МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 · 1988

УДК 531.8

ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ШАГАЮЩЕГО АППАРАТА С МИНИМАЛЬНЫМИ ТЕПЛОВЫМИ ПОТЕРЯМИ

БИГИЛЬДЕЕВ С. И., ГОЛУБЕВ Ю. Ф.

В публикуемой работе исследуется задача определения оптимальных периодических режимов поступательного движения корпуса электромеханического шагающего аппарата с невесомыми и безынерционными ногами. За критерий качества принята потеря тепловой энергии в двигателях ног. Численно построены оптимальные периодические движения центра масс шестиногого аппарата, способного передвигаться походками «трешки» и «галоп». Показано, что полученные режимы движения реализуемы при передвижении аппарата по плоскости с коэффициентом трения 0,4 и снижают тепловые потери на 30–40% в сравнении с равномерным и прямолинейным движением при оптимальном распределении реакций. Даны практические рекомендации по организации движения центра масс аппарата.

1. Задача оптимального управления о поиске законов движения шагающего аппарата, минимизирующих тепловые потери, существенно осложнена большим числом степеней свободы соответствующей механической системы и необходимостью учета особенностей взаимодействия концов ног с несущей поверхностью. В настоящее время отсутствуют эффективные методы поиска решения задач такого класса. Принятое в данной работе на начальном этапе исследований предположение о том, что ноги шагающего аппарата не имеют массы, позволило достаточно оперативно построить численный алгоритм определения оптимальных траекторий в рассматриваемой задаче и сформулировать общие рекомендации для рационального выбора программного движения робота.

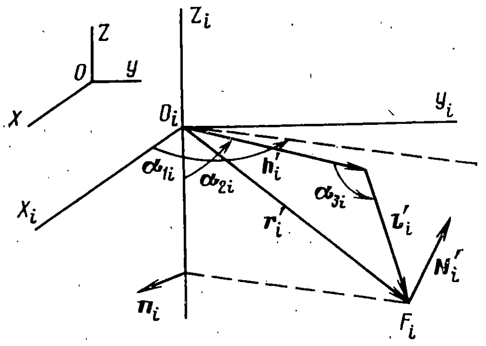
Рассматривается поступательное движение корпуса аппарата по отношению к инерциальной системе координат $OXYZ$. Ось OX этой системы ориентирована в направлении движения шагающего аппарата, OZ — направлена в сторону, противоположную действию силы тяжести, а OY дополняет систему координат до правой.

Корпус аппарата представляет собой абсолютно твердое тело веса P, к которому крепятся n невесомых и безынерционных ног. Каждая нога состоит из двух стержней: бедра и голени, положение которых определено векторами $\mathbf{h}_i'$ и $\mathbf{l}_i'$ $(i=\overline{1, n})$. Указанные стержни соединены одностепенным шарниром, ось которого перпендикулярна плоскости ноги, образованной векторами $\mathbf{h}_i'$ и $\mathbf{l}_i'$. Бедро крепится к корпусу аппарата двухстепенным шарниром в точке подвеса O_i. Положение ноги относительно корпуса задается углами α_{1i}, α_{2i}, α_{3i} (фиг. 1). Угол α_{1i} характеризует поворот плоскости ноги относительно оси O_iZ_i, параллельной OZ и жестко связанной с корпусом аппарата. Углы α_{2i} и α_{3i} задают повороты в плоскости ноги соответственно: бедра — относительно корпуса и голени — относительно бедра.

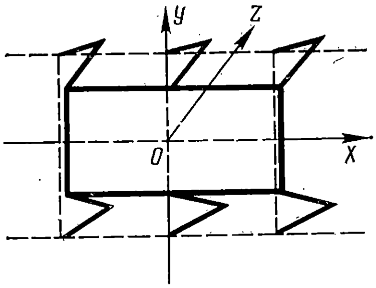
Примем, что изменение каждого из углов α_{ji} $(j=\overline{1, 3};\ i=\overline{1, n})$ осуществляется электрическим двигателем постоянного тока с сопротивлением якоря R_{ji}. Предположим, что в фазе опоры контакт ноги с поверхностью имеет место в одной точке.

Уравнения движения для рассматриваемой модели шагающего аппарата будут иметь вид (здесь и всюду далее суммирование производится по индексу суммирования в пределах от 1 до n):

$$\Sigma \mathbf{N}_i' = P\mathbf{r}''/G + \mathbf{P}, \quad \Sigma[\boldsymbol{\rho}_i' \times \mathbf{N}_i'] = 0 \tag{1.1}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

где $\mathbf{r}'=(x', y', z')$ — радиус-вектор центра масс в системе $OXYZ$, $\mathbf{P}=(0, 0, P)$, ρ_i' — радиус-вектор, направленный из центра масс аппарата в точку опоры соответствующей ноги, $\mathbf{N}_i'$ — реакция в точке опоры, G — ускорение свободного падения; точкой сверху обозначаются производные по времени.

