

УДК 531.8

АЛГОРИТМ СТАБИЛИЗАЦИИ ДВИЖЕНИЯ ШАГАЮЩЕГО АППАРАТА, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЙ ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОПОРНЫХ РЕАКЦИЙ

БОЛОТИН Ю. В.

Одним из преимуществ шагающих аппаратов в сравнении с другими наземными транспортными средствами является высокая грунтовая проходимость, обусловленная возможностью реализации требуемого характера взаимодействия с опорой [1].

Для более полного использования достоинств шагающих аппаратов в плане грунтовой проходимости алгоритм управления движением должен учитывать свойства грунта. В [2] учет свойств грунта проводится на кинематическом уровне: система управления увеличивает клиренс для компенсации проседания стоп в грунт, увеличивает длину шага для компенсации проскальзывания и т. п. Для многоногих аппаратов опорные реакции неоднозначно определяются заданием программной траектории. В [3, 4] вводится критерий качества распределения опорных реакций, включающий условия отсутствия проскальзывания. Задача распределения реакций решается бортовым компьютером в процессе движения как задача оптимизации критерия качества. В [5] закон управления строится в виде отрицательной обратной связи по рассогласованиям программного движения, что позволяет обеспечить устойчивость программной траектории и добиться параллельности работы алгоритма для каждой конечности. Система управления включает обратную связь по величине опорных реакций, информация о которых поступает с тензодатчиков в стопах конечностей. Увеличение коэффициента усиления этой обратной связи дает возможность приблизить распределение реакций к желаемому, однако снижает точность отслеживания программной траектории, а в ряде случаев может приводить к неустойчивости в высоких частотах [6]. Чтобы повысить точность, возникает необходимость распределения программных значений реакций.

В публикуемой работе изучаются статически управляемые походки многоногого шагающего аппарата. Ставится задача найти такой закон обратной связи по рассогласованиям программного движения, не включающий явных обратных связей по опорным реакциям, который бы гарантировал устойчивость программной траектории и при этом минимизировал заданный критерий качества распределения реакций. Оптимальность распределения реакций достигается за счет специального выбора позиционной составляющей обратной связи.

Приведены приложения к задаче движения по грунту с условием отсутствия проскальзывания стоп конечностей, описываемым законом Кулона. Синтезированная обратная связь в этом случае сказывается существенно нелинейной.

1. Рассматривается задача управления многоногим шагающим аппаратом с массивным жестким корпусом и невесомыми конечностями с точечными стопами. Движение конечностей, находящихся в фазе переноса, не влияет на динамику системы. Пусть в исследуемый промежуток времени опорная фаза аппарата не меняется, n конечностей касаются опорной поверхности без проскальзывания. Уравнения движения в связанной с местностью абсолютной системе отсчета имеют вид (здесь и далее суммирование проводится по i от 1 до n):

$$\begin{aligned} d(m\mathbf{V})/dt &= -\partial\Pi/\partial\mathbf{p} + \Sigma\mathbf{R}_i, \\ d(I\boldsymbol{\Omega})/dt &= -\partial\Pi/\partial\boldsymbol{\Phi} + \Sigma[\mathbf{R}_i, \mathbf{p}_i] \end{aligned} \quad (1.1)$$

где \mathbf{p} — текущее значение радиуса-вектора центра масс в абсолютной системе отсчета, $\boldsymbol{\Phi}$ — вектор конечного поворота корпуса относительно абсолютной системы отсчета, \mathbf{V} — вектор абсолютной скорости центра масс, $\boldsymbol{\Omega}$ — вектор угловой скорости корпуса, m — масса аппарата, I — тензор инерции корпуса, Π — потенциальная энергия внешних массовых сил,

ρ_i ($1 \leq i \leq n$) — радиус-векторы центра масс относительно стоп опорных конечностей, R_i ($1 \leq i \leq n$) — силы реакции в стопах опорных конечностей (фиг. 1). Квадратными скобками обозначено векторное произведение.

Предположение, что опорные конечности не проскальзывают в опоре, накладывает на переменные системы (1.1) кинематические ограничения

$$\rho_i - \rho = l_i = \text{const} \quad (1.2)$$

где l_i — радиус-векторы стоп опорных конечностей в абсолютной системе отсчета.

