (Р-М опыты). — М., 1983. — 103 с. Рукопись деп. в ВИНТИ, № 2895.