

УДК 539.376

ПОСТРОЕНИЕ КИНЕТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ПОЛЗУЧЕСТИ

БЕРЕЖНАЯ О. И., БЫКОВЦЕВ Г. И., ГОРЕЛОВ В. И.

Кинетические уравнения теории ползучести были предложены в [1]. Различные варианты выбора структурных параметров, обсуждение их достоинств и недостатков рассматривались в [2–8]. Обычно кинетическое уравнение для структурного параметра постулируется, а соответствие с экспериментальными данными достигается за счет выбора функции, определяющей зависимость скорости деформаций ползучести от введенного параметра, напряжений и деформаций ползучести.

В публикуемой статье предлагается другой подход, согласно которому постулируется один из простейших вариантов кинетических уравнений теории ползучести, структурный параметр вводится формально, а коэффициенты кинетических уравнений и структурный параметр определяются по экспериментальным данным. Показано, что для этого достаточно знать семейство кривых ползучести при различных напряжениях и величину деформации возврата. Обобщение на случай сложного напряженного состояния обсуждается в двух вариантах. Рассмотрены соотношения изотропной ползучести, при этом, как и в теории пластичности, изотропная модель не описывает экспериментальные результаты при нагружениях, резко отличающихся от пропорционального. Во втором варианте предложены уравнения, учитывающие приобретенную анизотропию. Отсутствие данных о деформации возврата не позволяет провести количественное сравнение с экспериментальными данными [9–15], но качественные закономерности описываются моделью, учитывающей приобретенную анизотропию. Проведено сравнение теоретических и экспериментальных результатов при перегрузках в условиях одноосного растяжения и при различных комбинациях растяжения и кручения для сплава ЭИ437Б и сталей 5ХН1М и 40ХСН2МВФ.

1. В [16] предложена аппроксимация кривых ползучести в виде

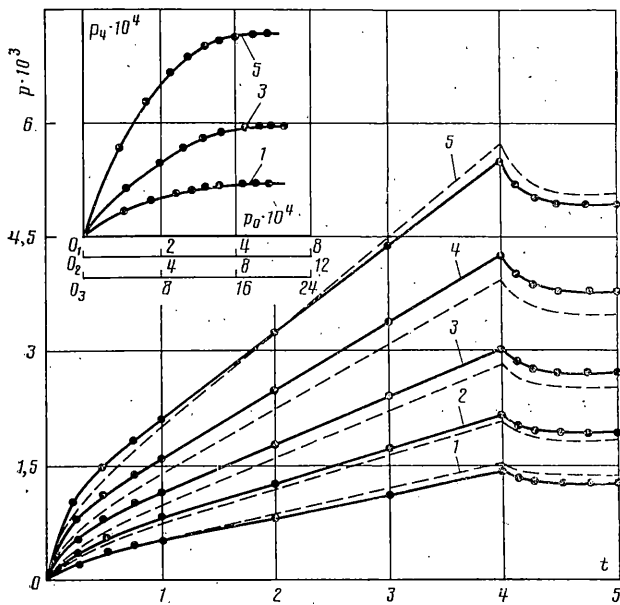
$$p(t) = v(\sigma)t + a(\sigma)e^{-b}(1 - e^{-mt}) \quad (1.1)$$

где p — деформация ползучести, $a(\sigma)e^{-b}$ — деформация ползучести, накопленная на установившемся участке за вычетом деформации установившейся ползучести $v(\sigma)t$. Для мгновенной деформации e_m в [16] получена аппроксимация $e_m = \varphi(\sigma) = a(\sigma)(1 - e^{-b})$, где m и b — постоянные, не зависящие от напряжений. Удовлетворительное соответствие (1.1) с экспериментальными данными [17–19] проиллюстрировано в [16]. Кроме того, были обработаны многочисленные эксперименты по атласу [19] и установлено хорошее соответствие для всех кривых, имеющих ярко выраженный участок установившейся ползучести. На фиг. 1 (время в ч) приведены кривые ползучести для сплава ЭИ437Б при постоянных напряжениях: кривые 1–5 соответствуют $\sigma = 120, 140, 160, 180, 200$ (МПа), при температуре 1073 К; сплошные кривые — результат аппроксимации (1.1), залитые кружки — результат осреднения экспериментальных измерений по десяти образцам. При $t = 4$ ч нагрузки снимались и наблюдались деформации возврата. Величина возврата

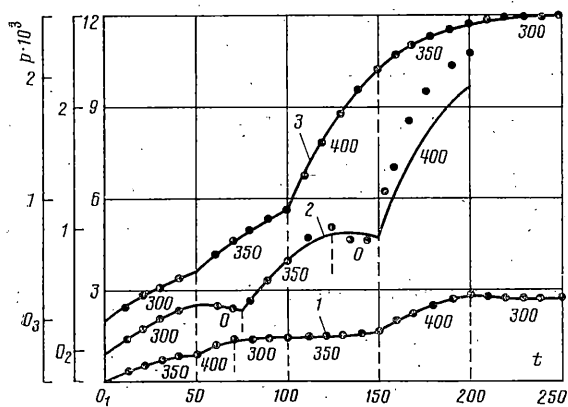
$$p(t_1) - p(\infty) = c(\sigma) \quad (1.2)$$

не зависит на установившемся участке кривой ползучести от времени снятия нагрузки t_1 , а является функцией только предварительных напряжений σ .

