

УДК 539.3

ОСОБЕННОСТИ СТРУКТУРЫ ОБЪЕМНЫХ ВОЛН
В ДИСПЕРСИОННО-ДИССИПАТИВНЫХ СРЕДАХ

ДУНИН С. З., МАКСИМОВ Г. А.

В целом ряде актуальных проблем практической сейсмологии необходимо учитывать искажающее влияние реальных сред на форму сейсмических импульсов при их распространении. При этом существенны эффекты, связанные как с геометрией задачи, так и с неидеальными свойствами среды. Совместный учет обоих факторов представляет определенные трудности [1]. Не существует также единой точки зрения на способ описания совокупности разнообразных механизмов диссипации энергии, присущих реальным геосредам, и приводящих к тем или иным зависимостям коэффициента затухания $\alpha(\omega)$ [2]. Для учета этого разнообразия используются или различные реологические модели [3] или математический подход, учитывающий общие физические принципы, типа принципа причинности, для восстановления дисперсионно-диссипативных характеристик среды по зависимости $\alpha(\omega)$, которая выбирается из требования согласованности с экспериментом [4]. Произвольность в выборе аппроксимации $\alpha(\omega)$ не дает возможности установить общие закономерности в распространении волн.

Публикуемая работа рассматривает те общие закономерности в распространении объемных волн, к которым приводит наличие дисперсионно-диссипативных свойств у реальных сред.

1. Основные соотношения. В общем виде линейная, пространственно-локальная связь между напряжениями σ_{ij} и деформациями ε_{ij} описывается уравнением наследственного типа [2]:

$$\sigma_{ij}(t, \mathbf{r}) = \int_0^t M(t-t') \varepsilon_{ij}(t', \mathbf{r}) dt' + \delta_{ij} \int_0^t L(t-t') \varepsilon_{kk}(t', \mathbf{r}) dt'$$

где $\mathbf{r} = (x_1, x_2, x_3)$ — пространственные координаты, t — время, δ_{ij} — символ Кронекера (по повторяющимся индексам предполагается суммирование от 1 до 3). Разностный характер ядер M и L следует из однородности времени. Используя уравнение движения и связь между тензором деформации ε_{ij} и смещениями u_i в линейном приближении $\rho \partial^2 u_i / \partial t^2 = \partial \sigma_{ih} / \partial x_h$, $\varepsilon_{ih} = \partial u_i / \partial x_h + \partial u_h / \partial x_i$ получим волновое уравнение

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \int_0^t M(t-t') \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i(t')}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j(t')}{\partial x_i} \right) dt' + 2\delta_{ij} \int_0^t L(t-t') \frac{\partial^2 u_k(t')}{\partial x_j \partial x_k} dt' \quad (1.1)$$

Аналогичное уравнение имеет место для скорости $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{u}}$.

Известно [5], что после введения скалярного и векторного потенциалов $\text{grad } \varphi = \mathbf{u}_1$, $\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{u}_2$; $\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2$ уравнение (1.1) распадается на систему двух уравнений, которая в терминах лапласовых изображений потенциалов ($t \rightarrow p$) имеет вид $[\Delta - K_1^2(p)] \varphi(p, \mathbf{r}) = 0$, $[\Delta - K_2^2(p)] \mathbf{A}(p, \mathbf{r}) = 0$, где $K_1^2(p) = \frac{1}{2} \rho p^2 [M(p) + L(p)]^{-1}$, $K_2^2(p) = \rho p^2 / M(p)$ — квадраты волновых векторов, соответственно, продольной и поперечной волн. Добавив граничные условия, получим задачу для отыскания функции Грина. Если она найдена для упругой среды $\mathbf{G}(\mathbf{r}, p) = \mathbf{G}(\mathbf{r}, p/c, p/c_i)$, для которой $K_1^2 = p^2/c^2$, $K_2^2 = p^2/c_i^2$ (c и c_i — скорости распространения продольной и поперечной волн соответственно), то по принципу соответствия [6] для неидеально упругой среды она будет иметь вид $\tilde{\mathbf{G}}(\mathbf{r}, p) = \mathbf{G}(\mathbf{r}, K_1(p), K_2(p))$. Простран-

