**МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 · 1988**

УДК 531.36

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОЛЬНО ИЗБЫТОЧНОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ БЕСПЛАТФОРМЕННОЙ АСТРОИНЕРЦИАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

КАРПАЧЕВ Ю. А.

Задача оптимизации информационно-измерительной структуры бесплатформенной астроинерциальной навигационной системы сводится к выбору оптимальной ориентации осей чувствительности измерительных приборов. Показано, что минимизация квадрата ошибки измерений векторных величин требует ориентирования осей чувствительности соответствующих этому вектору однокоординатных измерительных приборов по направлениям боковых ребер правильной многогранной пирамиды. Минимизация объема вычислений требует равенства количества боковых ребер этой пирамиды наименьшему (равному или большему трех) делителю числа измерительных приборов и совмещения высоты пирамиды с одной из координатных осей вычислительного базиса. Приведены примеры оптимизации минимально избыточных структур измерения как инерциальных, так и позиционных векторов.

1. Информационно-измерительная структура бесплатформенной астроинерциальной навигационной системы (БНС) определяется типом, количеством и ориентацией осей чувствительности измерительных приборов, по показаниям которых в жестко связанной с телом правой ортогональной системе координат $Ox_1x_2x_3$ (вычислительном базисе Ox) определяются кинематические параметры движения этого базиса в инерциальном пространстве.

С точки зрения аппаратурной реализации информационно-измерительная структура БНС состоит из модулей инерциального измерения вращательного движения базиса Ox (вектора абсолютной угловой скорости ω, или интеграла от ω — вектора ψ), поступательного движения (вектора кажущегося ускорения W, или его интеграла — вектора кажущейся скорости V) и астромодуля, определяющего ориентацию осей визирования опорных астроориентиров (позиционных ортов λ) в базисе Ox [1—3].

Для определения указанных векторов в каждом из упомянутых модулей БНС используются обычно однокоординатные измерительные приборы. Выходной сигнал такого прибора пропорционален проекции измеряемого им вектора на ось чувствительности прибора, ориентация которой независимо от движения основания строго фиксирована относительно последнего (двухстепенные гироскопические датчики угловой скорости, гироскопические интеграторы кажущегося ускорения, маятниковые ньютонометры с компенсационной отрицательной обратной связью, а также астропеленгаторы точечных источников излучения сканирующего типа [4, 5]).

Предъявляемые к системе высокие требования надежности требуют применения измерительных приборов в избыточном количестве, определяемом ресурсом и вероятностью безотказной работы БНС в целом. Появляющаяся в каждом из модулей при одновременной работе всех измерителей избыточность информации может быть использована для повышения точности измерения и вычисления кинематических параметров движущегося тела. Следовательно, целью оптимизации структуры БНС является выбор в каждом из упомянутых модулей системы оптимальной ориентации избыточного числа однокоординатных измерительных приборов.

В рассматриваемом здесь случае в отличие от [6], количество избыточных измерителей в каждом из модулей системы произвольно, учитываются инструментальные ошибки установки приборов относительно базиса Ox и целью оптимизации является не только повышение точности измерений, но также и максимальное упрощение вычислительных алгоритмов.

Итак, пусть u — один из инерциальных векторов ω, ψ, W или V, вычисляемых в базисе Ox по показаниям однокоординатных измерительных приборов, b_i — неподвижный в этом базисе орт оси чувствительности i-го измерителя, а s_i — проекция вектора u на орт b_i. Тогда при использовании $n\geqslant 3$ измерителей можно записать

$$Bu=s;\ u=(u_1,\ u_2,\ u_3)^T,\ s=(s_1,\ s_2,\ldots,\ s_n)^T \tag{1.1}$$

$$B=(b_{ij})=(d_1,\ d_2,\ d_3)=(b_1;\ b_2,\ldots,b_n)^T \tag{1.2}$$

$$d_i=Be_i,\quad b_i^Tb_i=1,\quad e_i^Te_i=\delta_{ij}\quad (i,\ j=\overline{1,\ 3})$$

Здесь B — матрица размера $n\times 3$ направляющих косинусов ортов b_i (матрица ориентации); d_i $(i=\overline{1,\ 3})$ — вектор-столбец матрицы B, e_i $(i=\overline{1,\ 3})$ — базисный орт системы координат Ox; δ_{ij} — символ Кронекера, T — символ транспонирования. Равенство (1.1) отражает статический характер измерения составляющих вектора u без учета динамических характеристик измерительных приборов. Варьируя (1.1), получим

$$B\delta u+\delta Bu=\delta s,\quad \delta b_i^Tb_i=0\quad (i=\overline{1,\ n}) \tag{1.3}$$

где δs — присущий измерителям случайный вектор возмущений, δB — матрица возмущений, обусловленных неточностью привязки ортов b_i к координатным плоскостям базиса Ox, а δu — вектор ошибки, порождаемый малыми возмущениями δs и δB.