2. Пусть задано некоторое программное движение аппарата

$$\rho = \rho_*(t), \quad \Phi = \Phi_*(t) \quad (2.1)$$

а $V_*(t)$, $\Omega_*(t)$, $a_*(t)$, $\varepsilon_*(t)$ — соответственно линейная и угловая скорость и ускорение корпуса в программном движении. Будем рассматривать опорные реакции R_i как управляющие воздействия. Требуется выбрать такой закон управления реакциями, который бы обеспечивал устойчивость программного движения. Система управления шагающим аппаратом располагает информацией о его состоянии в связанной с корпусом системе отсчета. Поэтому управления естественно формировать как функции рассогласований программного движения, вычисленных в этой системе отсчета.

Пусть $r = \rho - \rho_*$ — отклонение центра масс аппарата от программного положения, φ — вектор конечного поворота корпуса относительно его программной ориентации Φ_* . Линеаризованные по переменным r , φ уравнения (1.1) в проекциях на оси подвижной системы координат, связанной с программным движением корпуса, имеют вид

$$\begin{aligned} r' &= v, \quad \varphi' = \omega, \\ m v' &= G_* + \sum R_i + 2[\Omega_*, v] + [\Omega_*, [\Omega_*, r]] + [\varepsilon_*, r] \\ I \omega' &= M_* + \sum [R_i, \rho_i] + [\omega, I \Omega_*] + [\Omega_*, I \omega] \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь G_* , M_* — соответственно главный вектор и главный момент

$$G_* = -m a_* - \partial \Pi / \partial \rho_* \quad (2.3)$$

$$M_* = -I \varepsilon_* - [\Omega_*, I \Omega_*] - \partial \Pi / \partial \Phi$$

действующих на систему в программном движении инерционных и массовых сил; точкой обозначено дифференцирование по времени в «программной» системе отсчета.

Обозначим ρ_i^* ($1 \leq i \leq n$) радиус-векторы центра масс, проведенные из точек опоры в программном движении, а

$$r_i = \rho_i - \rho_i^* \quad (2.4)$$

— отклонения этих векторов от программных. Пусть v_i — рассогласования по скоростям, определенные как производные отклонений (2.4) по времени в связанной с корпусом системе отсчета. Величины r_i , v_i связаны с переменными в (2.2) условием (1.2) неподвижности стоп опорных конечностей, которое с учетом отклонения положения корпуса от программного в линейном приближении по угловому отклонению φ имеет вид

$$r = r_i + [\varphi, \rho_i^*], \quad v = v_i + [\omega, \rho_i^*] \quad (2.5)$$

Определим закон управления опорными реакциями по формуле

$$\mathbf{R}_i = -\partial u_i / \partial \mathbf{r}_i - \partial w_i / \partial \mathbf{v}_i \quad (2.6)$$

$$u_i = \mu^2 U_i(\mu^{-2} \mathbf{r}_i), \quad w_i = \mu W_i(\mu^{-1} \mathbf{v}_i)$$

Управление (2.6) можно интерпретировать как искусственную вязкоупругую податливость конечностей. Функция U_i , задающая позиционную составляющую управления i -й конечностью, играет роль потенциальной энергии упругих деформаций, а функция W_i , задающая его вязкую составляющую, — диссипативной функции Релея. Параметр μ — масштабный множитель, характеризующий коэффициент усиления обратной связи. При $\mu \ll 1$ управление (2.6) является жестким [7]: изменение рассогласований по положению \mathbf{r}_i на малые величины порядка μ^2 , а рассогласований по скоростям \mathbf{v}_i на малые величины порядка μ влечет изменение управляющих усилий на величины порядка единицы.

Управление (2.6) приводит уравнения движения (2.2) к сингулярно возмущенному по μ виду. Перейдем в них к «быстрым» переменным, растягивая масштаб по координатам \mathbf{r}_i , \mathbf{r} , φ в μ^{-2} раз, а по скоростям \mathbf{v}_i , \mathbf{v} , ω и времени в μ^{-1} раз. Уравнения становятся регулярно возмущенными по μ . Полагая затем $\mu = 0$, получим вырожденную систему

$$\mathbf{r}' = \mathbf{v}, \quad \varphi' = \omega \quad (2.7)$$

$$m\mathbf{v}' = \mathbf{G}_* - \Sigma \partial U_i / \partial \mathbf{r}_i - \Sigma \partial W_i / \partial \mathbf{v}_i$$

$$I\omega' = \mathbf{M}_* - \Sigma [\partial U_i / \partial \mathbf{r}_i, \rho_i^*] - \Sigma [\partial W_i / \partial \mathbf{v}_i, \rho_i^*]$$

