

этом будут вековые и периодические части. Следовательно, для определенных начальных условий и параметров тела движение будет периодическим, что согласуется с результатами [5] для рассматриваемой задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Deprit A. Free rotation of a rigid body studied in the phase plane // Amer. J. Phys. 1967. V. 35. No. 5. P. 424-428 = Механика: Период. сб. перев. иностр. статей. 1968. № 2. С. 3-9.
2. Демин В. Г., Киселев Ф. И. О периодических движениях твердого тела в центральном ньютоновском поле // ПММ. 1974. Т. 38. Вып. 2. С. 224-227.
3. Hori G. Theory of general perturbations with unspecified canonical variables // Publ. Astron. Soc. Jap. 1966. V. 18. No. 4. P. 287-296.
4. Архангельский Ю. А. Аналитическая динамика твердого тела. М.: Наука. 1977. 328 с.
5. Козлов В. В. Новые периодические решения в задаче о движении твердого тела вокруг неподвижной точки // ПММ. 1975. Т. 39. Вып. 3. С. 407-414.

Кишинев

Поступила в редакцию
18.III.1986

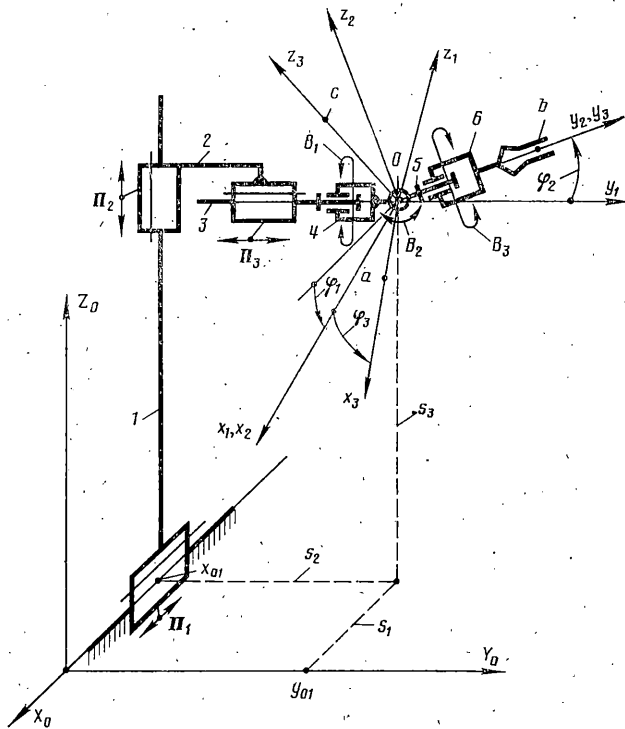
УДК 531.8

РАСЧЕТ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ МАНИПУЛЯТОРОВ ПО ЗАДАННОМУ ПОЛОЖЕНИЮ ОБЪЕКТА

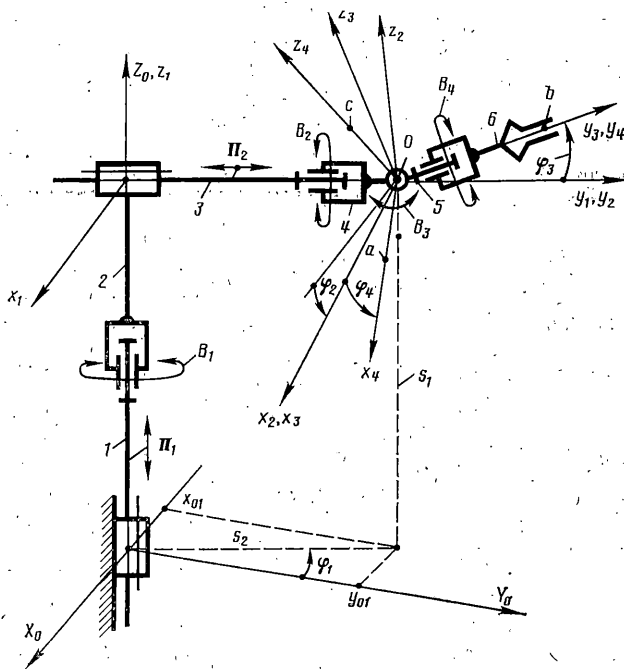
КЛЮЙКО Э. В.