Полагая ранг матрицы B полным (равным трем, что требует наличия в каждом из инерциальных модулей хотя бы трех измерителей, оси чувствительности которых некомпланарны и непараллельны друг другу), разрешим, следуя [7], уравнения (1.1), (1.3) относительно u и δu:

$$u=Ps,\quad \delta u=P(\delta s-\delta Bu) \tag{1.4}$$

$$P=G^{-1}B^T,\quad G=B^TB=(d_i^Td_j)\quad (i,\ j=\overline{1,\ 3})$$

$$G^{-1}=G^*/\Delta_G,\quad \Delta_G=\det G \tag{1.5}$$

Здесь G — симметричная матрица Грама размера 3×3; G^{-1} — матрица, обратная G; G^* — матрица, союзная G; Δ_G — определитель матрицы G (определитель Грама); P — оператор (матрица размера $3\times n$) отображения евклидова пространства R^n в пространство R^3 ортогонального базиса Ox, а BP — оператор (матрица размера $n\times n$) ортогонального проектирования вектора s на пространство столбцов матрицы B. Если матрица P осуществляет однозначное отображение вектора s пространства R^n в вектор u пространства R^3, то матрица B при $n>3$ такой однозначностью не обладает. Следовательно, вектору u можно сопоставить бесконечное множество векторов s за счет изменения ориентации осей чувствительности измерительных приборов. Представление u в виде (1.4), как известно [8], минимизирует квадрат ошибки вектора u (длину перпендикуляра, опущенного из конца вектора s на пространство столбцов матрицы B).

Зададим ориентацию орта b_i в базисе Ox углом склонения β_i, отсчитываемого в азимутальной плоскости относительно положительного направления оси Ox_1 и углом α_i, определяющего ориентацию азимутальной плоскости относительно координатной плоскости x_1Ox_2 (положительный угол α_i отсчитывается в плоскости x_2Ox_3 против часовой стрелки относительно оси Ox_2). Тогда для b_i можно записать

$$b_i=(\cos\beta_i,\ \cos\alpha_i\sin\beta_i,\ \sin\alpha_i\sin\beta_i)^T \tag{1.6}$$

$$(-\pi\leqslant\alpha_i\leqslant\pi,\quad 0\leqslant\beta_i\leqslant\pi,\quad i=\overline{1,\ n})$$

Определив малое возмущение орта b_i вариацией угла β_i и отсчитываемого в нормальном азимутальной плоскости направлении углом, $\delta\gamma_i$, для δb_i согласно (1.6) получим

$$\delta b_i = R_i \delta_i, \quad \delta_i = (\delta\beta_i, \delta\gamma_i)^T$$

$$R_i = \begin{bmatrix} -\sin\beta_i & \cos\alpha_i\cos\beta_i & \cos\beta_i\sin\alpha_i \\ 0 & \sin\alpha_i & -\cos\alpha_i \end{bmatrix}^T \tag{1.7}$$

$$(\|\delta\beta_i\| \ll 1, \quad \|\delta\gamma_i\| \ll 1, \quad i=\overline{1, n})$$