Пусть шаговый цикл походки аппарата задается последовательностью опорных многоугольников, периодом походки T' [1] и длиной шага H, равной перемещению центра масс шагающего аппарата вдоль оси OX за период. Смена опорных многоугольников предполагается мгновенной. Она определяется следовым расписанием [1]. Следовое расписание задается в зависимости от значений проекции центра масс на ось OX. Потребуем, чтобы в начале и конце цикла походки координаты центра масс аппарата y' и z' и все компоненты скорости принимали соответственно равные заданные значения.

Тепловую мощность, выделяющуюся в приводах ног, будем рассчитывать по формуле [2] (I_{ji} — ток якоря соответствующего двигателя):

$$W'=\sum\left(\sum_{j=1}^{3} R_{ji}I_{ji}'^2\right)$$

Пусть управление работой каждого двигателя осуществляется с помощью изменения тока в обмотке якоря. Тогда в самом общем случае система уравнений динамики двигателя будет состоять из уравнения моментов и уравнения для электромагнитного момента [3].

При отсутствии инерционности привода и сил трения должно быть выполнено условие равенства электромагнитного момента и момента внешней нагрузки. Для двигателя с постоянным потоком возбуждения [4, 5] электромагнитный момент пропорционален току якоря. Таким образом, получим $I_{ji}'=C_{ji}M_{ji}'$ ($i=\overline{1, n}$; $j=\overline{1, 3}$), где M_{ji}' — момент внешней нагрузки, C_{ji} — коэффициент пропорциональности, зависящий от числа пар полюсов двигателя, числа активных проводников и параллельных ветвей обмотки якоря, а также от потока возбуждения.

Примем, что $C_{ij}=C$, $R_{ji}=R$ для всех $i=\overline{1, n}$; $j=\overline{1, 3}$. Пренебрегая зависимостью сопротивления R от температуры, суммарные тепловые потери Q' за период T' будем вычислять по формуле

$$Q'=\int_0^{T'} W'\,dt'=RC^2\int_0^{T'} \Sigma(\Sigma M_{ji}'^2)\,dt'$$

Задавая последовательность опорных многоугольников, период T', длину шага H, следовое расписание $x_1', \ldots, x_k'$, найдем периодическое движение центра масс аппарата, при котором достигается минимум суммарных тепловых потерь Q' при заданных следовых колеях [1].

2. Перейдем к безразмерным величинам. Для этого в качестве характерных параметров задачи выберем сопротивление R, коэффициент пропорциональности C, вес аппарата P, длину шага H и ускорение свободного падения G. Для размерных величин будем использовать обозначения со штрихами, а для соответствующих безразмерных величин — без штрихов. Укажем связь между размерными и безразмерными величинами: $W'=RC^2P^2H^2W$, $T'=(H/G)^{1/2}T$, $Q'=RC^2P^2H^2(H/G)^{1/2}Q$, $t'=(H/G)^{1/2}t$, $\mathbf{r}'^{\cdot\cdot}=G\mathbf{r}^{\cdot\cdot}$, $\mathbf{r}'^{\cdot}=(HG)^{1/2}\mathbf{r}^{\cdot}$, $\mathbf{r}'=H\mathbf{r}$, $\boldsymbol{\rho}_i'=H\boldsymbol{\rho}_i$, $\mathbf{l}_i'=H\mathbf{l}_i$, $\mathbf{h}_i'=H\mathbf{h}_i$, $x_m'=Hx_m$, $M_{ji}'=PHM_{ji}$ $(j=\overline{1,3};\ i=\overline{1,n};\ m=\overline{1,k})$.

Уравнения движения (1.1) запишем в виде

$$\Sigma\mathbf{N}_i=\mathbf{r}^{\cdot\cdot}+\mathbf{e}_3,\quad \Sigma\mathbf{N}_iA_i=0 \tag{2.1}$$

где A_i — матрицы 3×3, элементы которых составлены из координат вектора $\boldsymbol{\rho}_i$, $\mathbf{e}_3=(0,\ 0,\ 1)$.