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{r} - [\varphi, \rho_i^*] \quad (1 \leq i \leq n)$$

Здесь и ниже для переменных \mathbf{r}_i , \mathbf{r} , φ , \mathbf{v}_i , \mathbf{v} , ω в новом масштабе сохранены старые обозначения: штрих обозначает дифференцирование по быстрому времени. Главный вектор \mathbf{G}_* и главный момент \mathbf{M}_* сил инерции программного движения и внешних массовых сил в (2.7) постоянны, поскольку являются функциями «медленных» переменных.

Уравнения (2.7) можно рассматривать как уравнения механической системы в шестимерном пространстве быстрых координат и скоростей, потенциальная энергия и диссипативная функция которой определены формулами $U_+ = \Sigma U_i(\mathbf{r} - [\varphi, \rho_i^*]) - \mathbf{R}_* \cdot \mathbf{r} - \mathbf{M}_* \cdot \varphi$, $W_+ = \Sigma W_i(\mathbf{v} - [\omega, \rho_i^*])$.

Предположим, что функции $U_i(\mathbf{r}_i)$, $W_i(\mathbf{v}_i)$ строго выпуклы, т. е. матрицы их вторых производных положительно определены, а программное движение статически управляемо, т. е. среди векторов ρ_i^* имеются три линейно независимых [8]. Тогда функции U_+ , W_+ строго выпуклы по переменным \mathbf{r} , φ , \mathbf{v} , ω соответственно и согласно теоремам Томсона — Тэта система (2.7) имеет единственное асимптотически устойчивое положение равновесия в точке минимума потенциальной энергии

$$\Sigma U_i(\mathbf{r}_i) - \mathbf{R}_* \cdot \mathbf{r} - \mathbf{M}_* \cdot \varphi \rightarrow \min, \quad \mathbf{r}_i = \mathbf{r} - [\varphi, \rho_i^*] \quad (2.8)$$

Все решения вырожденной системы стремятся к положению равновесия (2.8). Регулярные возмущения по μ , на которые реальное движение в быстрых переменных отличается от вырожденного, приводят к отклонению от положения равновесия на величины порядка $\mu^{1/2}$.

Доказано следующее

Утверждение 1. Пусть потенциальная энергия U_i позиционной составляющей управления (2.6) и диссипативная функция его вязкой составляющей строго выпуклы, а программное движение статически управляемо. Тогда при достаточно большом коэффициенте μ^{-1} усиления обратной связи движение шагающего аппарата устойчиво в окрестности программной траектории и отклоняется от нее на величины порядка $\mu^{1/2}$. Соответствующее распределение опорных реакций с точностью до величин порядка μ определено уравнениями квазистатического равновесия (2.8) и соотношениями

$$\mathbf{R}_i = -\partial U_i / \partial \mathbf{r}_i \quad (1 \leq i \leq n) \quad (2.9)$$

3. Пусть качество контакта стопы с опорной поверхностью оценивается величиной зависящего от реакции в опоре критерия $F_i(\mathbf{R}_i)$. В общем случае вид функции F_i определяется свойствами грунта, на котором стоит стопа (скользящий, сыпучий и т. п.), ориентацией опорной площадки по отношению к горизонту, конфигурацией стопы, а также задачей, которую в данный момент решает шагающий аппарат. Если аппарат движется в режиме статической управляемости, то необходимое для реализации заданного программного движения распределение опорных реакций определено неоднозначно. Рассмотрим задачу такого распределения реакций, которое бы минимизировало сумму критериев качества контакта конечностей

$$\sum F_i(\mathbf{R}_i) \rightarrow \min \quad (3.1)$$

Оптимальное распределение реакций должно удовлетворять уравнениям динамического равновесия

$$\mathbf{G}_* + \sum \mathbf{R}_i = 0, \quad \mathbf{M}_* + \sum [\mathbf{R}_i, \rho_i^*] = 0 \quad (3.2)$$

С математической точки зрения задача распределения реакций является экстремальной задачей относительно переменных \mathbf{R}_i с линейными ограничениями (3.2). Предположим, что функции F_i строго выпуклы и, вводя множители Лагранжа \mathbf{s}, θ при ограничениях, запишем (3.1), (3.2) в виде

$$\sum [-\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{s}_i - F_i(\mathbf{R}_i)] - \mathbf{G}_* \cdot \mathbf{s} - \mathbf{M}_* \cdot \theta \rightarrow \text{extr} \quad (3.3)$$