где столбцы матрицы R_i ортогональны вектору b_i. Полагая δs_i, $\delta\beta_i$ и $\delta\gamma_i$ независимыми и центрированными случайными величинами, для корреляционной матрицы и квадрата вектора δu согласно (1.4)—(1.7) можно записать

$$(\delta u)^2 \leqslant \|G^{-1}\| (\sigma_s^2 + u^2\sigma_\beta^2)$$

$$K(\delta u) = m(\delta u \delta u^T) = G^{-1}\sigma_s^2 + G^{-1}B^T C B G^{-1}\sigma_\beta^2 \tag{1.8}$$

$$C = \operatorname{diag}(c_1, c_2, \ldots, c_n), \quad c_i = u^T r_i u, \quad r_i = (r_{kj}) \quad (k, j=\overline{1, 3})$$

$$r_{11} = \sin^2\beta_i, \quad r_{12} = r_{21} = {}^1/_2 \cos\alpha_i \sin 2\beta_i \tag{1.9}$$

$$r_{22} = \sin^2\alpha_i + \cos^2\alpha_i \cos^2\beta_i, \quad r_{33} = \cos^2\alpha_i + \sin^2\alpha_i \cos^2\beta_i$$

$$r_{13} = r_{31} = -{}^1/_2 \sin\alpha_i \sin 2\beta_i, \quad r_{23} = r_{32} = -{}^1/_2 \sin 2\alpha_i \sin^2\beta_i$$

$$\sigma_s^2 = m(\delta s_i)^2, \quad \sigma_\beta^2 = m(\delta\beta_i)^2 = m(\delta\gamma_i)^2 \quad (i=\overline{1, n})$$

здесь m — символ математического ожидания, а σ_s^2, σ_β^2 — одинаковые для однотипных измерителей дисперсии ошибок.

2. Согласно (1.5), (1.8) наименьшая величина $(\delta u)^2$ и нормы матрицы $K(\delta u)$ имеют место при максимальном значении Δ_G. Так как определитель матрицы Грама равен квадрату объема параллелепипеда, построенного в пространстве R^n на векторах d_i $(i=\overline{1, 3})$ [8], то глобальный максимум Δ_G при нормированных ортах b_i достигается, когда упомянутый параллелепипед принимает форму куба, т. е. при выполнении условий

$$d_i^T d_j = \mu\delta_{ij}, \quad \mu > 0 \quad (i, j=\overline{1, 3}) \tag{2.1}$$

ортогональности и равномодульности столбцов матрицы ориентации B. В этом случае матрица Грама принимает наиболее простой вид

$$G = \mu E, \quad \mu = d_i^T d_i \quad (i=\overline{1, 3}) \tag{2.2}$$

где μ — собственное значение матрицы G, а E — единичная матрица размера 3×3. Следовательно, глобальный максимум Δ_G равен μ^3, а угол между стороной (вектором d_i) и диагональю упомянутого куба не зависит от размерности пространства R^n, так как согласно (2.1) (суммирование по j от 1 до 3):

$$\cos\beta_0 = d_i^T \Sigma d_j \{\|d_i\| \, \|\Sigma d_j\|\}^{-1} = 3^{-1/2} \quad (i=\overline{1, 3}) \tag{2.3}$$

Поскольку между столбцами и строками матрицы B существует взаимно однозначное соответствие, то осевой симметрии вектор-столбцов этой матрицы относительно диагонали куба в пространстве R^n должна соответствовать осевая симметрия вектор-строк матрицы B в пространстве R^3, т. е. геометрическим образом куба пространства R^n в пространстве R^3 должны являться выпуклые и симметричные фигуры, построенные на векторах b_i (например, правильные пирамиды или симметричные многогранники, объем которых максимален).

3. Примем в качестве такой симметричной геометрической фигуры правильную многогранную пирамиду. Представим число n (количество измерителей) в виде произведения двух целых чисел $n_2 n_1 \geqslant 3$. Полагая $n_1 \geqslant 3$, примем число боковых ребер пирамиды равным n_1 и направим вдоль каждого ребра оси чувствительности n_2 измерителей. Тогда, совмещая с целью упрощения аналитических преобразований высоту пирамиды с координатной осью базиса Ox, например осью Ox_1, а одно из ее боковых ребер с плоскостью x_1Ox_2 этого базиса, для вектор-столбцов матрицы B согласно (1.2) можно записать

$$d_1=(k,\ k,\ldots,k)^T\cos\beta_0,\quad d_2=(l_1,\ l_2,\ldots,l_{n_1})^T\sin\beta_0 \tag{3.1}$$

$$d_3=(v_1,\ v_2,\ldots,v_{n_1})^T\sin\beta_0,\ k=(1,\ 1,\ldots,1)^T,\ l_i=k\cos(i-1)\alpha_0$$