Моменты внешних нагрузок определим из соотношений [1]:

$$M_{1i}=\mathbf{r}_i[\mathbf{e}_3\times\mathbf{N}_i]^T,\quad M_{2i}=\mathbf{r}_i[\mathbf{n}_i\times\mathbf{N}_i]^T,\quad M_{3i}=\mathbf{l}_i[\mathbf{n}_i\times\mathbf{N}_i]^T \tag{2.2}$$

где $\mathbf{r}_i=\mathbf{h}_i+\mathbf{l}_i$ — вектор, направленный из точки подвеса в точку опоры i-й ноги, $\mathbf{n}_i$ — единичный вектор, перпендикулярный плоскости ноги $(i=\overline{1,n})$ (фиг. 1); индекс T означает транспонирование.

Запишем уравнения (2.2) в матричном виде: $\mathbf{M}_i=(M_{1i},\ M_{2i},\ M_{3i})=\mathbf{N}_i\delta_i$, где δ_i — матрицы 3×3, элементы которых зависят от координат центра масс аппарата, параметров корпуса и ног, координат точек опоры.

Элементы матрицы δ_i вырождаются, когда вектор $\mathbf{r}_i$ коллинеарен вектору ускорения свободного падения (точка опоры расположена под точкой подвеса) или когда нога полностью согнута или выпрямлена в коленном шарнире $(\sin\alpha_{3i}=0)$. В дальнейшем будем предполагать, что во все времена движения ни одно из перечисленных условий вырождения матриц $\delta_i(i=\overline{1,\ n})$ не выполняется.

Для определения $\mathbf{r}$ и реакций в точках опоры получим следующую задачу Лагранжа [6]:

$$Q=\int_0^T W[\mathbf{r}(t),\mathbf{N}_1(t),\ldots,\mathbf{N}_n(t)]\,dt\to\min\nolimits_{\mathbf{r},\mathbf{N}_1,\ldots,\mathbf{N}_n} \tag{2.3}$$

с дифференциальной связью и ограничениями на управления $\mathbf{N}_1,\ \mathbf{N}_2,\ldots,\mathbf{N}_n$ в виде равенств (2.1), а также краевыми условиями:

$$t=0:\ \mathbf{r}=\mathbf{a},\ \mathbf{r}^{\cdot}=\mathbf{v} \tag{2.4}$$

$$t=T:\ \mathbf{r}=\mathbf{a}+\mathbf{e}_1,\ \mathbf{r}^{\cdot}=\mathbf{v}$$

где $\mathbf{e}_1=(1,\ 0,\ 0)$, $\mathbf{a}^1=(a_1,\ a_2,\ a_3)$, $\mathbf{v}=(v_1,\ v_2,\ v_3)$ — заданные величины.

Функция $W=\Sigma\mathbf{N}_i\delta_i^{-1}(\mathbf{N}_i\delta_i^{-1})^T$ — положительно-определенная квадратичная форма относительно реакций. При значениях x, задающих момент смены состава опорных ног, функция W терпит разрывы первого рода из-за того, что замена одного опорного многоугольника другим предполагается мгновенной.

3. Для каждого фиксированного момента времени задача (2.3) поиска реакций $\mathbf{N}_i$, удовлетворяющих ограничениям (2.1), представляет собой задачу выпуклого программирования [6] и имеет следующее решение:

$$\mathbf{N}_i=\mathbf{u}\Delta^{-1}D_i\delta_i \tag{3.1}$$

$$D_i=\delta_i^T-(\Sigma\delta_j^T\delta_jA_j)(\Sigma A_j^T\delta_j^T\delta_jA_j)^{-1}A_j^T\delta_j^T$$

$$\Delta=\Delta(\mathbf{r})=\Sigma D_iD_i^T \tag{3.2}$$

$$\mathbf{u}=\mathbf{r}^{\cdot\cdot}+\mathbf{e}_3 \tag{3.3}$$

Из представления матрицы Δ в виде (3.2) следует, что она является неотрицательной симметрической матрицей. Аналогично доказательству критерия Сильвестра можно показать [7], что в случае расположения точек опоры ног не на прямой матрица Δ определена строго положительно. Поэтому, чтобы избежать вырождения матрицы Δ, точки опоры будем выбирать так, чтобы не все из них принадлежали одной прямой.

Подставим в выражение для минимизируемого функционала (2.3) оптимальное распределение реакций (3.1). После преобразований получим следующую задачу относительно $\mathbf{r}$:

$$Q=\int_0^T \mathbf{u}\Delta^{-1}\mathbf{u}^T\,dt\to\min_{\mathbf{r}}$$

При этом функция $\mathbf{r}$ должна удовлетворять краевым условиям (2.4), а вектор $\mathbf{u}$ задается соотношением (3.3).

Экстремали сформулированной задачи удовлетворяют уравнениям Эйлера $d^2(2\mathbf{u}\Delta^{-1})/dt^2=\mathbf{f}$, $\mathbf{f}=\mathrm{grad}_{\mathbf{r}}(\mathbf{u}\Delta^{-1}\mathbf{u}^T)$.