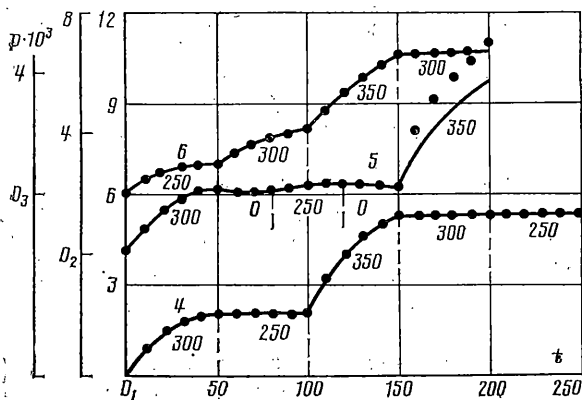
Построим простейший вариант кинетической теории ползучести, точно описывающий экспериментальные закономерности (1.1), (1.2) [20]. Наиболее простой вариант получим предположив, что уравнения кинети-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

ческой теории содержат один структурный параметр q и линейные относительно p и q , т. е.

$$\dot{p} = a_1(\sigma)p + b_1(\sigma)q + c_1(\sigma), \quad \dot{q} = a_2(\sigma)p + b_2(\sigma)q + c_2(\sigma) \quad (1.3)$$

Нелинейные эффекты ползучести описываются за счет нелинейной зависимости $a_i(\sigma)$ и $b_i(\sigma)$ от напряжений. Рассмотрим решения уравнений (1.3) при постоянном σ и потребуем, чтобы эти решения при начальных условиях $p(0)=0, q(0)=0$ совпадали с (1.1). Для того чтобы решения уравнений (1.3) имели асимптоту, не параллельную оси t , необходимо [21], чтобы имели место равенства

$$a_2 = \lambda a_1, \quad b_2 = \lambda b_1 \quad (1.4)$$

Тогда решение уравнений (1.3) с учетом (1.4) при $\sigma = \text{const}$, $p(0)=0, q(0)=0$ имеют вид

$$\begin{aligned} p(t) &= b_1(\sigma)r^{-1}(\sigma)\alpha_1(\sigma)t - r^{-2}(\sigma)\alpha_2(\sigma)[1 - \exp(r(\sigma)t)] \\ q(t) &= -a_1(\sigma)r^{-1}(\sigma)\alpha_1(\sigma)t - \lambda(\sigma)r^{-2}(\sigma)\alpha_2(\sigma)[1 - \exp(r(\sigma)t)] \\ r(\sigma) &= a_1(\sigma) + \lambda(\sigma)b_1(\sigma), \quad \alpha_1(\sigma) = c_1(\sigma)\lambda(\sigma) - \\ &\quad - c_2(\sigma), \quad \alpha_2(\sigma) = a_1(\sigma)c_1(\sigma) + b_1(\sigma)c_2(\sigma) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Сравнивая (1.5) и (1.1), получаем, что они совпадают при условии

$$\begin{aligned} r(\sigma) &= -m, \quad b_1(\sigma)\alpha_1(\sigma) = -mv(\sigma) \\ \alpha_2(\sigma) &= -m^2a(\sigma)e^{-b} \end{aligned} \quad (1.6)$$

При $\sigma=0$ и нулевых начальных условиях уравнения (1.3) должны иметь решение $p(t)=0, q(t)=0$, что возможно, если $c_1(0)=c_2(0)=0$. Пусть до момента времени $t=t_1$ образец ползет при постоянном σ , после чего нагрузка снимается. Для описания обратной ползучести получаем систему уравнений

$$\dot{p} = a_1(0)p + b_1(0)q, \quad \dot{q} = \lambda(0)[a_1(0)p + b_1(0)q] \quad (1.7)$$

Решая уравнения (1.7) при $p(t_1)$ и $q(t_1)$, вычисленным по формулам (1.5), получаем

$$\begin{aligned} p(t) &= b_1(0)m^{-1}[\lambda(0)p(t_1) - q(t_1)] - m^{-1}[a_1(0)p(t_1) + \\ &\quad + b_1(0)q(t_1)] \exp[-m(t-t_1)] \end{aligned}$$

Для деформации возврата имеем

$$\begin{aligned} p(t_1) - p(\infty) &= -m^2[a_1(0)b_1(\sigma) - b_1(0)a_1(\sigma)]\alpha_1(\sigma)t + \\ &\quad + m^{-3}[a_1(0) + b_1(0)\lambda(\sigma)]\alpha_2(\sigma)(1 - e^{-mt_1}) \end{aligned} \quad (1.8)$$

На участке установившейся ползучести при $t \rightarrow \infty$ потребуем, чтобы выполнялась зависимость (1.2). Тогда из соотношения (1.8) следует

$$a_1(0)b_1(\sigma) - a_1(\sigma)b_1(0) = 0, \quad a_1(0)\alpha_2(\sigma) = -m^2c(\sigma)\alpha_1(\sigma) \quad (1.9)$$

Решая уравнения (1.6) и (1.9), получаем, что уравнения (1.3) и (1.4) имеют коэффициенты

$$\begin{aligned} a_1(\sigma) &= a_1(0)a(\sigma)e^{-b}c^{-1}(\sigma), \quad b_1(\sigma) = b_1(0)c^{-1}(\sigma)a(\sigma)e^{-b} \\ \lambda(\sigma) &= -mc(\sigma)b_1^{-1}(0)a_1^{-1}(\sigma)e^{-b} - a_1(0)b_1^{-1}(0) \\ c_1(\sigma) &= v(\sigma) + ma(\sigma)e^{-b}, \quad c_2(\sigma) = -m^2c(\sigma)b^{-1}(0) - \\ &\quad - a_1(0)b_1^{-1}(0)[v(\sigma) + ma(\sigma)e^{-b}] \end{aligned} \quad (1.10)$$