где по определению $\mathbf{s}_i = \mathbf{s} - [\theta, \rho_i^*]$. Слагаемые в квадратных скобках в (3.3) достигают экстремума по \mathbf{R}_i , определенного формулой

$$U_i(\mathbf{s}_i) = \max_{\mathbf{R}_i} [-\mathbf{R}_i \cdot \mathbf{s}_i - F_i(\mathbf{R}_i)] \quad (3.4)$$

при значениях \mathbf{R}_i , удовлетворяющих равенству $\mathbf{s}_i = -\partial F_i / \partial \mathbf{R}_i$. Поэтому задача (3.1), (3.2) эквивалентна экстремальной задаче

$$\sum U_i(\mathbf{s}_i) - \mathbf{G}_* \cdot \mathbf{s} - \mathbf{M}_* \cdot \theta \rightarrow \min, \quad \mathbf{s}_i = \mathbf{s} - [\theta, \rho_i^*] \quad (3.5)$$

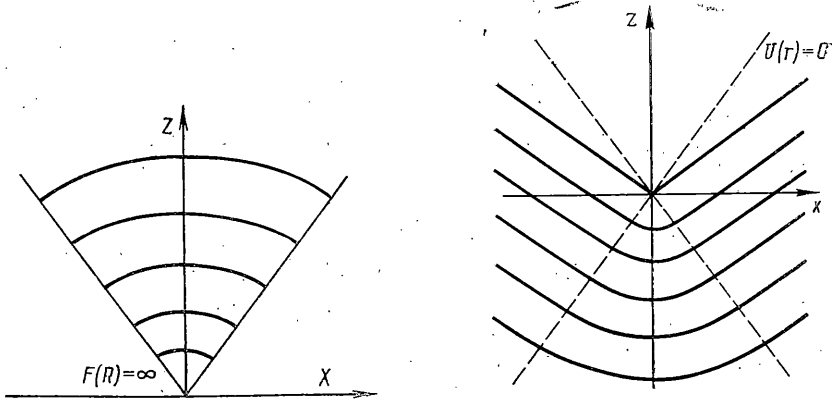
где функции $U_i(\mathbf{s}_i)$ связаны преобразованием Лежандра (3.4) с показателями качества $F_i(\mathbf{R}_i)$. Связь решений (3.1), (3.2) и (3.5) дается соотношениями

$$\mathbf{R}_i = -\partial U_i / \partial \mathbf{s}_i, \quad \mathbf{s}_i = -\partial F_i / \partial \mathbf{R}_i \quad (3.6)$$

После замены $\mathbf{s}_i = \mathbf{r}_i, \mathbf{s} = \mathbf{r}, \theta = \varphi$ соотношения (3.5) совпадают с уравнениями (2.8) квазистатического равновесия быстрых движений под действием жесткого управления (2.6) с потенциальной энергией упругой деформации конечностей, определенной формулой (3.4). Таким образом, доказано следующее

Утверждение 2. Пусть программное движение шагающего аппарата статически управляемо, а критерий качества контакта $F_i(\mathbf{R}_i)$ строго выпуклы. Допустим, что потенциальная энергия $U_i(\mathbf{r}_i)$ позиционной составляющей управления (2.6) каждой конечности связана преобразованием Лежандра (3.4) с соответствующим критерием качества, а диссипативные функции вязких составляющих строго выпуклы. Тогда управление обеспечивает устойчивость программного движения и оптимальное по критерию (3.1) распределение опорных реакций с точностью порядка μ , определяемой коэффициентом усиления обратной связи μ^{-1} .

Основная идея проведенного преобразования задачи состоит в переводе задачи оптимизации из пространства управлений в пространство упругих смещений. Решение последней происходит автоматически за счет естественного стремления механической системы прийти в точку минимума своей потенциальной энергии. Доказанные утверждения устанавливают способ синтеза оптимального закона стабилизации в случае, когда критерий качества является суммой выпуклых функций опорных реакций: потенциальная энергия упругой составляющей обратной связи должна быть связана преобразованием Лежандра с критерием качества контакта соответствующей конечности. Алгоритм не зависит от выбора конкретного программного движения и действующих на систему внешних сил. Он работает независимо для каждой конечности и использует лишь информацию о рассогласованиях по координатам и скоростям.