Для численного построения экстремалей $\mathbf{r}=\mathbf{r}(t)$ используем метод последовательных приближений Пикара [8]. Уравнение Эйлера представим в интегральной форме (η_1 и η_2 — постоянные интегрирования):

$$\mathbf{u}=-\frac{1}{2}\Delta\left[\int_0^T \mathbf{f}(\tau)(t-\tau)\,d\tau+(T-t)\eta_1+\eta_2\right] \tag{3.4}$$

С учетом краевых условий (2.4) для момента времени $t=0$ запишем уравнения (3.3) в виде

$$\mathbf{r}=\mathbf{a}+\mathbf{v}t-\frac{1}{2}\mathbf{e}_3t^2+\int_0^T \mathbf{u}(\tau)(t-\tau)\,d\tau \tag{3.5}$$

Из оставшихся краевых условий и зависимостей (3.5) найдем

$$\mathbf{v}T-\frac{1}{2}\mathbf{e}_3T^2+\int_0^T \mathbf{u}(\tau)(T-\tau)\,d\tau=\mathbf{e}_1,\qquad \int_0^T \mathbf{u}(\tau)\,d\tau=T\mathbf{e}_3$$

После подстановки в эти формулы вместо $\mathbf{u}$ его выражения из (3.4) получим следующую систему уравнений для определения постоянных векторов η_1, η_2:

$$\eta B+\mathbf{b}=0,\qquad \eta=(\eta_1,\ \eta_2),\qquad \mathbf{b}=(\mathbf{b}_1,\ \mathbf{b}_2)$$

$$B=\int_0^T \left\|\begin{matrix}(T-t)^2\Delta & (T-t)\Delta\\ (T-t)\Delta & \Delta\end{matrix}\right\|dt \tag{3.6}$$

$$\mathbf{b}_1=2\mathbf{e}_1+T^2\mathbf{e}_3+\int_0^T\left[\int_0^t \mathbf{f}(\tau)(t-\tau)(T-t)\Delta\,d\tau\right]dt-2T\mathbf{v}$$

$$\mathbf{b}_2=2T\mathbf{e}_3+\int_0^T\left[\int_0^t \mathbf{f}(\tau)(t-\tau)\Delta\,d\tau\right]dt,\qquad \Delta=\Delta[\mathbf{r}(t)]$$

Из определения матрицы B в силу неравенства Коши — Буняковского следует, что для всякого вектора $\xi=(\xi_1,\ \xi_2)$ с линейно независимыми векторами ξ_1 и ξ_2 в качестве компонент выполняется строгое неравенство

$$\xi B\xi^T=\int_0^T[\xi_1\Delta\xi_1^T(T-t)^2+2\xi_1\Delta\xi_2^T(T-t)+\xi_2\Delta\xi_2^T]\,dt>$$

$$>\int_0^T[(\xi_1\Delta\xi_1^T)^{1/2}(T-t)-(\xi_2\Delta\xi_2^T)^{1/2}]^2\,dt\geqslant 0$$

Но и в случае линейной зависимости ξ_1 и ξ_2, если $\xi_1 \neq 0$, $\beta=\mathrm{const}$, $\xi_2=\beta\xi_1$ будем иметь

$$\xi B \xi^T = \int_0^T \xi_1 \Delta \xi_1^T (T-t+\beta)^2 \, dt > 0$$

Следовательно, матрица B определена строго положительно и $\eta=-\mathbf{b}B^{-1}$. Таким образом, если известно m-е приближение $\mathbf{r}^{(m)}=\mathbf{r}^{(m)}(t)$, $\mathbf{u}^{(m)}=\mathbf{u}^{(m)}(t)$, то по формулам (3.4) и (3.5) можно построить следующее приближение, предварительно вычислив постоянные вектор $\mathbf{b}$, матрицу B и вектор $\eta=(\eta_1, \eta_2)$ по соотношениям (3.6) и $\eta=-\mathbf{b}B^{-1}$.

4. Предположим, что аппарат имеет шесть одинаковых ног и может перемещаться походкой трешки или походкой галоп [1] по горизонтальной плоскости, совпадающей с плоскостью OXY системы координат $OXYZ$. Точки подвеса ног лежат в одной плоскости и расположены по двум сторонам прямоугольника, параллельным оси OX во все время движения. Для ног одной стороны следовые колеи, представляющие собой прямые линии, совпадают, а расстояния между точками подвеса, так же как и между опорными точками,— одинаковы. Следовые колеи левой и правой сторон параллельны оси OX и расположены по обе стороны от нее на одинаковом расстоянии.