В [1] дано общее решение задачи о перемещении твердого тела (например, с помощью манипуляторов) по заданным координатам промежуточных положений не менее чем трех его точек. Рассматривалось шестимерное движение с тремя поворотами и тремя прямолинейными перемещениями. Развитие робототехники порождает много других вариантов переноса, которые реализуются в шестиподвижных универсальных манипуляторах. Анализ кинематической структуры манипуляторов, выбору схем и разработке управляющих программ их движения посвящены работы [2-4]. Программирование управления перемещений манипуляторов основано на прямой задаче о положениях в механизмах, состоящей в определении координат рабочих точек схвата по заданным обобщенным координатам положений звеньев. Соответствующие управляющие программы представляют обычно многошаговые алгоритмы [3], основанные на итерационных методах с применением последовательных приближений и предполагают большой объем вычислений. Одношаговые алгоритмы значительно проще, но предполагают явное выражение положений звеньев манипулятора через координаты положений подвижного объекта, т. е. требует решения обратной задачи о положениях. В [2] дан обзор решений обратной задачи, в которых применен матричный способ преобразования координат, предложенный для расчета механизмов в [5, 6]. Попытка дать общее решение обратной задачи [7, 8] не позволяет создать автоматизированных алгоритмов, т. к. для конкретных схем манипуляторов требуются специальные подходы. Решения для частных структур универсальных манипуляторов чаще приводят к системе нелинейных уравнений, решаемых численными методами. В [2] для антропоморфной схемы шестиподвижного манипулятора дано явное решение с применением обратного матричного перехода, упростившего решение исключением некоторых из неизвестных обобщенных координат. Решение для этой же схемы в векторной форме [9] является более трудоемким. Более общим является метод [10], основанный на расчленении манипулятора на переносную и ориентирующую части с отдельным определением соответствующих им обобщенных координат. Такой подход дает более простые и явные зависимости для этих координат. Однако, как это показано дальше, для универсальных манипуляторов с сферической схемой ориентации прямые матричные преобразования позволяют получить еще более простые зависимости, так как из выводимых при этом 12 уравнений четырех точек положения объекта всегда можно выбрать шесть наиболее удобных для явного определения обобщенных координат.

Прямоугольный манипулятор. Из шести подвижностей в нем три поступательные $\Pi_1-\Pi_3$ выполняются звеньями 1-3 и предназначены для переноса, а три вращательные V_1-V_3 реализуются звеньями 4-6 и предназначены для ориентации (фиг. 1). Ось вращения V_1 соосна с последним звеном 3 переносной части манипулятора. Пусть схват 6 связан с системой координат $x_3y_3z_3$, в которой зафиксированы четыре жестко связанные с закатой деталью точки, образующие подвижный прямо-



Фиг. 1



Фиг. 2

угольный трехгранник, например точки: $(0, 0, 0)$ — центр O шарнира, $(a, 0, 0)$, $(0, a, 0)$, $(0, 0, c)$. Тогда координаты этих точек в неподвижной системе $X_0 Y_0 Z_0$ получим с помощью матричного равенства

$$r_{0i} = \begin{vmatrix} x_{0i} \\ y_{0i} \\ z_{0i} \\ 1 \end{vmatrix} = M r_{3i} = M_3 M_2 M_1 \begin{vmatrix} x_{3i} \\ y_{3i} \\ z_{3i} \\ 1 \end{vmatrix} \quad (1)$$

$$M_1 = \begin{vmatrix} \cos \varphi_3 & 0 & \sin \varphi_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_3 & 0 & \cos \varphi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad M_2 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 \\ 0 & \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$$M_3 = \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & 0 & \sin \varphi_1 & s_1 \\ 0 & 1 & 0 & s_2 \\ -\sin \varphi_1 & 0 & \cos \varphi_1 & s_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