Фиг. 2

Заметим, что преобразование (3.6) представляет собой переход к двойственной экстремальной задаче [9]. Функция $F_i(\mathbf{R}_i)$ может быть восстановлена по $U_i(\mathbf{r}_i)$ с помощью обратного к (3.4) преобразования Лежандра.

Рассмотрим с изложенной точки зрения традиционную линейную по рассогласованиям обратную связь. Пусть критерии качества контакта являются положительно-определенными квадратичными формами

$$F_i = \frac{1}{2} C_i \mathbf{R}_i \cdot \mathbf{R}_i \quad (3.7)$$

Преобразование Лежандра для (3.7) является положительно-определенной квадратичной формой; оптимальный закон обратной связи имеет позиционную составляющую

$$\mathbf{R}_i = -C_i^{-1} \mathbf{r}_i \quad (1 \leq i \leq n) \quad (3.8)$$

Преимущества алгоритма (3.8) связаны с простотой его реализации. Недостатки обусловлены неадекватностью критерия (3.6) условию надежного контакта с опорой. Например, нормальная к опоре составляющая реакции может оказаться отрицательной.

4. Рассмотрим задачу выбора критерия качества контакта, ориентированного на учет условия отсутствия проскальзывания. Пусть контакт с опорой характеризуется законом Кулона с коэффициентом трения f : стопа не проскальзывает, если выполнено неравенство

$$fZ - X > 0 \quad (4.1)$$

где X — касательная, Z — нормальная к опоре составляющие реакции. Зададим критерий качества контакта конечности формулой

$$F(\mathbf{R}) = R^2, fZ > X; F(\mathbf{R}) = +\infty, fZ < X \quad (4.2)$$

Функция (4.2) является строго выпуклой; ее преобразование Лежандра (3.4) определено соотношениями

$$U(\mathbf{r}) = 0, z < -fx \quad (4.3)$$

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}(z+fx)^2(f^2+1)^{-1}, -f^2x < fz < x$$

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}r^2, fz > x$$

где x — касательная, z — нормальная к опоре составляющие вектора смещения \mathbf{r} . Картина линий уровня функций (4.2), (4.3) в вертикальной плоскости, проходящей через точку контакта и перпендикулярной опорной поверхности, приведена на фиг. 2.

Показатель качества (4.2) ограничен в области (4.1), где выполнены условия непроскальзывания и неограниченно возрастает на границе этой области. Поэтому из предыдущих результатов вытекает следующее

Утверждение 3. Пусть программное движение шагающего аппарата статически управляемо, причем ориентация площадок контакта стоп с опорной поверхностью и коэффициенты трения стоп допускают распределение реакций, удовлетворяющее условию непроскальзывания. Тогда

управление в виде обратной связи (2.6) по рассогласованиям движения конечностей, потенциальная энергия позиционной составляющей которой определена формулами (4.3), а диссипативная функция вязкой составляющей строго выпукла, обеспечивает устойчивость программного движения и выполнение на нем условий непроскальзывания.

Позиционная составляющая построенного закона управления задается соотношениями

$$R=0, z < -fx \quad (4.4)$$

$$X = -\mu^{-2} f x x^{-1} (fx+z) (f^2+1)^{-1}$$

$$Z = -\mu^{-2} (fx+z) (f^2+1)^{-1}, -f^2 x < fz < x$$

$$R = -\mu^{-2} r, fz > x$$

Мультипликативный характер зависимости управляющих реакций от коэффициента усиления обратной связи достигается здесь благодаря одноднности функций $U(r)$.

Критерий (4.2) далеко не единственный, использование которого в рамках изложенной методики управления гарантирует отсутствие проскальзывания. Существенны лишь его свойства выпуклости и неограниченного возрастания при приближении к границе области непроскальзывания. Основное его достоинство — простота аналитического выражения позиционной составляющей управления (4.4). Прямым обобщением рассмотренного является случай, когда условие непроскальзывания описывается не на основе закона Кулона, а некоторым неравенством $K(R) < 0$, где $K(R)$ — выпуклая функция, а вместо евклидовой длины в (4.2) используется некоторая строго выпуклая функция $N(R)$. Тогда преобразование Лежандра критерия качества, определенного формулой $F(R) = N(R)$ при $K(R) < 0$ и $F(R) = +\infty$ при $K(R) > 0$, выпукло и может быть взято в качестве потенциальной энергии позиционной составляющей управления, обеспечивающего устойчивость программного движения и гарантирующего непроскальзывание.