Для используемого здесь численного метода существенное значение имеет выбор начального приближения, а также краевых условий: опорного многоугольника и векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{v}$, т. е. того состояния, в которое аппарат должен неизменно возвращаться через период безразмерного времени T.

Рассмотрим опорный прямоугольник, в котором точки опоры расположены симметрично, как показано на фиг. 2. Положение шагающего аппарата, при котором центр масс расположен над точкой пересечения диагоналей указанного опорного прямоугольника, а все точки подвеса одинаково удалены от плоскости OXY, будем называть стандартной конфигурацией. Из соображений симметрии естественно ожидать, что в этом положении для оптимальных режимов движения центра масс вектор скорости $\mathbf{r}^{\cdot}$ будет коллинеарен оси OX.

Первое приближение метода Пикара задавалось формулами:

$$u_1=6(v_1T-1)(2t-T)/T^3, \quad u_2=0, \quad u_3=1 \tag{4.1}$$

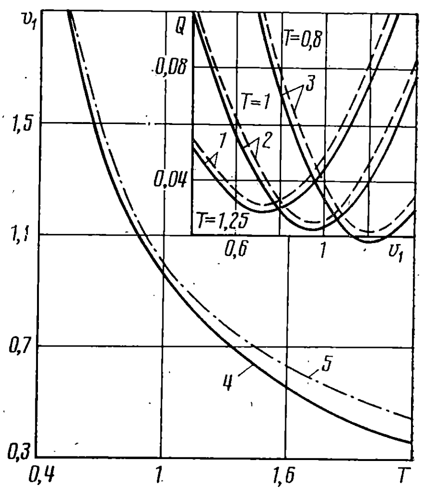
$$x=(v_1T-1)(2t-3T)t^2/T^3+tv_1, \quad y=0, \quad z=a_3$$

что соответствует при $v_1=1/T$ равномерному и прямолинейному движению, энергетика которого исследовалась в [9, 10]. За начало (конец) шагового цикла была принята стандартная конфигурация. Числовые значения безразмерных параметров были выбраны следующим образом: $\mathbf{r}(0)=\mathbf{a}=(0;\ 0;\ 0,14)$, $v_2=v_3=0$. Координаты точек подвеса O_i и соответствующих точек опоры ног F_i $(i=\overline{1,6})$ в стандартной конфигурации при $t=0$: $O_1(1;\ 1;\ a_3)$, $O_2(1;\ -1;\ a_3)$, $O_3(0;\ 1;\ a_3)$, $O_4(0;\ -1;\ a_3)$, $O_5(-1;\ 1;\ a_3)$, $O_6(-1;\ -1;\ a_3)$, $F_1(1;\ 1,3;\ 0)$, $F_2(1;\ -1,3;\ 0)$, $F_3(0;\ 1,3;\ 0)$, $F_4(0;\ -1,3;\ 0)$, $F_5(-1;\ 1,3;\ 0)$, $F_6(-1;\ -1,3;\ 0)$. Длина голени $l_i=1,15$, длина бедра $h_i=1$ $(i=\overline{1,6})$. Смена опорных многоугольников осуществлялась при $x=x_j$, где $j=\overline{1,4}$: $x_1=0,33$; $x_2=0,4$; $x_3=0,6$; $x_4=0,67$ — для походки трешки и $j=\overline{1,6}$: $x_1=0,2$; $x_2=0,35$, $x_3=0,45$, $x_4=0,55$; $x_5=0,65$; $x_6=0,8$ — для походки галоп.

Оптимальные режимы движения центра масс строились численно для различных фиксированных значений двух безразмерных параметров: периода походки T и компоненты v_1 скорости аппарата в стандартной конфигурации.

Процесс построения последовательных приближений завершался, когда абсолютная величина разности значений тепловых потерь Q для двух соседних приближений не превышала заданной точности. При этом тепловые потери снижались на 30—40% в сравнении с первым приближением (4.1).

На фиг. 3 показано изменение тепловых потерь Q оптимальных режимов движения в зависимости от параметра v_1 для различных значений T (кривые *1—3*). При этом сплошные кривые соответствуют походке трешки, а штриховые — походке галоп. Видно, что каждому значению периода T соответствует оптимальная скорость $v_1=v_1^\circ(T)$, при которой потери Q минимальны. С уменьшением T уменьшается и минимум Q. Отметим также, что значение v_1° (кривая *4*) несколько меньше средней скорости $1/T$ (кривая *5*) и одинаково для обеих походок.