Подставляя значения (1.10) в (1.3), получаем

$$\dot{p} = a(\sigma)c^{-1}(\sigma)e^{-b}[a_1(0)p + b_1(0)q] + v(\sigma) + ma(\sigma)e^{-b} \quad (1.11)$$

$$q^* = -a(\sigma)c^{-1}(\sigma)e^{-b}[a_1(0)p + b_1(0)q] \times \\ \times [mc(\sigma)b_1^{-1}(0)a_1^{-1}(\sigma)e^{-b} + a_1(0)b_1^{-1}(0)] - \\ - m^2c(\sigma)b_1^{-1}(0) - a_1(0)b_1^{-1}(0)[v(\sigma) + ma(\sigma)e^{-b}] \quad (1.12)$$

В уравнениях (1.11) и (1.12) остались неопределенными параметры $a_1(0)$ и $b_1(0)$, но их неопределенность связана с формальным введением структурного параметра q . Умножая равенство (1.11) на $a_1(0)$, а (1.12) — на $b_1(0)$, после сложения получаем

$$a_1(0)p^* + b_1(0)q^* = -m(a_1(0)p + b_1(0)q) - m^2c(\sigma) \quad (1.13)$$

Если вместо q ввести новый структурный параметр $\kappa = a_1(0)p + b_1(0)q$, то определяющие уравнения (1.11) и (1.13) принимают вид

$$p^* = a(\sigma)c^{-1}(\sigma)e^{-b}\kappa + v(\sigma) + ma(\sigma)e^{-b}, \quad \kappa^* = -m\kappa - m^2c(\sigma) \quad (1.14)$$

Таким образом, коэффициенты уравнений (1.3) можно вычислить зная величины m , b , $a(\sigma)$, $v(\sigma)$, $c(\sigma)$, которые определяются по методике, предложенной в [16], из семейства кривых ползучести при постоянных напряжениях и измерениями величины возврата $c(\sigma)$ после снятия нагрузки через некоторое время, когда деформации прекратятся. В литературе приведены кривые ползучести для различных материалов, но, как правило, величина возврата $c(\sigma)$ не измерялась, за исключением полимерных материалов. Это не позволяет определить коэффициенты (1.14) по всем имеющимся в литературе кривым ползучести. Величина возврата является характеристикой обратимых деформаций ползучести, которые без сомнения имеют другую физическую природу, чем механизм необратимых деформаций ползучести. В металлах деформации возврата малы по сравнению с накопленной деформацией ползучести, но с точки зрения предложенной модели пренебречь ими нельзя. Измерение $a(\sigma)$ и $c(\sigma)$ при малых уровнях напряжений σ не представляется возможным, но выражение $a(\sigma)c^{-1}(\sigma)e^{-b}$, входящее в уравнение (1.14), можно вычислить при $\sigma \rightarrow 0$ из соотношений (1.10), откуда

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} a(\sigma)c^{-1}(\sigma)e^{-b} = 1 \quad (1.15)$$

Соотношением (1.15) следует пользоваться для определения перегрузок на нулевые напряжения.

2. Обобщение соотношений (1.15) на случай сложного напряженного состояния можно построить различными способами. Наиболее простой вариант получим предполагая существование потенциала ползучести, который зависит от одного структурного параметра. При одноосном растяжении потенциал $\Phi(\sigma, \kappa)$ имеет вид

$$\Phi(\sigma, \kappa) = \int_0^{\sigma} [e^{-b}a(\sigma)c^{-1}(\sigma)\kappa + m + v(\sigma)] d\sigma \quad (2.1)$$

Для получения потенциала ползучести при сложном напряженном состоянии вместо σ в соотношениях (2.1) можно подставить некоторое эффективное напряжение I , тогда

$$\Phi(I, \kappa) = \kappa \int_0^I e^{-b}a(\sigma)c^{-1}(\sigma) d\sigma + \int_0^I (e^{-b}a(\sigma)m + v(\sigma)) d\sigma \quad (2.2)$$

В качестве эффективного напряжения можно взять один из трех вариантов

$$I_1 = 1/2 \max(\sigma_i - \sigma_j) \\ I_2 = (3/2)^{1/2} [(\sigma_1 - \sigma_0)^2 + (\sigma_2 - \sigma_0)^2 + (\sigma_3 - \sigma_0)^2]^{1/2} \\ I_3 = 3/2 \max|\sigma_i - \sigma_0|, \quad \sigma_0 = 1/3(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (2.3)$$

где σ_i — главные напряжения. Эффективное напряжение I_2 — есть интенсивность напряжений; I_1 — максимальное касательное напряжение и I_3 — максимальное приведенное напряжение являются граничными эффективными напряжениями, при которых поверхности постоянного уровня потенциала сохраняют условия выпуклости. Все три эффективных напряжения (2.3) при чистом растяжении совпадают. Можно использовать в качестве эффективного напряжения линейную комбинацию

$$I = k_1 I_1 + k_2 I_2 + k_3 I_3, \quad k_1 + k_2 + k_3 = 1 \quad (2.4)$$

Один из вариантов соотношения (2.4) $I = k_1 I_1 + k_2 I_2$ предлагался в [11] для описания ползучести сплава ЭИ437Б. Отметим, что поверхности одинакового уровня эффективных напряжений $I_1 = \text{const}$, $I_3 = \text{const}$ являются кусочно-гладкими в пространстве главных напряжений, поверхность I_2 — гладкая.