ственно-временное представление дается интегралом Мелина

$$\mathbf{G}^{\sim}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} e^{pt} \mathbf{G}(\mathbf{r}, K_1(p), K_2(p)) dp \quad (1.2)$$

Если между ядрами $M(p)$ и $L(p)$ существует пропорциональность, так что $K_1^2(p)/K_2^2(p) = a^2$, то, применяя теорему Эфроса об обобщенной свертке [7], выражение (1.2) может быть преобразовано к виду

$$\mathbf{G}^{\sim}(\mathbf{r}, t) = \int_0^{\infty} \mathbf{G}(\mathbf{r}, \xi) \cdot I(t, \xi c) d\xi, \quad \mathbf{G}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} e^{pt} \mathbf{G}\left(\mathbf{r}, \frac{p}{c}, \frac{p}{ca}\right) dp \quad (1.3)$$

$$I(t, x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \exp\{pt - xK_1(p)\} dp \quad (1.4)$$

Здесь $\mathbf{G}(\mathbf{r}, t)$ — пространственно-временное представление функции Грина в упругой среде, а $I(t, x)$ — фактор, учитывающий дисперсионно-диссипативные свойства среды.

Удобство представления (1.3) заключается в разделении эффектов неидеальности среды (в $I(t, x)$) и эффектов, связанных с геометрией задачи (в $\mathbf{G}(\mathbf{r}, t)$). Такое разделение позволяет исследовать отдельно задачи о влиянии свойств среды и о влиянии геометрических факторов на распространение импульсов.

2. Приближенное выражение для фактора $I(t, x)$. Для многих задач, имеющих практическое значение, функция Грина для упругой среды $\mathbf{G}(\mathbf{r}, t)$ известна, поэтому для использования представления (1.3) нужно иметь достаточно простое выражение для фактора $I(t, x)$. Из представления (1.4) следует, что свойства $I(t, x)$ определяются видом зависимости $K_1(p)$. Обозначим $K_1^2(p) = 1/2 \rho p^2 [M(p) + L(p)]^{-1} = p^2/\kappa(p)$.

Все разнообразие дисперсионно-диссипативных свойств геосред, определяемых ядром релаксации $\kappa(p)$, может быть описано феноменологически в терминах спектра времен экспоненциальной релаксации. Этому предположению в общем виде соответствует запись (Λ — нормировочная константа):

$$\kappa(t) = c_{\infty}^2 \delta(t) - \Lambda \int_0^{\infty} g(\tau) e^{-t/\tau} d\tau \quad (2.1)$$

Первое слагаемое в (2.1) описывает упругую часть ядра релаксации, второе — неупругую. Функция $g(\tau)$ представляет собой спектр времен релаксации и обладает следующими свойствами:

$$\int_0^{\infty} g(\tau) d\tau = 1, \quad g(\tau) \geq 0, \quad g(\tau=0) = 0$$

поскольку вклад от $\tau=0$, соответствующий идеальной упругости, выделен отдельно. Спектр времен релаксации $g(\tau)$ может быть исследован экспериментально или определен теоретически из модельных построений. Из (2.1) следует

$$\kappa(p) = c_{\infty}^2 - \Lambda \int_0^{\infty} \frac{g(\tau)}{p + 1/\tau} d\tau$$

Отметим некоторые свойства изображения $\kappa(p)$, независящие от конкретного вида спектра $g(\tau)$. Минимально возможная скорость распространения возмущения продольных волн определяется выражением

$$c_0^2 = \lim_{p \rightarrow 0} \kappa(p) = c_{\infty}^2 - \Lambda \int_0^{\infty} g(\tau) \tau d\tau$$