где r_{0i} , r_{3i} — столбцовые матрицы координат $i=1, 4$ соответственно в системах $X_0Y_0Z_0$ и $x_3y_3z_3$, причем в матрицах r_{3i} координаты $x_{32}=a$, $y_{33}=b$, $z_{34}=c$, остальные равны нулю; M_1 — матрица перехода от системы $x_3y_3z_3$ к системе $x_2y_2z_2$ с поворотом на угол φ_3 вокруг оси y_3 (базой для отсчета угла φ_3 является ось x_2 шарнира O); M_2 — матрица перехода от $x_2y_2z_2$ к $x_1y_1z_1$ с поворотом на угол φ_2 вокруг оси x_2 (базой для поворота на угол φ_2 является ось y_1 звена \mathcal{B}); M_3 — матрица перехода от $x_1y_1z_1$ к $X_0Y_0Z_0$ с поворотом на угол φ_1 вокруг оси y_1 и сдвигом на s_1 , s_2 , s_3 вдоль осей X_0 , Y_0 , Z_0 (базой для отсчета угла φ_1 поворота является ось, проходящая через шарнир O параллельно оси X_0). За положительные приняты отсчеты углов против часовой стрелки.

Перемножая матрицы согласно (1), получим абсолютные координаты (x_{0i}, y_{0i}, z_{0i}) , $i=1-4$ точек перемещаемой детали, выраженные через обобщенные координаты манипулятора $s_1, s_2, s_3, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$:

$$\begin{aligned} x_{01} &= s_1, & y_{01} &= s_2, & z_{01} &= s_3 \\ x_{02} &= a(\cos \varphi_1 \cos \varphi_3 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \sin \varphi_3) + s_1 \\ y_{02} &= a \sin \varphi_2 \sin \varphi_3 + s_2 \\ z_{02} &= a(-\sin \varphi_1 \cos \varphi_3 - \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \sin \varphi_3) + s_3 \\ x_{03} &= b \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + s_1, & y_{03} &= b \cos \varphi_2 + s_2 \\ z_{03} &= b \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + s_3 \\ x_{04} &= c(\cos \varphi_1 \sin \varphi_3 + \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \varphi_3) + s_1 \\ y_{04} &= -c \sin \varphi_2 \cos \varphi_3 + s_2 \\ z_{04} &= c(\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \varphi_3 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_3) + s_3 \end{aligned}$$

Полагая координаты x_{0i}, y_{0i}, z_{0i} детали заданными и решая систему 12 приведенных уравнений относительно неизвестных обобщенных координат, получим

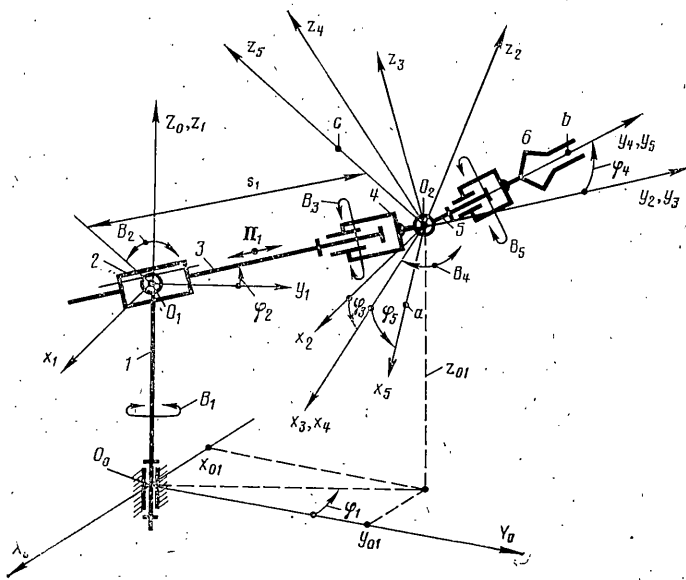
$$\begin{aligned} s_1 &= x_{01}, & s_2 &= y_{01}, & s_3 &= z_{01}, & \varphi_1 &= \text{Arctg}(n_{12}/n_{32}), \\ \varphi_3 &= \text{Arctg}(n_{21}/-n_{23}), & \varphi_2 &= \text{Arccos}(n_{22}) \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь направляющие косинусы n_{ij} определяются по формулам