Обобщение соотношений (1.14) для сложного напряженного состояния получаем в виде

$$p_{ij}^* = [a(I)c^{-1}(I)e^{-b\kappa} + v(I) + ma(I)e^{-b}] \partial I / \partial \sigma_{ij} \quad (2.5)$$

$$\kappa^* = -m\kappa - m^2 c(I)$$

В точках, где I_1 и I_3 имеют особенности в виде пересечения гладких функций, производная $\partial I / \partial \sigma_{ij}$ понимается в обобщенном смысле.

Рассмотрим некоторые особенности модели, описываемой уравнениями (2.5). Пусть на некотором участке $t_1 < t < t_2$ напряжения σ_{ij} постоянные, тогда уравнения (2.5) имеют решение

$$p_{ij} = \{ [a(I)c^{-1}(I)e^{-b}m^{-1}\kappa_0 + a(I)e^{-b}] \times \\ \times \{1 - \exp[-m(t-t_1)]\} + v(I)(t-t_1) \} \partial I / \partial \sigma_{ij} + p_{ij}^0 \quad (2.6)$$

$$\kappa = \kappa_0 \exp[-m(t-t_1)] - mc(I) \{1 - \exp[-m(t-t_1)]\}$$

Если в некоторый момент времени $t = t_2$ нагрузка сбрасывается, то при $t > t_2$ имеем $I = 0$; учитывая, что $c(0) = a(0) = v(0)$, и соотношение (1.15), для определения деформаций возврата получаем уравнения

$$p_{ij}^* = \kappa \partial I / \partial \sigma_{ij}, \quad \kappa^* = -m\kappa \quad (2.7)$$

Интегрируя уравнения (2.7), получим

$$p_{ij} = \kappa(t_2) m^{-1} \{1 - \exp[-m(t-t_2)]\} \partial I / \partial \sigma_{ij} + p_{ij}(t_2) \quad (2.8)$$

$$\kappa = \kappa(t_2) \exp[-m(t-t_2)]$$

Отметим, что в уравнения (2.8) характеристика обратной ползучести $c(\sigma)$ не входит, но эта характеристика появляется за счет начальных условий. Если $p_{ij}(t_1) = p_{ij}^0 = 0$, то деформация ползучести $p_{ij}(t)$ пропорциональны $\partial I / \partial \sigma_{ij}$. В экспериментах при постоянном напряжении $p_{ij}(t)$ пропорциональны девиатору напряжений s_{ij} . Это возможно, если в качестве I выбрать I_2 . Но тогда из соотношения (2.6) следует, что при фиксированном значении I_2 зависимость $p_{ij} = (p_{ij} p_{ij})^{1/2} = f(t)$ будет универсальной функцией времени, не зависящей от напряженного состояния. Эта закономерность для технически чистой меди выполняется [12], а для стали ЭИ257 не выполняется [11]; в обоих случаях наблюдалась пропорциональность девиаторов напряжений и скоростей деформаций. Поэтому для некоторых материалов соотношения (2.5) можно модернизировать и представить в виде

$$p_{ij}^* = [a(I)c^{-1}(I)e^{-b\kappa} + v(I) + ma(I)e^{-b}] s_{ij} I^{-1} \quad (2.9)$$

$$\kappa^* = -m\kappa - m^2 c(I)$$

При помощи (2.9) можно достигнуть соответствия экспериментальным данным [11], но отказаться от существования потенциала ползучести. Соотношения (2.5) и (2.9) являются соотношениями изотропной теории

и обладают существенными недостатками. Во-первых, при полном снятии нагрузки $s_{ij}=0$ величины $s_{ij}I^{-1}$ и $\partial I/\partial \sigma_{ij}$ в соотношениях (2.5), (2.9) остаются неопределенными. Во-вторых, при перегрузках при сложном напряженном состоянии эти соотношения не описывают основной экспериментальный факт; предварительное растяжение (кручение) не влияет на поведение материала при последующем кручении (растяжении). Этот результат, сформулированный в [10, 12], наблюдался в опытах на стали ЭИ437Б; его можно описать предполагая, что в процессе ползучести возникает приобретенная анизотропия. В этом случае структурный параметр должен иметь тензорный характер. Наиболее простой вариант теории получаем в виде

$$\begin{aligned} p_{ij} &= a(I)c^{-1}(I)e^{-b}\kappa_{ij} + [v(I) + ma(I)e^{-b}]I^{-1}s_{ij} \\ \kappa_{ij} &= -m\kappa_{ij} - m^2c(I)I^{-1}s_{ij} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Соотношения (2.10) при чистом растяжении переходят в соотношения (1.14). Если принять, что имеет место равенство $a(I)c^{-1}(I)e^{-b}=1$, т. е. соотношение (1.15) выполняется не только при $\sigma=0$, а для любых σ , то первое из соотношений (2.10) можно получить путем введения потенциала ползучести, полагая $I=I_2$:

$$\Phi(\sigma_{ij}, \kappa_{ij}) = \kappa_{ij}s_{ij} + \int_0^I [v(\sigma) + a(\sigma)e^{-b}m]d\sigma \quad (2.11)$$

Рассмотрим пропорциональное нагружение. Тогда $s_{ij}I^{-1}$ не зависит от времени, и интегрируя уравнения (2.10), получаем

$$\begin{aligned} p_{ij}(t) &= \left\{ - \int_0^t a(I)c^{-1}(I)m^2 \exp(-b-mt) \int_0^{\tau} c(I)e^{m\tau} d\tau dt + \right. \\ &+ \left. \int_0^t [v(I) + ma(I)e^{-b}] dt \right\} s_{ij}I^{-1}, \quad \kappa_{ij} = \kappa(t)s_{ij}I^{-1}, \quad \kappa(t) = -m^2e^{-mt} \int_0^t c(I)e^{m\tau} dt \end{aligned} \quad (2.12)$$

Подставляя выражения (2.12) в уравнения (2.9), получаем, что последние обращаются в тождества. Таким образом, при пропорциональном нагружении теория изотропной ползучести (2.9) совпадает с теорией (2.10), учитывающей приобретенную анизотропию.