При $p \rightarrow \infty$ получим максимально возможную скорость распространения возмущения продольных волн $c_\infty^2 = \lim_{p \rightarrow \infty} \kappa(p)$. Функция $K_1(p)$ является аналитической в области $\text{Re } p \geq 0$, а функция $\kappa(p)$ монотонно возрастает при действительных $p > 0$. Отсюда следует, что $I(t, x) = 0$ в области $x > c_\infty t$. В окрестности фронта $x = c_\infty t$ структура $I(t, x)$ определяется разложением $K_1(p) = p/c_\infty + b_0 - b_1/p + \dots$ ($p \rightarrow \infty$) и имеет вид ($I_1(z)$ — функция Бесселя мнимого аргумента, $\Theta(z)$ — единичная функция Хевисайда) [8]:

$$I(t, x) = \exp(-b_0 x) [\delta(t - x/c_\infty) - (b_1 x)^{1/2} (t - x/c_\infty)^{-1/2} \times \\ \times I_1\{2[b_1 x(t - x/c_\infty)]^{1/2}\} \Theta(t - x/c_\infty)] \quad (2.2)$$

Разложение при $p \rightarrow 0$: $K_1(p) = p/c_0 - ap^2$ определяет структуру $I(t, x)$ в окрестности точки, движущейся со скоростью c_0 :

$$I(t, x) = [2/(\pi a x)]^{1/2} \exp[-(t - x/c_0)^2/(2ax)] \quad (2.3)$$

Из (2.2) и (2.3) следует, что в окрестности фронта $x = c_\infty t$ имеется экспоненциально затухающий с расстоянием упругий предвестник, за которым распространяется часть импульса, затухающая слабее и асимптотически описываемая выражением (2.3). Для проверки этого утверждения фактор $I(t, x)$ был вычислен методом перевала для нескольких конкретных спектров $g(\tau)$. При $g(\tau) = \delta(\tau - \tau_1)$ имеем обобщенную релаксационную среду, из которой предельным переходом $\tau_1 \rightarrow 0$, $c_\infty \rightarrow \infty$, $\tau_1 c_\infty^2 = \text{const}$ получается среда Фойгта. Модели Гуревича [9] в случае малой дисперсии скоростей соответствует спектр $g(\tau) = c_\infty^2 A/(\Lambda \tau^2)$, $\tau \in [\alpha, \beta]$; $g(\tau) = 0$, $\tau \notin [\alpha, \beta]$; $A \ln \alpha/\beta \ll 1$, $0 < \alpha < \beta < \infty$. В первых двух случаях с использованием теоремы Рауса — Гурвица [10] доказана единственность перевальной точки, для модели Гуревича аналогичный результат получен при действительных p^1 . Для всех рассмотренных моделей перевальная точка лежит на действительной оси и перевальный контур проходит перпендикулярно последней. Применимость метода перевала в области, где фактор $I(t, x)$ достигает своего максимума, определяется условием $x/(c_\infty \tau) \gg 1$, где τ — характерное для выбранной модели время релаксации, соответствующее максимуму спектра $g(\tau)$. Это же условие позволяет представить $I(t, x)$ в виде

$$I(t, x) = d(f/x)^{1/2} \exp\{-(f/x)[t - x/(gc_\infty)]^2\} \quad (2.4)$$

где $d = 1/2\pi^{-1/2}$, а величины f и g выражаются через параметры модели. Например, для среды Фойгта имеем $f = 2c_0/\tau$, $g = 1$. Для обобщенной релаксационной среды

$$f = 2a^{1/2}(1-a)^{-1}c_\infty/\tau, \quad g = a^{1/2}, \quad a = c_0^2/c_\infty^2 \quad (2.5)$$

Для модели среды Гуревича $f = 2a_1(A(1-a_1))^{-1}(1 - A \ln a_1)^{1/2}c_\infty/\tau$, $g = (1 - A \ln a_1)^{-1/2}$, $a_1 = \beta/\alpha$.

Сравнение результатов, полученных методом перевала, с (2.4) показывает, что на расстояниях $x \gg c_\infty \tau$ максимум $I(t, x)$ перемещается с минимально возможной скоростью c_0 и определяется разложением $K_1(p)$ в окрестности точки $p = 0$.