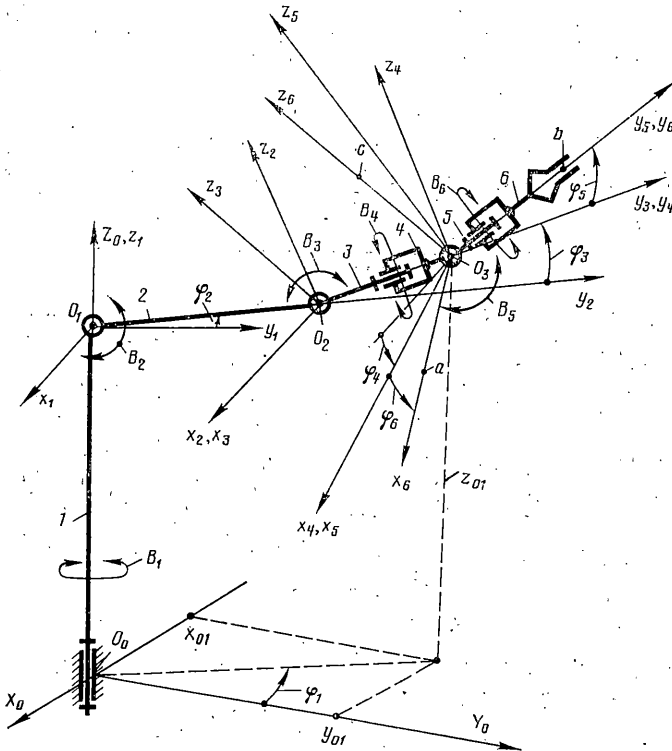
$$\begin{aligned} n_{11} &= (x_{02} - x_{01})/a, & n_{12} &= (x_{03} - x_{01})/b, & n_{13} &= (x_{04} - x_{01})/c \\ n_{21} &= (y_{02} - y_{01})/a, & n_{22} &= (y_{03} - y_{01})/b, & n_{23} &= (y_{04} - y_{01})/c \\ n_{31} &= (z_{02} - z_{01})/a, & n_{32} &= (z_{03} - z_{01})/b, & n_{33} &= (z_{04} - z_{01})/c \end{aligned} \quad (3)$$

Первые индексы $i=1, 2, 3$ в n_{ij} соответствуют осям X_0, Y_0, Z_0 , а вторые $j=1, 2, 3$ — осям x_3, y_3, z_3 , например, $n_{23} = \cos(Y_0, z_3)$. Из тригонометрических формул системы (2) следует, что для любой заданной ориентации перемещаемого объекта трехподвижный шарнир манипулятора допускает два варианта установки обобщенных координат в пределах углов $0-360^\circ$: по формуле для φ_2 имеем два возможных угловых положения звена \mathcal{B} относительно звена \mathcal{Z} . Для каждого из них получим по одному значению φ_1 и φ_3 . При этом значениям $\varphi_2=0-180^\circ$ соответствуют величины φ_1 и φ_3 , однозначно определяемые с учетом знаков числителя и знаменателя в их формулах, а углам $\varphi_2=180-360^\circ$ соответствуют вторые значения углов φ_1 и φ_3 .

Цилиндрический манипулятор. Пространственный перенос точки O , жестко связанной с деталью, выполняется с помощью подвижных звеньев 1-3 движениями Π_1, B_1, Π_2 в цилиндрических координатах, а ее ориентация — с помощью звеньев 4-6 вращениями B_2, B_3, B_4 вокруг той же точки O (фиг. 2). В этом случае преобразование координат включает в себя два вращательных и два винтовых перехода. Повороты от $x_4y_4z_4$ к $x_3y_3z_3$ на угол φ_4 и от $x_3y_3z_3$ к $x_2y_2z_2$ на угол φ_3 аналогичны преобразованиям M_1 и M_2 в (1). Первый винтовой переход от $x_2y_2z_2$ к $x_1y_1z_1$ с поворотом на φ_2 вокруг оси y_2 и сдвигом вдоль нее на s_2 (базой отсчета будет ось x_1 , перпендикулярная продольной оси звена \mathcal{B}), второй — от $x_1y_1z_1$ к $X_0Y_0Z_0$ с поворотом на угол φ_1 вокруг оси Z_0 и сдвигом вдоль нее на s_1 (отсчет ведется от оси Y_0). Выполняя преобразования, аналогичные (1), и решая относительно неизвестных,