Рассмотрим некоторые качественные особенности, следующие из соотношений (2.10). В отличие от теории изотропной ползучести неопределенность отношения $s_{ij}I^{-1}$ при нулевых напряжениях не влияет на уравнения, описывающие возврат, так как при этом $a(0)=v(0)=c(0)=0$. Для описания возврата из уравнений (2.10) получаем уравнения

$$\dot{p}_{ij} = \kappa_{ij}, \quad \dot{\kappa}_{ij} = -m\kappa_{ij} \quad (2.13)$$

решение которых имеет вид

$$p_{ij} = \kappa_{ij}^0 m^{-1}(1 - e^{-mt}) + p_{ij}^0, \quad \kappa_{ij} = \kappa_{ij}^0 e^{-mt} \quad (2.14)$$

где κ_{ij}^0 и p_{ij}^0 — значения κ_{ij} и p_{ij} при $t=0$, когда произведено снятие нагрузки. Из соотношений (2.14) следует, что величина возврата будет $\kappa_{ij}^0 m^{-1}$. Параметр κ_{ij} , формально введенный ранее, имеет ясный физический смысл. Если деформацию ползучести разбить на две части — обратимую и необратимую, причем под последней понимать необратимую деформацию, которую получит образец после снятия нагрузок и длительного отдыха, то структурные параметры κ_{ij} пропорциональны с постоянным коэффициентом m^{-1} обратимой части деформации ползучести. Пусть трубчатый образец ползет в условиях чистого растяжения при напряже-

нии σ , тогда из (2.12)

$$\begin{aligned} p_{11} &= -2p_{22} = -2p_{33} = v(\sigma)t + a(\sigma)e^{-b}(1 - e^{-mt}) \\ \kappa_{11} &= -2\kappa_{22} = -2\kappa_{33} = -mc(\sigma)(1 - e^{-mt}) \\ p_{12} &= p_{13} = p_{23} = 0, \quad \kappa_{12} = \kappa_{13} = \kappa_{23} = 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Если в момент времени t_1 образец догрузить напряжением $\sigma_{12} = \tau$, то из (2.10) при $t = t_1$

$$\begin{aligned} p_{11}^* &= -a(I)e^{-1}(I)e^{-b}mc(\sigma)(1 - e^{-mt}) + \frac{2}{3}[v(\sigma) + ma(\sigma)e^{-b}]I^{-1}\sigma \\ p_{12}^* &= [v(\sigma) + ma(\sigma)e^{-b}]I^{-1}\tau \end{aligned}$$

Отсюда следует, что в момент перегрузки вектор скорости деформаций ползучести отклоняется от направления подобия девиаторов в сторону увеличения нагрузки. Этот факт для малоуглеродистой стали был получен в [9], а в дальнейшем обсуждался и сформулирован в [7]. После перегрузки при $t > t_1$ скорость деформации ползучести монотонно стремится к условию подобия девиаторов [7, 9]. Этот факт также описывается уравнениями (2.10). Действительно, интегрируя (2.10), получаем

$$\kappa_{ij} = \kappa_{ij}^0 \exp[-m(t - t_1) - mc(I)I^{-1}s_{ij}\{1 - \exp[-m(t - t_1)]\}] \quad (2.16)$$

При увеличении $t - t_1$ первое слагаемое монотонно затухает, а из (2.10) следует условие подобия девиаторов.

Пусть образец после чистого растяжения, описываемого формулами (2.15), перегружается на чистое кручение, а растягивающие усилия снимаются, тогда, интегрируя уравнения (2.10), получаем

$$p_{12} = \{v(I_\tau)(t - t_1) + a(I_\tau)e^{-b}(1 - \exp[-m(t - t_1)])\}\tau I_\tau^{-1} \quad (2.17)$$

где I_τ — значение эффективного напряжения при чистом кручении. Из (2.17) следует, что предварительное растяжение не влияет на последующее кручение, что полностью согласуется с опытами [10, 12]. Если образец подвергнут предварительному кручению при $\tau_{12} = \tau$, то деформации ползучести описываются соотношениями (2.17), если в последних $t_1 = 0$, для структурного параметра из (2.10) получаем выражение

$$\kappa_{12}(t) = -mc(I_\tau)(1 - e^{-mt})I_\tau^{-1}\tau$$

На установившемся участке ползучести $\kappa_{12} = -mc(I_\tau)\tau I_\tau^{-1}$. При $t = t_2$ образец перегружается и закручивается в противоположном направлении при $\tau_{12} = \tau$, тогда из (2.10) получаем

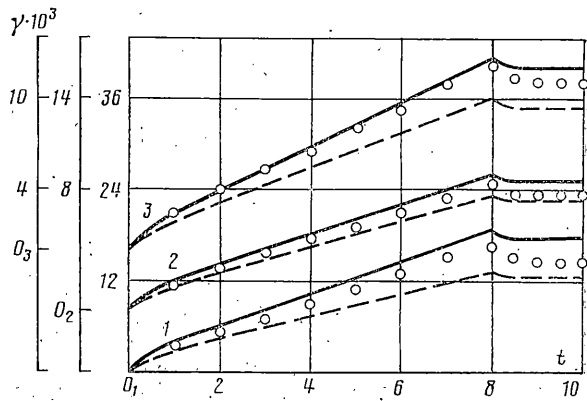
$$p_{12}^*(t) = v(I_\tau)I_\tau^{-1}\tau t + 2a(I_\tau)e^{-b}I_\tau^{-1}\tau(1 - e^{-mt}) \quad (2.18)$$

где p_{12}^* — деформация кручения, отсчитываемая с момента перегрузки в обратном направлении. Сравнивая (2.17) и (2.18), приходим к выводу, что обратное кручение происходит более интенсивно, чем прямое. Этот факт экспериментально наблюдался в [13].