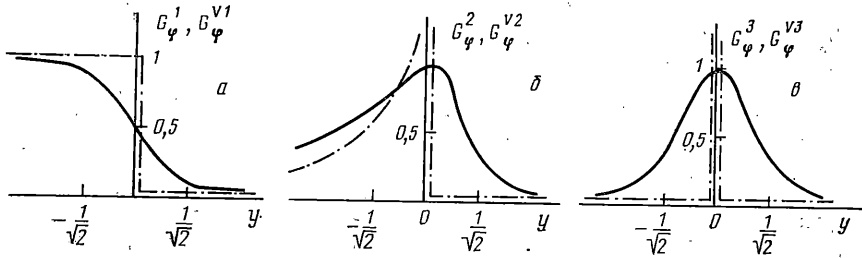
Отметим, что при $\tau \rightarrow 0$ существует предельный переход к случаю идеально упругой среды $I(t, x) = \text{const } \delta(t - x/c_\infty)$, так как $f \sim 1/\tau$.

3. Функции Грина одномерных задач для дисперсионно-диссипативных сред. В упругой среде функции Грина плоского, линейного и точечного источников имеют соответственно вид [11]:

$$G_\phi^1(r, t) = 1/2 c \Theta(t - r/c), \quad G_\phi^2(r, t) = (2\pi)^{-1} \times \\ \times (t^2 - r^2/c^2)^{-1/2} \Theta(t - r/c), \quad G_\phi^3(r, t) = (8\pi r)^{-1} \delta(t - r/c) \quad (3.1)$$

Нижним индексом ϕ обозначены функции Грина потенциала скорости $\text{grad } \phi = v$.

¹ Дунин С. З., Максимов Г. А. Акустические волны в диссипативных средах: Препринт № 39. М.: МИФИ. 1985.



Фиг. 1

Из (1.3) и (2.4) следует, что

$$G_{\varphi}^{-1}(r, t) = \frac{1}{4} d g \pi^{1/2} \{1 + \operatorname{erf}[(f/r)^{1/2}(t - r/(c_{\infty} g))]\} \quad (3.2)$$

$$G_{\varphi}^{-3}(r, t) = \frac{1}{8} d (\pi r)^{-1} (f/r)^{1/2} \exp\{-(f/r)(t - r/(c_{\infty} g))^2\} \quad (3.3)$$

Функция Грина линейного источника $G_{\varphi}^{-2}(r, t)$ выражается через интеграл

$$G_{\varphi}^{-2}(r, t) = \frac{d}{4\pi} \int_{r/c_{\infty}}^{\infty} \frac{[f(c_{\infty} \xi)^{-1}]^{1/2}}{(\xi^2 - r^2/c_{\infty}^2)^{1/2}} \exp\left[-\frac{f}{c_{\infty} \xi} \left(t - \frac{\xi}{g}\right)^2\right] d\xi$$

который может быть вычислен приближенно. При $y = -(f/r)^{1/2}(t - r/(gc_{\infty})) > -gc_{\infty}(fr)^{-1/2}$ основной вклад в интеграл вносит окрестность нижнего предела интегрирования $\xi = r/c_{\infty}$, а при $y \ll -gc_{\infty}(fr)^{-1/2}$ — окрестность точки $\xi = gt$. Вычисленная при этих условиях $G_{\varphi}^{-2}(r, t)$ дается выражениями ($K_{\nu}(z)$ — функция Макдональда):

$$G_{\varphi}^{-2}(r, t) = \frac{1}{2} d (gc_{\infty}/(2r))^{1/2} (f/r)^{1/2} y^{1/2} \exp(-1/2 y^2) K_{1/2}(1/2 y^2) \quad (y > -gc_{\infty}(fr)^{-1/2}, y = -(f/r)^{1/2}[t - r/(gc_{\infty})]) \quad (3.4)$$

$$G_{\varphi}^{-2}(r, t) = d(\pi/2)^{1/2} [t^2 - r^2/(gc_{\infty}^2)]^{-1/2} \quad (r/(gc_{\infty} t) < 1, t \gg gc_{\infty}/(2f))$$