$$v_i=k\sin(i-1)\alpha_0,\quad \alpha_0=2\pi/n_1\quad (i=\overline{1,\ n_1})$$

где k — вектор-столбец размера $n_2\times1$, все элементы которого равны единице. Согласно (3.1):

$$d_1^2=d_1^Td_1=n_1n_2\cos^2\beta_0 \tag{3.2}$$

$$d_2^2=d_2^Td_2=n_2\sin^2\beta_0\Sigma\cos^2(i-1)\alpha_0$$

$$d_3^2=d_3^Td_3=n_2\sin^2\beta_0\Sigma\sin^2(i-1)\alpha_0$$

$$d_1^Td_2={}^1/_2n_1\sin2\beta_0\Sigma\cos(i-1)\alpha_0$$

$$d_2^Td_3={}^1/_2n_2\sin^2\beta_0\Sigma\sin2(i-1)\alpha_0$$

$$d_1^Td_3={}^1/_2n_2\sin2\beta_0\Sigma\sin(i-1)\alpha_0$$

Здесь и всюду далее суммирование проводится по i от 1 до n. Для любых целых чисел $n_1\geqslant3$ при $\alpha_0=2\pi/n_1$ имеем

$$\Sigma\cos^2(i-1)\alpha_0=\frac{1}{2}\left[n_1+\frac{\sin n_1\alpha_0\cos(n_1-1)\alpha_0}{\sin\alpha_0}\right]=\frac{n_1}{2}$$

$$\Sigma\sin^2(i-1)\alpha_0=\frac{1}{2}\left[n_1-\frac{\sin n_1\alpha_0\cos(n_1-1)\alpha_0}{\sin\alpha_0}\right]=\frac{n_1}{2}$$

$$\Sigma\cos(i-1)\alpha_0=\sin^{-1}\frac{\alpha_0}{2}\sin\frac{n_1}{2}\alpha_0\cos\frac{n_1-1}{2}\alpha_0=0$$

$$\Sigma\sin(i-1)\alpha_0=\sin^{-1}\frac{\alpha_0}{2}\sin\frac{n_1}{2}\alpha_0\sin\frac{n_1-1}{2}\alpha_0=0$$

$$\Sigma\sin2(i-1)\alpha_0=\sin^{-1}\alpha_0\sin\frac{n_1}{2}\alpha_0\sin\frac{n_1-1}{2}\alpha_0=0$$

Следовательно, соотношения (3.2) удовлетворяют условиям (2.1) ортогональности и равномодульности вектор-столбцов матрицы B, позволяя для собственного значения матрицы (2.2) записать

$$\mu=n/3,\quad n=n_2n_1,\quad n_1\geqslant3 \tag{3.4}$$

а для угла β_0 — выражение, совпадающее с (2.3). Объем правильной пирамиды с числом боковых ребер n_1 и длиной каждого ребра n_2 равен $V={}^1/_6n_1h(n_2^2-h^2)\sin(2\pi/n_1)$, где h — высота пирамиды. Нетрудно убедиться в том, что если угол между боковым ребром и высотой пирамиды удовлетворяет соотношению (2.3), т. е. когда $hn_2^{-1}=\cos\beta_0=3^{-1/2}$, то объем такой пирамиды для выбранной пары чисел n_1, n_2 максимален и равен $V_{\max}=3^{-5/3}n_1n_2^3\sin(2\pi/n_1)$. Итак, при выполнении условий (2.1) согласно (1.8), (2.2) и (3.4) выражения для u и $K(\delta u)$ принимают следующий компактный вид:

$$u=(3/n)B^Ts,\quad K(\delta u)=(3/n)\left[\sigma_s^2E+(3/n)B^TCB\sigma_\beta^2\right] \tag{3.5}$$

где вектор-столбцы матрицы B определены соотношениями (3.1), в которых $\alpha_0=2\pi/n_1$ и $\cos\beta_0=3^{-1/2}$, а число $n\geqslant3$ допускает представление в виде произведения двух целых чисел n_1, n_2.