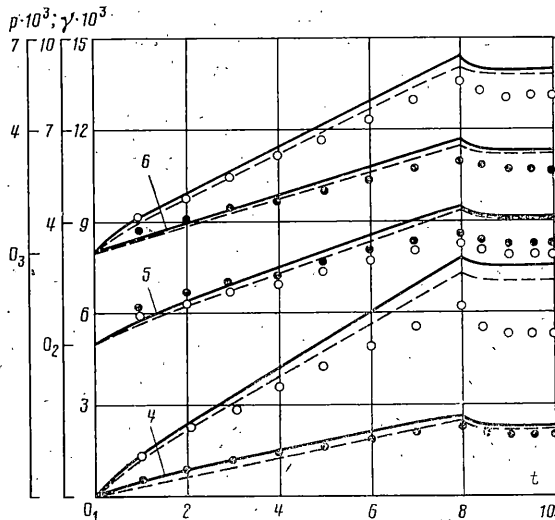
Отметим, что структурные модели, предложенные в [22–26], описывают некоторые из обсужденных экспериментальных фактов, но во всей совокупности они описываются только соотношениями (2.10). Самым существенным отличием соотношений (2.10) от моделей [22–26] является отсутствие влияния предварительного растяжения (кручения) на последующее кручение (растяжение).

3. Количественное сравнение теоретических и экспериментальных данных было проведено для сплава ЭИ437Б при $T = 1079$ К, а также сталей 40ХСН2МВФ и 5ХН1М при $T = 698$ К.

Эксперименты на одноосное нагружение производились на образцах диаметром 10 мм рабочей базой 100 мм на машинах ЦСТ-3/Э. Методика испытаний изложена в [27]. Эксперименты на сложное напряженное состояние производились на тонкостенных трубках с внутренним диаметром 25 мм, толщиной стенки 1 мм и рабочей базой 100 мм. При определении параметров ползучести каждый опыт дублировался на десяти об-



Фиг. 4



Фиг. 5

разцах, а при перегрузках — на трех образцах. Экспериментальные результаты представлены в виде осредненных точек.

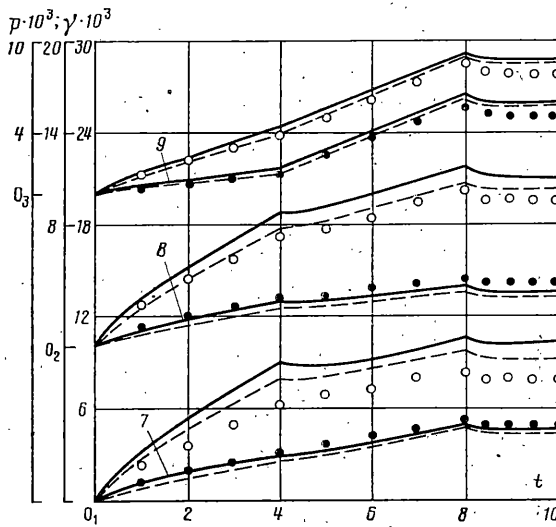
При чистом растяжении кривые ползучести обрабатывались по методике, предложенной в [16]. Для аппроксимации экспериментальных значений $a(\sigma)$, $v(\sigma)$, $c(\sigma)$ использовалось выражение $\Delta\sigma(\sigma^* - \sigma)^{-1}$, предложенное в [6]. Другие аппроксимации с двумя подбираемыми параметрами оказались менее удачными. В результате аппроксимации для сплава ЭИ437Б при $T=1073\text{ К}$ ($m=5,568$; $b=0,2$) получены выражения

$$\begin{aligned} a(\sigma) &= 0,31 \cdot 10^{-3} \sigma (26,24 - \sigma)^{-1}, & v(\sigma) &= 0,39 \cdot 10^{-3} \sigma (26,24 - \sigma)^{-1}, \\ c(\sigma) &= 0,27 \cdot 10^{-3} \sigma (27,42 - \sigma)^{-1} \end{aligned} \quad (3.1)$$

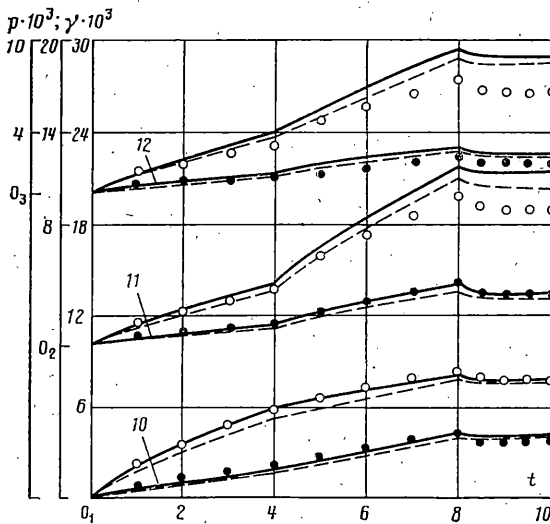
Эти аппроксимации использовались при сравнении теоретических и экспериментальных результатов при сложном нагружении. Для сплава ЭИ437Б кривые ползучести, вычисленные по формулам (1.1) с использованием аппроксимации, нанесены штриховыми линиями. При исследовании перегрузок использовались значения a , v , c , снимаемые непосредственно с кривых ползучести:

для стали 40ХН2МВФ $a(300)=0,239 \cdot 10^{-3}$; $a(350)=0,548 \cdot 10^{-3}$; $a(400)=1,127 \cdot 10^{-3}$; $v(300)=0,003 \cdot 10^{-3}$; $v(350)=0,007 \cdot 10^{-3}$; $v(400)=0,015 \cdot 10^{-3}$; $c(300)=0,04445 \cdot 10^{-3}$; $c(350)=0,1019 \cdot 10^{-3}$; $c(400)=0,2096 \cdot 10^{-3}$;

для стали 5ХН1М $a(250)=7,83 \cdot 10^{-4}$; $a(300)=18,67 \cdot 10^{-4}$; $a(350)=38,92 \cdot 10^{-4}$; $v(250)=0,04 \cdot 10^{-4}$; $v(300)=0,1 \cdot 10^{-4}$; $v(350)=0,2 \cdot 10^{-4}$; $c(250)=1,793 \cdot 10^{-4}$; $c(300)=4,275 \cdot 10^{-4}$; $c(350)=8,912 \cdot 10^{-4}$.



Фиг. 6



Фиг. 7

Рассмотрим процесс деформации при чистом растяжении, когда нагрузка $\sigma_1 = \text{const}$ до достижения некоторой деформации p_0 , после чего нагрузка снимается и происходит возврат. При нагрузке решение уравнений (2.10) имеет вид (1.1). При возврате, решая уравнения (2.13), получаем

$$p - p_0 = -c(\sigma) (1 - e^{-mt_1})(1 - e^{-mt}) \quad (3.2)$$

$$p_0 = v(\sigma)t_1 + a(\sigma)e^{-b}(1 - e^{-mt_1}) \quad (3.3)$$

При $t_1 = 4$ ч слагаемое $\exp(-mt_1)$ незначительно, т. е. происходит выход на установившийся участок ползучести, при этом зависимости $p - p_0 = -c(\sigma)(1 - e^{-mt})$ показаны сплошной линией, когда a, v, c снимались с кривых ползучести, штриховой, когда использовались аппроксимации (3.1). Хорошее совпадение сплошных линий с экспериментом означает, что кривые ползучести и возврата хорошо аппроксимируются формулами (1.1) и (1.2), за счет подбора пяти постоянных m, b, v, a, c . Если разгрузка происходит на неустановившемся участке кривой ползучести, то из (3.2) для величины возврата получаем соотношение $p_4 = p - p_0 = -c(\sigma)(1 - e^{-mt_1})$. Исключая отсюда и из (3.3) величину t_1 , получаем зависимость p_4 от p_0 , которая для сплава ЭИ437Б построена на фиг. 1. Точками нанесены экспериментальные результаты.

На фиг. 2, 3 (время в ч) приводится сопоставление теоретических данных, вычисленных по соотношениям (2.10), (2.13) с использованием a , v , c , снятых с кривых ползучести, и экспериментальных данных при перегрузках для сталей 40ХСН2МВФ и 5ХН1М при $T=698$ К. Программа нагружения для стали 40ХСН2МВФ (фиг. 2): 1 — $\sigma=350 \rightarrow 400 \rightarrow 300 \rightarrow 350 \rightarrow 400 \rightarrow 300$ (МПа); 2 — $\sigma=300 \rightarrow 0 \rightarrow 350 \rightarrow 0 \rightarrow 400$; 3 — $\sigma=300 \rightarrow 350 \rightarrow 400 \rightarrow 350 \rightarrow 300$. Для стали 5ХН1М (фиг. 3): 4 — $\sigma=300 \rightarrow 250 \rightarrow 350 \rightarrow 300 \rightarrow 250$; 5 — $\sigma=300 \rightarrow 0 \rightarrow 250 \rightarrow 0 \rightarrow 350$; 6 — $\sigma=250 \rightarrow 300 \rightarrow 350 \rightarrow 300$. Наблюдается хорошее соответствие теоретических и экспериментальных результатов, если в программе отсутствуют перегрузки на нулевые напряжения в отдыхом. В последнем случае после двух перегрузок экспериментальные точки ложатся выше теоретической кривой.

На фиг. 4, 5 приведены результаты эксперимента для сплава ЭИ437Б при кручении и совместном действии растяжения и кручения: 1 — $\tau=116,2$ (МПа); 2 — $\tau=92,5$; 3 — $\tau=104$; 4 — $\sigma=80$, $\tau=80$; 5 — $\sigma=138,6$, $\tau=46,2$; 6 — $\sigma=113$, $\tau=65$. Сплошные кривые — результаты вычислений по формулам (2.10) с использованием эффективного напряжения I_2 ; штриховые кривые — с использованием эффективного напряжения I_3 ; кривые, вычисленные с использованием I_1 , не приведены, так как лежат значительно выше экспериментальных результатов; залитыми кружками обозначены экспериментальные значения деформации растяжения, светлыми кружками — деформации сдвига. Некоторые расхождения экспериментальных и теоретических результатов на фиг. 5 наблюдаются на установленном участке ползучести. По-видимому, его можно устранить используя для $v(I)$ эффективное напряжение по формуле (2.4).