Фиг. 3

С точки зрения рассматриваемого здесь критерия качества наибольший интерес представляют оптимальные режимы движения со значениями параметра $v_1\approx v_1^\circ$. Дальше дается описание характерных особенностей таких движений. Приведены графики проекций ускорения и скорости центра масс шагающего аппарата на оси OX и OZ в зависимости от координаты x в пределах одного шага. Перемещения центра масс вдоль оси OY оказываются незначительными, так как $\max_x|z^{\cdot\cdot}|\sim\max_x|x^{\cdot\cdot}|\sim10^2\max_x|y^{\cdot\cdot}|$. Графики, относящиеся к походке галоп, изображены на фиг. 4, к походке трешки,— на фиг. 5.

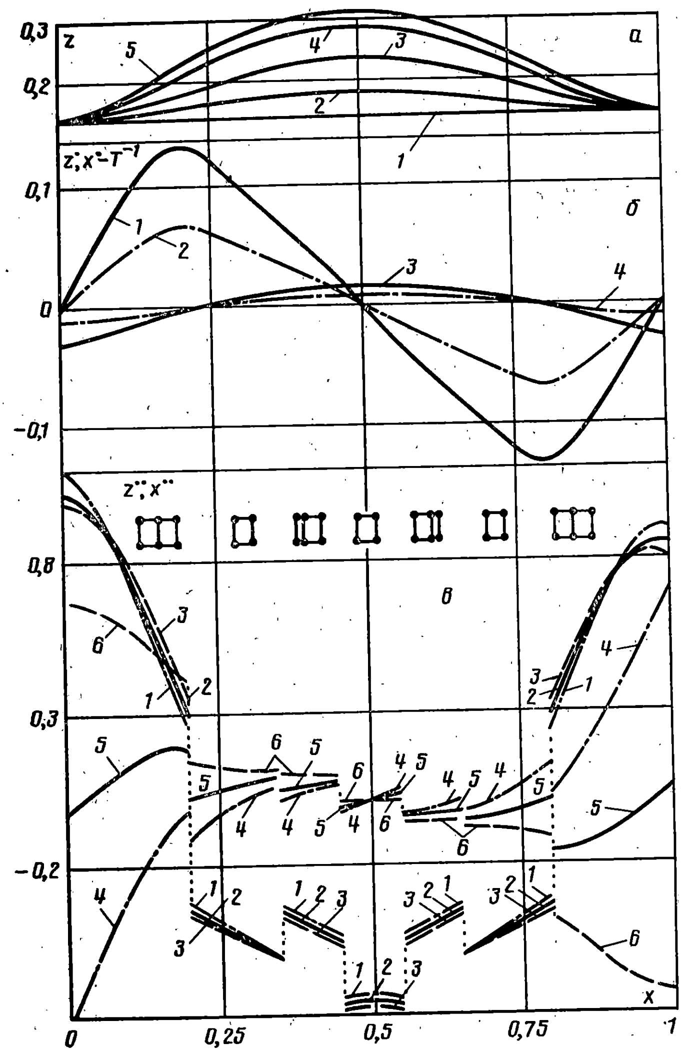
На фиг. 4, *а* и 5, *а* изображены траектории движения центра масс в вертикальной плоскости. Вид этих траекторий существенно зависит от периода T. Кривая *1* рассчитана для $T=0{,}2$ ($v_1=5$), *2* — $T=1$ ($v_1=0{,}97$), *3* — $T=1{,}6$ ($v_1=0{,}525$), *4* — $T=2$ ($v_1=0{,}4$), *5* — $T=2{,}2$ ($v_1=0{,}25$). Все траектории имеют максимум высоты, который приходится на середину шага. При малых T центр масс практически остается на одной высоте и движение близко к прямолинейному, с увеличением T максимум высоты растет.

Рассмотрим графики скорости $z^\cdot$ (фиг. 4, *б*, 5, *б*, кривые *1*, *2*) и отклонения скорости $x^\cdot$ от ее среднего значения $1/T$ (фиг. 4, *б*, 5, *б*, кривые *3*, *4*). Сплошные кривые получены при $T=1$; $v_1=0{,}97$, а штрихпунктирные — при $T=0{,}5$; $v_1=1{,}99$. Максимум горизонтальной скорости приходится на фазы с наименьшим числом ног в опоре, а минимум — на положения вблизи стандартной конфигурации. При этом, чем ближе значение параметра v_1 к v_1°, тем ближе минимум скорости $x^\cdot$ к скорости в стандартной конфигурации.

На фиг. 4, *в* и 5, *в* приведены графики вертикального (кривые *1—3*) и горизонтального (кривые *4—6*) ускорений для $v_1=2{,}03>v_1^\circ$ (штрихпунктирные линии), $v_1=1{,}99\approx v_1^\circ$ (сплошные линии) и $v_1=1{,}95<v_1^\circ$ (штриховые линии) при $T=0{,}5$. Разрывы кривых соответствуют моментам смены состава опорных ног. Над графиками схематично изображены опорные многоугольники.