Соотношения (3.2)—(3.5) остаются справедливыми в любом другом ортогональном вычислительном базисе системы. В этом легко убедиться, если перейти в (1.1) к новым векторам $s_i(y)=As_i$, $u(y)=Au$, где A — ортогональная матрица ориентации, осуществляющая преобразование координатных осей базиса Ox в координатные оси нового вычислительного базиса OY измерительного модуля системы. Отсюда следует, что глобальный максимум определителя Грама достигается только за счет выбора взаимной ориентации ортов b_i $(i=\overline{1,n})$ и совершенно не зависит от того, каким образом построенная на этих ортах правильная пирамида будет ориентирована в вычислительном базисе системы. Следовательно, представленную возможность изменения ориентации упомянутой пирамиды можно использовать для максимального упрощения матрицы B, определяющей согласно (3.5) вектор u по вектору s.

4. Согласно (2.1), (3.3) и (3.4) ортогональность и равномодульность вектор-столбцов матрицы B не зависит от того, какими целыми сомножителями будет представлено число n. Так как в общем случае такое представление неоднозначно, то построенному в пространстве R^n на векторах d_i $(i=\overline{1,3})$ кубу будет соответствовать в пространстве R^3 множество правильных многогранных пирамид, имеющих одинаковый при вершине угол между боковым ребром и высотой этих пирамид и отличающихся друг относительно друга только длиной (n_2) и количеством (n_1) боковых ребер. Следовательно, не только ориентация в базисе Ox, но и геометрическая форма построенной на векторах b_i $(i=\overline{1,n})$ правильной пирамиды, минимизирующей квадрат ошибки измерения и вычисления вектора u, неоднозначны.

В связи с этим оптимальной структурой измерительного модуля БНС будем считать ту, которая помимо минимизации квадрата ошибки измерений этого вектора максимально упрощает в вычислительном базисе этого модуля аналитическое выражение матрицы ориентации B. Тогда, принимая во внимание конструктивно-технологическое требование максимального уменьшения количества не совпадающих друг с другом установочных плоскостей для крепления измерительных приборов, можно сформулировать на основе полученных результатов исследования следующие геометрические принципы оптимального построения избыточных информационно-измерительных структур БНС при известном в каждом измерительном модуле системы количестве однокоординатных измерительных приборов.

В каждом измерительном модуле БНС оси чувствительности однокоординатных измерителей вектора u должны быть параллельны боковым ребрам правильной многогранной пирамиды, угол между боковым ребром и высотой которой не зависит от числа измерителей этого модуля, физической природы измеряемого вектора u и равен $\arccos(3^{-1/2})\simeq 54°40'$. Количество боковых ребер такой пирамиды и ее ориентация в ортогональном вычислительном базисе измерительного модуля БНС зависит от числа измерителей, при этом хотя бы одно из боковых ребер пирамиды всегда должно быть совмещено с одной из координатных плоскостей базиса Ox, а все измерители равномерно распределены по группам, число которых равно количеству боковых ребер пирамиды. В каждой из упомянутых групп оси чувствительности измерительных приборов должны быть параллельны друг другу. Количество боковых ребер такой пирамиды должно быть равно наименьшему (равному или большему трех) делителю n_1 числа n измерителей, а высота пирамиды — совмещена с одной из координатных осей ортогонального вычислительного базиса Ox или равноудалена относительно последних, если число измерителей кратно трем.

Так, например, для минимально избыточного измерительного модуля инерциального вектора u число измерителей равно четырем. Тогда, руководствуясь сформулированными принципами и совмещая высоту пирамиды с координатной осью Ox_1 базиса Ox, согласно (1.2), (1.7), (1.9) и (3.5) для оптимальной структуры такого модуля, в которой $n_2=1$, $n_1=4$, можно записать

$$u=\frac{\sqrt{3}}{4}\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} & 0\\ 0 & \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2}\end{bmatrix}s,\qquad \alpha_0=\frac{\pi}{2}$$

$$K(\delta u)=\frac{3}{4}\sigma_s^2E+\frac{1}{2}\sigma_\beta^2\begin{bmatrix}u^2 & -u_1u_2 & -u_1u_3\\ -u_1u_2 & {}^1/_2(2u_1^2+u_2^2+3u_3^2) & 0\\ -u_1u_3 & 0 & {}^1/_2(2u_1^2+3u_2^2+u_3^2)\end{bmatrix} \tag{4.1}$$