Фиг. 3



Фиг. 4

получим обобщенные координаты звеньев манипулятора

$$s_1 = z_{01}, \quad s_2 = y_{01} / \cos \varphi_1, \quad \varphi_1 = \arctg(-x_{01}/y_{01})$$

$$\varphi_2 = \text{Arctg}[(n_{12} \cos \varphi_1 + n_{22} \sin \varphi_1) / n_{32}]$$

$$\varphi_3 = \text{Arccos}(n_{22} \cos \varphi_1 - n_{12} \sin \varphi_1)$$

$$\varphi_4 = \text{Arctg}[(n_{21} \cos \varphi_1 - n_{11} \sin \varphi_1) / (n_{13} \sin \varphi_1 - n_{23} \cos \varphi_1)]$$

(3)

Здесь направляющие косинусы n_{ij} определяются формулами (3), угол φ_1 вычисляется однозначно с учетом знаков числителя и знаменателя в его формуле,

№	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6
1.1	-22,43	22,97	-85,88	69,82	80,0	64,70
1.2	-22,43	22,97	-85,88	-110,18	-80,0	-115,30
1.3	-22,43	-62,91	85,88	99,15	69,44	-24,64
1.4	-22,43	-62,91	85,88	-80,85	-69,44	-155,37
2.1	48,83	4,16	-19,98	0,0	105,81	41,17
2.2	48,83	4,16	-19,98	-180,0	-105,81	-138,83
2.3	48,83	-15,81	19,98	0,0	85,84	41,17
2.4	48,83	-15,81	19,98	-180,0	-85,84	-138,83

угол φ_3 дает два возможных значения, по каждому из которых получаются единственные значения углов φ_2 и φ_4 , так же как в формулах (2) для углов φ_1 и φ_3 .

Сферический манипулятор. В этом случае три подвижности B_1, B_2, Π_1 звеньев 1-3 являются переносными, а подвижности B_3, B_4, B_5 звеньев 4-6 — ориентирующими (фиг. 3). Преобразование от системы $x_5y_5z_5$, связанной с схватом 6, к неподвижной системе $X_0Y_0Z_0$ будет включать три вращательных и два винтовых перехода. Первые два (к $x_1y_1z_1$ и $x_3y_3z_3$) соответствуют M_1 и M_2 в (1), третий — от $x_3y_3z_3$ к $x_2y_2z_2$ с поворотом на угол φ_3 (базой отсчета будет ось x_1 шарнира O_1). Первый винтовой переход — от $x_2y_2z_2$ к $x_1y_1z_1$ с поворотом на угол φ_2 вокруг оси x_1 и сдвигом на $s_1 = O_1O_2$ вдоль оси y_2 звена 3 (база — ось y_1 , проходящая через шарнир O_1 перпендикулярно его оси). Второй винтовой переход — от $x_1y_1z_1$ к $X_0Y_0Z_0$ с поворотом на φ_4 вокруг оси Z_0 и сдвигом на $O_0O_1 = l$ вдоль этой оси (база отсчета — ось Y_0). В результате аналитических преобразований получим обобщенные координаты звеньев манипулятора в виде

$$\varphi_1 = \arctg(-x_{01}/y_{01}); \quad \varphi_2 = \arctg[(z_{01} - l_1)(y_{01}/\cos \varphi_1)^{-1}]$$

$$s_1 = (z_{01} - l_1)/\sin \varphi_2 \quad (5)$$

$$\varphi_3 = \text{Arctg}\{(n_{12} \cos \varphi_1 + n_{22} \sin \varphi_1)[n_{32} \cos \varphi_2 + (n_{12} \sin \varphi_1 - n_{22} \cos \varphi_1) \sin \varphi_2]^{-1}\}$$