С использованием разложения в ряд и асимптотического представления функции Макдональда [7] первое выражение (3.4) может быть записано через элементарные функции

$$G_{\varphi}^{-2}(r, t) = \frac{1}{4} d (f/r)^{1/2} (gc_{\infty}/r)^{1/2} \{[\Gamma(3/4)]^{-1} - y/[2\Gamma(5/4)]\} \quad (|y| \ll 1)$$

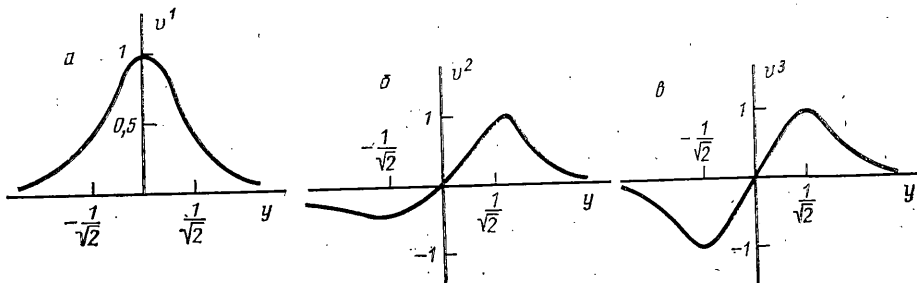
$$G_{\varphi}^{-2}(r, t) = d(2\pi)^{-1} [r^2/(gc_{\infty}^2) - t^2]^{-1/2} \exp(-1/2 y^2) \quad (y \gg 1)$$

Графики функций Грина в дисперсионно-диссипативной среде плоско-го, линейного и точечного источников в зависимости от параметра $y = -(f/r)^{1/2}[t - r/(gc_{\infty})]$ показаны на фиг. 1 сплошной линией (а, б, в соответственно). Там же для сравнения штрихпунктирной линией показаны функции Грина соответствующих источников в упругой среде. Видно, что диссипативные процессы, протекающие в среде, приводят к характерному «размыванию» и «сглаживанию» профилей функций Грина. Из (3.2) — (3.4) следует, что амплитуда максимума функций Грина убывает с расстоянием по закону

$$G_{\varphi, m} \sim r^{-1/2(i-1)} \quad (3.5)$$

Характерная ширина области, где функция Грина существенно меняется растет пропорционально $r^{1/2}$.

4. Асимптотики скорости и давления. В акустической волне связь скорости и давления с функцией Грина потенциала скорости G_{φ}^{-i} дается вы-



Фиг. 2

ражениями ($Q_v(t)$ — функция источника):

$$v^i(r, t) = \int_0^t Q_v(t') \frac{\partial}{\partial r} G_{\varphi}^{-i}(r, t-t') dt' \quad (4.1)$$

$$P^i(r, t) = -\rho \int_0^t Q_v(t') \frac{\partial}{\partial t} G_{\varphi}^{-i}(r, t-t') dt'$$

Для источника, функция которого $Q_v(t)$ имеет вид одиночного импульса с характерной шириной T_u , при выполнении условия $r \gg fT_u^2$ производная функции Грина в (4.1) изменяется медленно по сравнению с $Q_v(t)$, так что первую можно вынести за знак интеграла в точке максимума $Q_v(t)$. Массовая скорость и давление в этом случае принимают вид (Фиг. 2):

$$v^i(r, t) = \frac{\partial}{\partial r} G_{\varphi}^{-i}(r, t) \int_0^{\infty} Q_v(t') dt', \quad P^i(r, t) = -\rho \frac{\partial}{\partial t} G_{\varphi}^{-i}(r, t) \int_0^{\infty} Q_v(t') dt'$$

Перед исследованием других асимптотик заметим, что при условии $r \gg (c_{\infty} g)^2 / f$ (оценки показывают, что для реальных сред оно эквивалентно $r \gg c_{\infty} \tau$) имеет место соотношение $\partial/\partial r = -(gc_{\infty})^{-1} \partial/\partial t$.