Как с конструктивно-технологической, так и с вычислительной точек зрения оптимальное число измерителей вектора u целесообразно выбирать кратным трем. В этом случае геометрическая структура измерительного модуля представляется правильной четырехгранной пирамидой, боковые ребра которой совмещены с координатными осями ортогонального вычислительного базиса этого модуля и каждому боковому ребру пирамиды параллельны оси чувствительности измерителей. В таком измерительном модуле количество установочных плоскостей измерителей минимально — равно трем. Эти плоскости ортогональны и, следовательно, технологичны, объем вычислительных операций с вектором u минимален, а точность измерения и вычисления этого вектора максимальна. Для такой структуры согласно (1.2), (1.7), (1.9) и (3.5) можно записать

$$n_1=3,\quad n_2=n/3,\quad \alpha_0=2\pi/3$$

$$u=\frac{1}{n_2}\begin{bmatrix} k & 0 & 0\\ 0 & k & 0\\ 0 & 0 & k\end{bmatrix}s \qquad (4.2)$$

$$K(\delta u)=\frac{1}{n_2}\,[\sigma_s^2E+\sigma_\beta^2\,\mathrm{diag}(u^2-u_i^2) \qquad (i=\overline{1,3})$$

$$k=(1,1,\ldots,1)^T,\quad 0=(0,0,\ldots,0)^T$$

где k, 0 — вектор-столбцы размера $n_2\times1$.

5. Все полученные выше соотношения и результаты остаются справедливыми и для орта λ, определяющего в базисе Ox ориентацию оси визирования одного из опорных астроориентиров системы. Полагая, что однокоординатный астроприбор сканирующего типа выдает информацию о проекции орта λ на нормаль (орт b_i) оптической плоскости прибора (плоскость нуль-индикации опорного астроориентира [5]), можно записать

$$b_i^T\lambda=s_i=\sin\gamma_i,\quad \lambda^T\lambda=1 \quad (i=\overline{1,n}) \qquad (5.1)$$

где γ_i — угол отклонения орта λ относительно оптической плоскости прибора. Следовательно, дополняя полученные соотношения условием нормировки вектора u:

$$u^Tu=1 \qquad (5.2)$$

и полагая $u=\lambda$, заключаем, что полученные выше результаты исследований справедливы и для оптимальных астромодульных структур. Так, например, оптимальная, минимально избыточная структура астроблока орта λ, в отличие от инерциального модуля измерения вектора u, должна состоять при наличии дополнительного условия нормировки этого вектора из трех однокоординатных астропеленгаторов, оптические плоскости которых ортогональны и совпадают с координатными плоскостями вычислительного базиса астроблока. Для такой астроизмерительной структуры позиционного орта λ согласно (1.2), (1.7), (1.9), (3.5), (5.1) и (5.2) можно записать

$$n_2=1,\quad n_1=3,\quad \alpha_0=2\pi/3 \qquad (5.3)$$

$$B=B^T=G=G^{-1}=E,\quad \lambda=(\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3)^T$$

$$K(\delta\lambda)=\sigma_\lambda^2E+\sigma_\beta^2\,\mathrm{diag}\,(1-\lambda_i^2) \quad (i=\overline{1,3})$$

где σ_λ^2 — дисперсия ошибки определения ориентации оси визирования опорного астроориентира относительно оптической плоскости пеленгатора, а σ_β^2 — дисперсия инструментальной ошибки привязки нормали оптической плоскости пеленгатора к установочным (координатным) плоскостям базиса Ox.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ишлинский А. Ю.* Механика гироскопических систем. М.: Изд-во АН СССР. 1963. 482 с.
2. *Андреев В. Д.* Теория инерциальной навигации: Автономные системы. М.: Наука. 1966. 579 с.

3. *Андреев В. Д.* Теория инерциальной навигации: Корректируемые системы. М.: Наука. 1967. 647 с.
4. *Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н.* Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука. 1974. 598 с.
5. *Ивандиков Я. М.* Оптико-электронные приборы для ориентации и навигации космических аппаратов. М.: Машиностроение. 1971. 199 с.
6. Инерциальные системы без гиростабилизированной платформы (обзор) // Вопр. ракет. техники. 1967. № 1. С. 61–77.
7. *Шилов Г. Е.* Введение в теорию линейных пространств. М.; Л.: Гостехиздат. 1952. 384 с.
8. *Аоки М.* Введение в методы оптимизации. М.: Наука. 1977. 343 с.

Киев

Поступила в редакцию 17.VII.1986