На фиг. 6, 7 приведены экспериментальные и теоретические результаты при перегрузках в условиях растяжения и кручения. Перегрузка производилась при $t=4$ ч, при $t=8$ ч производилась разгрузка. Обозначения те же, что и на фиг. 4, 5. Программы нагружения выбраны следующие: 1 — $\sigma=100$, $\tau=100$; $\sigma=138,5$, $\tau=46,2$; 2 — $\sigma=100$, $\tau=100$; $\sigma=80$, $\tau=80$; 3 — $\sigma=80$, $\tau=173,4$; $\sigma=57,8$, $\tau=80$; 4 — $\sigma=90$, $\tau=90$; $\sigma=138,5$, $\tau=46,2$; 5 — $\sigma=80$, $\tau=80$; $\sigma=100$, $\tau=100$; 6 — $\sigma=80$, $\tau=80$; $\sigma=90$, $\tau=90$ (МПа). Таким образом, эксперименты проводились как при пропорциональных так и не пропорциональных нагрузках. Эксперименты на сложное нагружение не удается провести с такой же точностью, как при простом нагружении. Теоретические кривые совпадают с экспериментом в рамках разброса экспериментальных данных. Некоторые несоответствие можно устранить, как и в случае постоянных нагрузок, за счет выбора эффективного напряжения в виде (2.4).

Таким образом, предложенная модель качественно и количественно описывает рассмотренные экспериментальные закономерности.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Rabotnov Yu. N.* On the equations of state for creep // Progress in Applied Mechanics. N. Y.: Macmillan. 1963. P. 307–315.
2. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука. 1966. 752 с.
3. *Наместников В. С., Работнов Ю. Н.* О гипотезе уравнения состояния при ползучести // ПМТФ 1961. № 3. С. 101–102.
4. *Вилесова Н. С., Наместников В. С.* Об одном параметре упрочнения // ПМТФ. 1964. № 3. С. 177–179.
5. *Кадашевич Ю. И., Новожилов В. В.* Теория пластичности и ползучести металлов, учитывающая наследственные свойства и влияние скорости пластического деформирования на локальный предел текучести материала // Механика деформируемых сред. Куйбышев: Куйбышев. ун-т. 1977. С. 3–32.
6. *Шестериков С. А., Юмашева М. А.* Конкретизация уравнения состояния в теории ползучести // Изв. АН СССР. МТТ. 1984. № 1. С. 86–91.
7. *Соснин О. В.* О ползучести упрочняющихся материалов // Инж. ж. МТТ. 1968. № 3. С. 177–178.
8. *Самарин Ю. П.* Об одном обобщении метода разделения деформации в теории ползучести // Изв. АН СССР. МТТ. 1971. № 3. С. 160–163.
9. *Johnson A. E., Henderson J., Mathuz V. D.* Creep under changing complex creep systems // Engineer. 1958. V. 206. No. 5350. P. 209–216.
10. *Наместников В. С.* О ползучести при переменных нагрузках в условиях сложного напряженного состояния // Изв. АН СССР. ОТН. 1957. № 10. С. 83–85.

11. *Наместников В. С.* О ползучести при постоянных нагрузках в условиях сложного напряженного состояния // Изв. АН СССР. ОТН. 1957. № 4. С. 141–146.
12. *Наместников В. С.* Ползучесть технически чистой меди при сложном напряженном состоянии // ПМТФ. 1965. № 3. С. 127–130.
13. *Наместников В. С.* Прямое и обратное кручение в условиях ползучести // ПМТФ. 1960. № 1. С. 121–122.
14. *Соснин О. В.* Анизотропная ползучесть упрочняющихся материалов // Инж. ж. МГТ. 1968. № 4. С. 143–148.
15. *Соснин О. В.* О направленности деформационного упрочнения при ползучести // Изв. АН СССР. МТТ. 1970. № 3. С. 120–124.
16. *Быковцев Г. И., Горелов В. И.* Об одной закономерности в ползучести металлов // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1983. Т. 273. № 5. С. 1080–1082.
17. *Надаи А.* Пластичность и разрушение твердых тел. Т. 2. М.: Мир. 1969. С. 86.
18. *Soderberg C. R.* The interpretation of creep tests for machine design // Trans. ASME. 1936. V. 58. No. 8. P. 733–744.
19. *Бульгин И. Н., Власов Н. Т., Горбодей А. Т. и др.* Атлас диаграмм растяжения при высоких температурах, кривых ползучести и длительной прочности сталей и сплавов для двигателей. М.: Оборонгиз. 1957. С. 140–173.
20. *Быковцев Г. И., Горелов В. И.* Феноменологическое построение кинетических уравнений теории ползучести // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1985. Т. 283. № 1. С. 58–61.
21. *Камке Э.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Наука. 1965. 703 с.
22. *Ислев Д. Д.* К теории неустановившейся ползучести // Проблемы механики сплошной среды. М.: Изд-во АН СССР. 1961. С. 157–160.
23. *Бережной И. А., Ислев Д. Д.* О влиянии вязкости на механическое поведение пластических сред // Докл. АН СССР (ДАН СССР). 1965. Т. 163. № 3. С. 595–598.
24. *Малинин Н. Н., Хаджинский Г. М.* К построению теории ползучести с анизотропным упрочнением // Изв. АН СССР. МТТ. 1969. № 3. С. 148–152.
25. *Malinin N. N., Khadjinsky G. M.* Theory of creep with the anisotropic hardening // Intern. J. Mech. Sci. 1972. V. 14. No. 4. P. 235–246.
26. *Бурлаков А. В., Морачковский О. К.* О деформационной и начальной анизотропии при ползучести // Проблемы прочности. 1973. № 6. С. 77–79.
27. *Горелов В. И., Денисов Г. А.* Исследование реологических свойств стали прессового инструмента // Технология легких сплавов. 1984. № 2. С. 19–22.

Куйбышев

Поступила в редакцию
26.XII.1985