При условии $c_{\infty} \tau \ll r \ll fT_u^2$ производная от $G_{\varphi}^{-i}(r, t)$ имеет резкий максимум в точке $t' = t - r/(gc_{\infty})$, в которой $Q_v(t)$ можно вынести за знак интеграла

$$\left\{ \begin{matrix} v^i(r, t) \\ P^i(r, t) \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} -(gc_{\infty})^{-1} \\ \rho \end{matrix} \right\} Q_v(t - r/(gc_{\infty})) [G_{\varphi}^{-i}(r, t) - G_{\varphi}^{-i}(r, t - T_u)]$$

Для исследования цилиндрической и сферической волн выражения (4.1) удобно переписать в виде

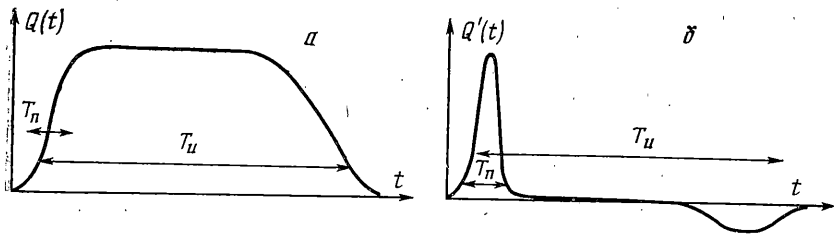
$$\left\{ \begin{matrix} v^i(r, t) \\ P^i(r, t) \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} (-gc_{\infty})^{-1} \\ \rho \end{matrix} \right\} \int_0^t Q_v(t') G_{\varphi}^{-i}(r, t-t') dt' \quad (4.2)$$

Если выполняется условие $T_n^2 f \ll r \ll T_u^2 f$, где T_n — характерное время нарастания сигнала (Фиг. 3), определяющее ширину $Q_v(t)$, то функцию G_{φ}^{-i} можно вынести в точку максимума $Q_v(t)$:

$$\left\{ \begin{matrix} v^i(r, t) \\ P^i(r, t) \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} -(gc_{\infty})^{-1} \\ \rho \end{matrix} \right\} G_{\varphi}^{-i}(r, t) Q_v(T_n)$$

Если же $c_{\infty} \tau \ll r \ll fT_n^2$, то в (4.2) за знак интеграла можно вынести $Q_v(t)$ в точке $t' = t - r/(gc_{\infty})$, где G_{φ}^{-i} имеет максимум

$$\left\{ \begin{matrix} v^i(r, t) \\ P^i(r, t) \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} (-gc_{\infty})^{-1} \\ \rho \end{matrix} \right\} Q_v(t - r/(gc_{\infty})) \int_0^{\min(t, T_n)} G_{\varphi}^{-i}(r, t-t') dt'$$



Фиг. 3

Из приведенных выражений вытекают следующие закономерности в распространении объемных волн в идеальных средах. На больших расстояниях $r \gg fT_u^2$ профили скорости и давления имеют вид, соответственно, в плоской волне гауссовского пакета, в сферической — производной гауссовского пакета, в цилиндрической волне профили асимметричны, имеют резкую область сжатия в «голове» волны и широкую область разрежения в «хвосте» волны. Во всех случаях характерная ширина импульса растет пропорционально $r^{1/2}$. Максимум амплитуды волны убывает по закону $v_m^i \sim P_m^i \sim r^{-1/2 - 1/4(i-1)}$. На промежуточных расстояниях $fT_n^2 \ll r \ll fT_u^2$ амплитуда максимума в сферической и цилиндрической волнах убывает по закону (3.5), при этом профили скорости и давления имеют вид гауссовского пакета для сферической волны и асимметричного импульса для цилиндрической волны. На близких расстояниях $r \gg c_\infty t$, $r \ll fT_n^2$, $r \ll fT_u^2$ закон затухания амплитуды волны совпадает с соответствующим законом для упругой среды: $v_m^i \sim P_m^i \sim r^{-1/2(i-1)}$.

Отметим, что асимптотическое поведение сферической и цилиндрической волн обусловлено тем, что в дисперсионно-диссипативной среде для сферической волны имеется полная «компенсация» давления, а для цилиндрической волны — асимптотическая «компенсация», т. е. соответственно:

$$\int_0^\infty P^3(r, t) dt = 0, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t P^2(r, t) dt = \lim_{t \rightarrow \infty} 1/t = 0$$

так же как и в идеально упругой среде [12].