$$\varphi_4 = \text{Arctg}\{(n_{12} \cos \varphi_1 + n_{22} \sin \varphi_1)/\sin \varphi_3\} [n_{32} \sin \varphi_2 - (n_{12} \sin \varphi_1 - n_{22} \cos \varphi_1) \cos \varphi_2]^{-1}$$

$$\varphi_5 = \text{Arctg}\{(1 - k \cos \varphi_4 \operatorname{tg} \varphi_3)(k + \cos \varphi_4 \operatorname{tg} \varphi_3)^{-1}\}$$

$$k = (n_{11} + n_{21} \operatorname{tg} \varphi_1)(n_{13} + n_{23} \operatorname{tg} \varphi_1)^{-1}$$

где n_{ij} задаются формулами (3); значения φ_1, φ_2 и s_1 определяются однозначно, φ_3 дает два значения поворота, для каждого из которых вычисляются по одному значению углов φ_4, φ_5 . Многовариантность решения обратной задачи о положениях манипулятора требует поиска оптимального варианта его перемещения.

Пример. При многостаночном обслуживании антропоморфный манипулятор должен перемещать инструмент от горизонтального стеллажа в шпиндель вертикально-фрезерного станка. Координаты схвата и связанного с ним инструмента в первом (исходном) положении (в мм): (525, 1272, 800), (525, 1272, 750), (875, 1272, 800), (525, 1222, 800), во втором (рабочем) положении: (-1475, 1290, 1100); (-1475, 1340, 1100), (-1475, 1290, 1450), (-1425, 1290, 1100). Размеры манипулятора (фиг. 4): $O_0O_1 = l = 1300$ мм, $O_1O_2 = O_2O_3 = l_2 = l_3 = 1000$ мм, координаты инструмента в схвате $a = c = 50$ мм, $b = 350$ мм. Выполняя шесть матричных вращательных переходов на углы $\varphi_1 - \varphi_6$ по приведенной выше методике, получим обобщенные координаты манипулятора (фиг. 4) в виде

$$\varphi_1 = \text{Arctg}(-x_{01}/y_{01}) \quad (6)$$

$$\varphi_3 = \text{Arccos}\{[(y_{01}/\cos \varphi_1)^2 + (z_{01} - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2] / (2l_2l_3)\}^{-1}$$

$$\varphi_2 = \text{Arctg}[(z_{01} - l_1)y_{01}^{-1} \cos \varphi_1] - \text{Arctg}[(l_3 \sin \varphi_3)(l_2 + l_3 \cos \varphi_3)^{-1}]$$

$$\varphi_4 = \text{Arctg}\{(n_{12} \cos \varphi_1 + n_{22} \sin \varphi_1)[n_{32} \cos(\varphi_2 + \varphi_3) - (n_{22} \cos \varphi_1 - n_{12} \sin \varphi_1) \sin(\varphi_2 + \varphi_3)]^{-1}\}$$

$$\varphi_5 = \text{Arccos}[n_{32} \sin(\varphi_2 + \varphi_3) + (n_{22} \cos \varphi_1 - n_{12} \sin \varphi_1) \cos(\varphi_2 + \varphi_3)]$$

$$\varphi_6 = \text{Arctg}[(1 - k \operatorname{tg} \varphi_4 \cos \varphi_5)(k + \operatorname{tg} \varphi_4 \cos \varphi_5)^{-1}]$$

$$k = (n_{11} + n_{21} \operatorname{tg} \varphi_1)(n_{13} + n_{23} \operatorname{tg} \varphi_1)^{-1}$$

Здесь n_{ij} определяются по формулам (3). По формулам (6) для положения 1 получим $\varphi_{11} = -22,43^\circ$, $\varphi_{31} = \pm 85,88^\circ$, $\varphi_{21} = 22,97^\circ$ (для $\varphi_{31} = -85,88^\circ$), $\varphi_{22} = -62,91^\circ$ (для $\varphi_{32} = 85,88^\circ$), $\varphi_{51} = \pm 80,0^\circ$ (для $\varphi_{31} = -85,88^\circ$), $\varphi_{52} = \pm 69,44^\circ$ (для $\varphi_{32} = 85,88^\circ$); по $\varphi_{51} = 80,0^\circ$ получим $\varphi_{41} = 69,82^\circ$ и $\varphi_{61} = 64,70^\circ$ и т. д. В результате имеем (см. таблицу) по четыре