Видно, что максимальные разгоны и торможения аппарата в горизонтальном направлении происходят вблизи стандартной конфигурации. При этом, чем значение параметра v_1 ближе к v_1°, тем меньше $\max_x|x^{\cdot\cdot}|$. Максимальные ускорения в вертикальном направлении также приходятся на положения аппарата в стандартной конфигурации. Минимального значения $z^{\cdot\cdot}$ достигает тогда, когда в фазе опоры состоит наименьшее число ног для данной походки.

В целом, аппарат как бы стремится задержаться вблизи стандартной конфигурации, чтобы с большей скоростью и с небольшими значениями суммы опорных реакций преодолеть участки с меньшим числом ног в опоре.

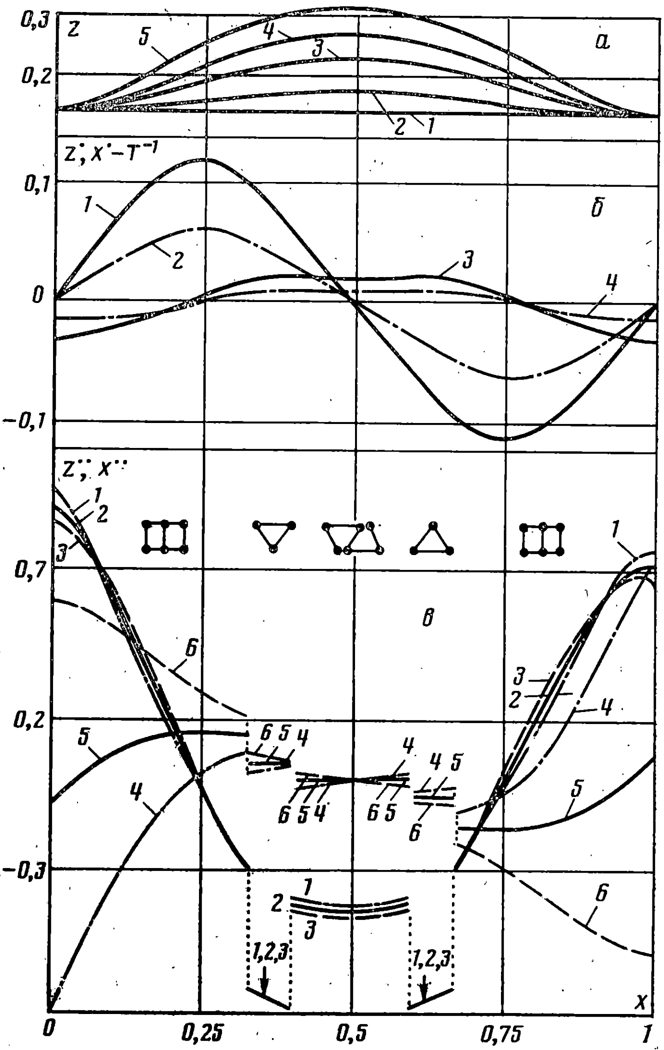


Фиг. 4

Для реализации какого-либо движения шагающего аппарата необходимо, чтобы реакции в опорах ног не выходили за конусы трения. В этом смысле предпочтительным является тот режим движения, для которого требуемый коэффициент трения (минимальный коэффициент трения, достаточный для осуществления заданного движения аппарата) меньше. Зависимость требуемого коэффициента трения от параметра v_1, как и зависимость тепловых потерь Q от v_1 (фиг. 3), имеет параболический вид. Для оптимальных режимов требуемый коэффициент трения будет минимальным при $v_1 \approx v_1^\circ$. Ниже приведены значения требуемых коэффициентов трения походки трешки K_1 и походки галоп K_2 для различных значений параметров T и $v_1 \approx v_1^\circ$. Для сравнения отметим, что коэффициент сцепления шин автомобиля с сухим булыжным покрытием составляет 0,4–0,7, а с сухим бетонным или асфальтовым покрытием – 0,5÷0,8 [11]:

T	0,50	0,80	1,00	1,25	1,60	2,00
v_1	1,97	1,20	0,95	0,7	0,55	0,45
K_1	0,40	0,38	0,37	0,36	0,35	0,35
K_2	0,41	0,40	0,39	0,37	0,35	0,32

Проиллюстрируем полученные решения на конкретных задачах. Примем $G=9{,}8$ м/с², длину шага $H=2$ м, а безразмерное время его выполнения $T=1$. В соответствии с кривой 3 на фиг. 4, б и 5, б скорось аппарата в направлении движения x'^2 будет изменяться от 4,28 до 4,50 м/с. Среднее значений этой скорости $v_* \approx 4{,}42$ м/с. Диапазон изменения скорости по вер-



Фиг. 5

тикали $z^{\cdot\cdot}$ составляет от $-0{,}55$ до $0{,}55$ м/с (см. фиг. 4, *б* и 5, *б*, кривые *1*). Колебания центра масс в вертикальном направлении будут около 0,1 м: $0{,}28$ м$\leqslant z'\leqslant 0{,}35$ м (см. фиг. 4, *а*, 5, *а*, кривые *2*).