5. Сравнение с экспериментальными данными. Определенный тип сейсмических источников и связанный с ним класс задач можно рассматривать в предположении сферической симметрии, например при изучении первых приходов P -волн. Из полученных выше результатов следует, что определяющими параметрами задачи являются времена излучения T_u и нарастания T_n сигнала, а также характеристики среды f , g , t , c_∞ . Для оценки последних используем выражения (2.5), полученные для обобщенной релаксационной среды, и результаты из [13] для пористых водонасыщенных сред: $\tau = K_0(1 - m_0) \rho_1 \rho_2 / (\mu \rho_0 m_0)$, $a = \rho_0 / \rho_\infty$, $\rho_0 = (1 - m_0) \rho_1 + m_0 \rho_2$, $\rho_\infty^{-1} = (1 - m_0) \rho_1^{-1} + m_0 \rho_2^{-1}$. Для гранита $\rho_1 = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³, насыщенного водой $\rho_2 = 10^3$ кг/м³, при пористости $m_0 = 0,05$, проницаемости $K_0 = 10^{-14}$ м³, вязкости воды $\mu = 10^{-3}$ кг/(м·с) и скорости звука в граните $c_\infty = 5 \cdot 10^3$ м/с получим следующие значения параметров: $\tau \sim 10^{-5}$ с, $(1 - a) \sim 0,05$, $f \sim 10^6$ км/с².

Если диссипация энергии в волне происходит за счет механизма теплопроводности на отдельных зернах, образующих при цементации породу, то можно использовать результаты теории [12] в области частот $\omega \ll \kappa_1 L_1^2 / c_\infty$. Тогда $\tau \sim \rho_1 \kappa_1^{-1} \times (T_1 \alpha_1 c_\infty L_1)^2$, при температуре $T_1 = 300$ К, коэффициенте теплового расширения $\alpha_1 = 10^{-5}$ К⁻¹, размере зерна $L_1 \sim 10^{-3}$ м, коэффициенте теплопроводности $\kappa_1 = 3$ Вт × (м·К)⁻¹ получим $\tau \sim 10^{-2}$ с. В зависимости от размеров и мощности источника характерные времена излучения могут варьироваться. Однако для ряда искусственных сейсмических источников они порядка $T_u \sim 0,05 - 0,1$ с. В мелкомасштабных модельных экспериментах T_u регистрируется в диапазоне $T_u \sim 10^{-3} \div 10^{-4}$ с.

При $\tau = 10^{-4}$ с и $f = 10^6$ км/с² для источника с упругим радиусом $r_0 = 100$ м, временем излучения $T_u = 0,05$ с, временем нарастания $T_n = 5 \cdot 10^{-3}$ с имеем $c_\infty t = 5 \cdot 10^{-2}$ м, $T_n^2 f = 2,5$ км, $T_u^2 f = 250$ км. Такие значения параметров определяют следующую картину распространения акустической волны: на расстояниях 0,1 км $\ll r \ll 2,5$ км волна распространяется практически так же, как в упругой среде; при $2,5$ км $\ll r \ll 250$ км профиль волны имеет форму гауссовского пакета, амплитуда которого затухает по закону $r^{-1,5}$; при $r > 250$ км профиль волны имеет форму производной гауссовского пакета, амплитуда затухает по закону r^{-2} .

Если же $\tau=10^{-3}$ с и $f=10^4$ км/с², то указанная выше картина распространения волны будет наблюдаться на расстояниях, определяемых значениями параметров $T_n^2 f=0,25$ км, $T_u^2 f=25$ км.

Экспериментальные данные по затуханию показывают, что при времени излучения $T_u \sim 0,1$ с на расстояниях $r < 5-10$ км наблюдается закон затухания, близкий к $r^{-1,5}$, в то же время на расстояниях, превышающих $r > 20-100$ км, наблюдается закон затухания, близкий к r^{-2} [14].