варианта обобщенных координат для обоих положений манипулятора. Эти варианты в свою очередь дают $4 \times 4 = 16$ вариантов перемещений из положения 1 в 2. При отсутствии препятствий и при одинаковой скорости отработки всех перемещений лучшими будут варианты перехода из положения 1.1 в 2.1 и из 1.2 в 2.2, имеющие меньшие суммарные перемещения всех звеньев, равные

$$\Sigma |\Delta \varphi_i| = |48,83^\circ - (-22,43^\circ)| + |4,16^\circ - 22,97^\circ| + |-19,98^\circ + 85,88^\circ| + \\ + |0 - 69,82^\circ| + |105,81^\circ - 80,0^\circ| + |41,17^\circ - 64,7^\circ| = 275,15^\circ.$$

Еще 16 вариантов переноса из положения 1 в 2 будут при втором значении угла $\varphi_{12} = 180 + \varphi_{11} = 157,572^\circ$; однако в условиях примера они не рациональны, так как $\varphi_{12} \gg \varphi_{11}$.

Рассмотренные формулы предполагают координатную форму задания для каждого промежуточного положения манипулируемого объекта с помощью четырех его точек. В ряде случаев удобнее задавать только одну его точку, соответствующую центру O_i трехподвижного шарнира, и направляющие косинусы ориентации. Так, в рассмотренном примере ось инструмента в положении 1 параллельна оси X_0 , а в шпindelле — параллельна оси Z_0 . Поэтому кроме точки (x_{01}, y_{01}, z_{01}) достаточно задать в положении 1: $n_{11} = n_{13} = n_{21} = n_{22} = n_{32} = n_{33} = 0$, $n_{22} = 1$, $n_{23} = n_{31} = -1$, а в положении 2: $n_{11} = n_{12} = n_{22} = n_{23} = n_{31} = n_{33} = 0$, $n_{13} = n_{21} = n_{32} = 1$. Возможны и другие способы задания положения объекта. В случаях, когда ориентация объекта при его переносе не существенна (например, при переносе шаровых тел, при перемещении деталей из одной тары в другую без укладки), положение объекта можно задать одной его точкой и выразить в параметрической форме уравнениями траектории перемещения этой точки в виде

$$x_0 = f_1(t), y_0 = f_2(t), z_0 = f_3(t) \quad (7)$$

где t — время. Ориентируя координатные оси x, y, z схвата соответственно по касательной, нормали и бинормали к кривой (7), получим координаты центра трехподвижного шарнира O_i (фиг. 1–4) $x_{0i} = x_0 - b n_{12}$, $y_{0i} = y_0 - b n_{22}$, $z_{0i} = z_0 - b n_{32}$, где b — расстояние от расчетной точки объекта, для которой задана траектория (7), до центра шарнира. Направляющие косинусы в этом случае равны (точками сверху обозначены производные по времени): $n_{11} = \dot{x}_0 / v$, $n_{21} = \dot{y}_0 / v$, $n_{31} = \dot{z}_0 / v$, $n_{13} = (y_0 \ddot{z}_0 - \dot{y}_0 \dot{z}_0) / T$, $n_{23} = (z_0 \ddot{x}_0 - \dot{z}_0 \dot{x}_0) / T$, $n_{33} = (x_0 \ddot{y}_0 - \dot{x}_0 \dot{y}_0) / T$, $n_{12} = n_{23} n_{31} - n_{33} n_{21}$, $n_{22} = n_{11} n_{33} - n_{13} n_{31}$, $n_{32} = n_{13} n_{21} - n_{23} n_{11}$, $v = (x_0 \dot{}^2 + y_0 \dot{}^2 + z_0 \dot{}^2)^{1/2}$

$$T = [(\ddot{x}_0 \dot{y}_0 - \dot{x}_0 \ddot{y}_0)^2 + (\ddot{x}_0 \dot{z}_0 - \dot{x}_0 \ddot{z}_0)^2 + (\ddot{y}_0 \dot{z}_0 - \dot{y}_0 \ddot{z}_0)^2]^{1/2}$$