Если $T=2$, т. е. аппарат должен двигаться в два раза медленнее, то аналогичным способом получим: $1{,}78$ м/с$\leqslant x^{\cdot\cdot}\leqslant 2{,}50$ м/с; $v_* \sim 2{,}22$ м/с; $-0{,}97$ м/с$\leqslant z^{\cdot\cdot}\leqslant 0{,}97$ м/с, $0{,}28$ м$\leqslant z'\leqslant 0{,}54$ м. Диапазоны изменения составляющих скорости при этом значительно возрастают, а колебания центра масс по вертикали составляют 0,25 м.

На основании проведенных численных исследований можно сделать следующие выводы о режимах движения, отвечающих минимальным тепловым потерям в электрических приводах ног.

Прямолинейное и равномерное движение не является энергетически оптимальным.

Оптимальные траектории движения имеют один максимум высоты, приходящийся на половину горизонтального расстояния между положениями центра масс в соседних стандартных конфигурациях. Этот максимум высоты растет с увеличением периода походки.

Каждому значению периода походки соответствует некоторое оптимальное значение $v_1{}^{\circ}$ скорости аппарата v_1 в стандартной конфигурации, при котором тепловые потери минимальны. Скорость $v_1{}^{\circ}$ характеризуется также тем, что при $v_1 \approx v_1{}^{\circ}$ требуемый коэффициент трения принимает практически вполне реализуемое значение, близкое к минимальному по сравнению с оптимальными режимами, соответствующими другим значениям v_1.

Наиболее выгодными являются такие законы движения, при которых максимальные ускорения аппарата приходятся на моменты наибольшей симметрии в конфигурации ног и в расположении центра масс по отношению к опорным точкам и особенно, когда в состоянии опоры находится максимальное число ног. Такие фазы преодолеваются с минимальной горизонтальной скоростью. В фазах с минимальным числом ног в опоре для данной походки движение должно соответствовать наименьшим значениям суммы опорных реакций. При этом горизонтальная скорость максимальна. С увеличением периода походки диапазон между минимальной и максимальной скоростями возрастает.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Охоцимский Д. Е., Голубев Ю. Ф.* Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата. М.: Наука. 1984. 310 с.
2. *Костенко М. П., Пиотровский Л. М.* Электрические машины. Ч. 1. М.: Энергия. 1964. 548 с.
3. *Бутковский А. Г., Черкашин А. Ю.* Оптимальное управление электромеханическими устройствами постоянного тока. М.: Энергия. 1972. 111 с.
4. *Платонов А. К., Кугушев Е. И., Ярошевский В. С.* Уравнения движения электромеханического привода для робототехнических систем // Информационные и управляющие системы роботов/Под ред. Д. Е. Охоцимского. М.: Ин-т прикл. математики АН СССР. 1982. С. 38—45.
5. *Андреев В. П., Сабинин Ю. Л.* Основы электропривода. М.: Л.: Госэнергоиздат. 1963. 772 с.
6. *Алексеев В. М., Тихомиров В. М., Фомин С. В.* Оптимальное управление. М.: Наука. 1979. 429 с.
7. *Воеводин В. В.* Линейная алгебра. М.: Наука. 1974. 336 с.
8. *Демидович Б. П., Марон И. А., Шувалова Э. З.* Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные уравнения. М.: Физматгиз. 1962. 367 с.
9. *Александров А. М., Зацепин М. Ф., Новожилов И. В., Тубеев Ш. Х.* К оценке энергетических затрат на ходьбу шестиногого шагающего аппарата // Тр. Моск. энерг. ин-та. 1981. Вып. 515. С. 3—9.
10. *Охоцимский Д. Е., Платонов А. К., Лапшин В. В.* Исследование энергетики движения шестиногого шагающего аппарата: Препринт № 123. М.: Ин-т прикл. матем. АН СССР. 1981. 27 с.
11. *Крагельский И. В., Виноградова И. Э.* Коэффициенты трения. М.: Машгиз. 1955. 188 с.

Москва

Поступила в редакцию
3.III.1986