Проиллюстрируем некоторые особенности работы алгоритма (2.6), (4.3) для случая стояния на местности с постоянными уклоном α и коэффициентом трения f . На горизонтальной местности горизонтальные составляющие опорных реакций равны нулю; вертикальные линейно зависят от удаления точки опоры от центра масс вблизи центра масс и равны нулю для далеких точек опоры. При увеличении уклона возникают ненулевые горизонтальные составляющие реакций. При достижении углом уклона критического значения $\arctg f$ положение равновесия аппарата в пространстве упругих смещений уходит в бесконечность: стремясь сохранить контакт с опорой при его принципиальной невозможности, аппарат «выпрыгивает» вверх.

С точки зрения распределения реакций задача стояния при уклоне эквивалентна задаче разгона или торможения. Поэтому указанные качественные закономерности сохраняются и при движении аппарата. В процессе движения алгоритм управления i -й опорной конечностью может функционировать в двух режимах — в зависимости от величины соответствующего позиционного рассогласования r_i . Если $z_i > -f_i x_i$, то опорная реакция отлична от нуля. Если $z_i < -f_i x_i$, то опорная реакция тождественно равна нулю. Данное обстоятельство может быть использовано при выборе моментов смены опорной фазы. Поскольку алгоритм обеспечивает оптимальное распределение реакций, обращение последней в нуль сигнализирует об избыточности данной конечности в качестве опорной и целесообразности перевода ее в фазу переноса.

Для практической реализации изложенной методики управления конструкция приводов должна позволять обеспечить заданные значения реакций в стопах конечностей. С этой точки зрения наиболее подходящим представляется электропривод постоянного тока на базе высокомоментных низкооборотных двигателей, момент на выходе которых с хорошей точностью пропорционален подаваемому напряжению. Наиболее подходящей кинематической схемой конечностей представляется конструкция на базе пантографных механизмов [10], позволяющая просто пересчитывать реакции в управляющие моменты и углы поворота двигателей в смещения стоп конечностей. Структура алгоритма позволяет использовать в каждой конечности свой микропроцессор.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беккер М. Г. Введение в теорию систем местность — машина. М.: Машиностроение. 1973. 520 с.
2. Охоцимский Д. Е., Громов В. В., Грушин В. П. и др. Математическое моделирование динамики движения шагающего аппарата с учетом деформации грунта: Препринт № 152. М.: Ин-т прикл. математики АН СССР им. М. В. Келдыша. 1985. 25 с.
3. Голубев Ю. Ф., Колпакова И. Г. Численный метод решения задачи распределения реакций при опоре шагающего аппарата: Препринт № 9. М.: Ин-т прикл. математики АН СССР им. М. В. Келдыша. 1984. 26 с.

4. *Голубев Ю. Ф.* Распределение реакций при движении шагающего аппарата: Препринт № 123. М.: Ин-т прикл. математики АН СССР им. М. В. Келдыша. 1979. 31 с.
5. *Девянин Е. А., Каргашев В. А., Ленский А. В., Шнейдер А. Ю.* Словая обратная связь в системе управления шагающего аппарата // Исследование робототехнических систем. М.: Наука. 1982. С. 147—158.
6. *Гориневский Д. М., Шнейдер А. Ю.* Управление опорными реакциями шагающего аппарата при движении по грунтам с различными несущими свойствами: Препринт № 31. М.: Ин-т проблем передачи информации АН СССР. 1986. 76 с.
7. *Болотин Ю. В., Новожилов И. В.* Управление походкой двуногого шагающего аппарата // Изв. АН СССР. МТТ. 1977. № 3. С. 47—52.
8. *Болотин Ю. В.* Динамическая стабилизация статически неустойчивых походок шагающего аппарата: Препринт № 63. М.: Ин-т прикл. математики АН СССР им. М. В. Келдыша. 1983. 28 с.
9. *Эккланд И., Темам Р.* Выпуклый анализ и вариационные проблемы. М.: Мир. 1979. 399 с.
10. *Hirose Shigeo.* A Study of Design and Control of a Quadruped Walking Vehicle // Intern. J. Robotics Res. 1984. V. 3. No. 2. P. 113—133.

Москва

Поступила в редакцию
17.XII.1986