В модельных экспериментах по изучению закона затухания акустических волн в различных образцах геосред [15] имело место $T_u \sim 5 \cdot 10^{-5}$ с, $T_n \sim 10^{-6}$ с. Измерения проводились на расстояниях $r \sim 1,4-14$ см. При $\tau=10^{-5}$ с имеем следующие значения параметров: $c \approx \tau \sim 3$ см, $T_n^2 f \sim 10^{-2}$ см, $T_u^2 f \sim 25$ см. Это означает, что в рассматриваемом интервале расстояний должен наблюдаться закон затухания $r^{-1,5}$, что в основном и подтвердили эксперименты. Существующие отклонения от этого закона могут быть объяснены тем, что для различных геосред характерные времена релаксации могут значительно различаться, поэтому на фиксированном интервале расстояний могут наблюдаться различные законы затухания. Кроме того, для таких пористых сред, как туфы, необходимо принимать во внимание нелинейность среды.

Рассмотренные примеры показывают, что на характер распространения волн существенное влияние оказывают дисперсионно-диссипативные свойства геосред и режим излучения.

Таким образом, при анализе распространения объемных акустических волн в дисперсионно-диссипативных средах получены следующие результаты. Функция Грина для указанных задач может быть представлена в сепарабельном виде, когда разделены факторы, определяемые геометрией задачи и неидеальными свойствами среды. На основе представлений об экспоненциальной релаксации получено простое выражение для фактора $I(t, x)$, определяющего дисперсионно-диссипативные свойства геосред. Установлено, что наличие диссипации в среде приводит к асимптотической универсальности профилей скорости и давления объемных волн на больших расстояниях от источника. Форма профилей определяется только геометрией задачи. Определены законы затухания для волн различной симметрии. В частности, амплитуда скорости в цилиндрической волне затухает по закону $r^{-5/4}$ при $r \gg T_u^2$. С использованием результатов, полученных для сферической волны, показано, что экспериментальные данные по затуханию Р-волн как в «ближней», так и в «дальней» зонах излучения могут с единой позиции быть объяснены в рамках представлений о линейной неупругости среды. Для правильной интерпретации экспериментальных данных по затуханию важно учитывать как режим излучения, так и неидеальность среды, поскольку в зависимости от рассматриваемого интервала расстояний закон затухания, например, сферических волн, может меняться в пределах от r^{-1} до r^{-2} .

ЛИТЕРАТУРА

1. Аки К., Ричардс П. Количественная сейсмология: Теория и методы. Т. 1. М.: Мир. 1983. 519 с.
2. Каган С. Я. Краткий обзор теории поглощения сейсмических волн // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1966. С. 3-28.
3. Бленд Д. Теория линейной вязкоупругости. М.: Мир. 1965. 199 с.
4. Азими Ш. А., Калинин А. В., Калинин В. В., Пивоваров Б. Л. Импульсные и переходные характеристики сред с линейными и квадратичными законами поглощения // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1968. № 2. С. 42-54.
5. Седов Л. И. Механика сплошной среды. Т. 2. М.: Наука. 1970. 568 с.
6. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
7. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.
8. Вайнштейн Л. А. Распространение импульсов // Успехи физ. наук. 1976. С. 118. № 2. С. 339-367.
9. Гуревич Г. И. Деформируемость сред и распространение сейсмических волн. М.: Наука. 1974. 483 с.
10. Мишина А. П., Проскураков И. В. Высшая алгебра: Линейная алгебра, многочлены, общая алгебра. М.: Наука. 1965. 300 с.
11. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 1. М.: Изд-во иностр. лит. 1958. 930 с.
12. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 3. Механика сплошных сред. М.: ОГИЗ. Гостехиздат. 1944. 624 с.
13. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Наука. 1970. 336 с.
14. Механический эффект подземного взрыва. М.: Наука. 1971. 224 с.
15. Роден Г. Неупругие процессы в сейсмических волнах при подземных взрывах // Нелинейные волновые процессы. М.: Мир. 1987. С. 139-230.

Москва

Поступила в редакцию
15.V.1986