Использование выражений (2)–(6) позволяет существенно снизить при построении управляющих программ объем вычислительных операций, а при отработке перемещений в ряде случаев сократить время манипулирования. Получаемые расчетом разные варианты конфигураций манипуляторов дают возможность выявить оптимальную с точки зрения размещаемости и быстроты действия кинематическую структуру. При проектировании роботов, исходя из эксплуатационных требований, эти зависимости позволяют более рационально выбрать схему и размеры звеньев манипулятора.

Задача о положениях применима и к целевым промышленным роботам с цикловым программным управлением, имеющим три — пять подвижностей (неуниверсальным). Во многих из них переналадка на новый цикл движений осуществляется с помощью путевых упоров, кулачков и других устройств, которые устанавливают на угловые и линейные положения, определяемые по формулам обобщенных координат. Последние можно получить как частные выражения из формул (2)–(6). Так как целевые манипуляторы не допускают любую ориентацию схвата, то на координаты перемещаемого объекта должны налагаться соответствующие геометрические ограничения. Так, в четырехподвижных манипуляторах промышленных роботов отечественных моделей РФ-202М, ПР-10И, СМ40Ц401 и других применяется цилиндрическая переносная схема (Π_1, B_1, Π_2) и одно вращение B_2 для ориентации (фиг. 2 без подвижностей B_3, B_4). В этом случае обобщенные координаты положения звеньев после элементарных упрощений формул (4) с учетом (3) имеют вид: $s_1 = z_{01}$, $s_2 = (x_{01}^2 + y_{01}^2)^{1/2}$, $\varphi_1 = \text{arctg}(-x_{01}/y_{01})$, $\varphi_2 = \text{arctg}(-n_{31}/n_{33})$. Ограничения, накладываемые из координаты точек объекта, будут: $z_{01} = z_{03}$, $-n_{31}/n_{33} = n_{23}/n_{21} = n_{13}/n_{11}$, $-x_{01}/y_{01} = -n_{21}/n_{11} = -n_{12}/n_{22}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ключко Э. В. Перемещение твердого тела одним движением // Изв. АН СССР. МТТ. 1981. № 6. С. 32–37.
2. Попов Е. П., Верещагин А. Ф., Зенкевич С. Л. Манипуляционные роботы. Динамика и алгоритмы. М.: Наука. 1978. 398 с.
3. Юревич Е. И., Новаченко С. И., Павлов В. А. и др. Управление роботами от ЭВМ. Л.: Энергия. 1980. 261 с.

4. Кобринский А. Е., Корендяев А. И., Саламандра Б. Л., Тывес Л. И. Автоматические манипуляторы с программным управлением (промышленные роботы). Состояние, перспективы, проблемы // Станки и инструмент. 1974. № 11. С. 4-11.
5. Морозкин Ю. Ф. Основы аналитической теории механизмов // Тр. семинара по теории механизмов и машин. М.: Изд-во АН СССР. 1954. Т. 14. Вып. 54. С. 25-50.
6. Литвин Ф. Л. Применение винтового исчисления и матриц к исследованию пространственных зацеплений // Тр. Ленингр. пед. ин-та. 1955. № 182. С. 12-27.
7. Кузохару Окамото. Алгоритм управления многозвенным манипулятором // Интегральные роботы. М.: Мир. 1975. Вып. 2. С. 305-322.
8. Piper D. L., Roth B. The Kinematics of Manipulators under Computer Control // Proc. 2nd Intern. Congr. Theory of Machines and Mechanisms. 1969. V. 2. P. 159-169.
9. Козлов В. В., Макарычев В. П., Тимофеев А. В., Юревич Е. И. Динамика управления роботами. М.: Наука. 1984. 334 с.
10. Клейко Э. В. Кинематика манипуляторов, управляемых по траектории движения объекта // Машиноведение. 1985. № 1. С. 18-25.

Калинин

Поступила в редакцию
30.VII.1984