

УДК 539.3

ОБ «ИСТИННЫХ» МЕРАХ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ
В НЕЛИНЕЙНОЙ МЕХАНИКЕ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА

НОВОЖИЛОВ В. В., ЧЕРНЫХ К. Ф.

В публикуемой работе приводятся соображения о выборе в качестве наиболее рациональной пары тензоров «обобщенная сила — обобщенное смещение» тензора условных напряжений — тензора кратностей удлинений. Используются обозначения работы [1].

1. Пусть F — градиент движения, несимметричный тензор, описывающий поворот и деформацию материальной частицы и представимый полярным разложением

$$F = Q \cdot \Lambda^\circ \quad (1.1)$$

через тензор поворота материальной частицы Q и тензор кратностей удлинений Λ° . Главные значения последнего λ_i ($i=1, 2, 3$) — кратности удлинений волокон, следующих главным направлениям деформации ($\lambda_i = ds_i / ds_i^\circ$, $\lambda_i - 1 = E_i = (ds_i - ds_i^\circ) / ds_i^\circ$ — главные относительные удлинения; величины, обозначенные градусом, относятся к недеформированной конфигурации тела, необозначенные — к деформированной).

Пусть $\Sigma^e \leftrightarrow E^e$ пара тензоров, удовлетворяющих равенству (точка означает частную производную по времени)

$$\rho^\circ \delta W = \Sigma^e : E^e \delta t \quad (1.2)$$

где ρ° — плотность недеформированного материала, а δW — вариация плотности обобщенных напряжений Σ^e на вариациях обобщенных смещений $\delta E^e = E^e \delta t$. В [1–3] были выявлены пять (сопряженных, энергетических) пар тензоров:

$$\begin{array}{ll} \Sigma^e & E^e \\ F^{-1} \cdot J \Sigma \cdot F^{-1*}, & \frac{1}{2} C^\circ = \frac{1}{2} \Lambda^{\circ 2} \text{ или } E^\circ = \frac{1}{2} (\Lambda^{\circ 2} - 1) \\ F^* \cdot J \Sigma \cdot F, & -\frac{1}{2} C^{\circ -1} = -\frac{1}{2} \Lambda^{\circ -2} \text{ или } \theta^\circ = \frac{1}{2} (1 - \Lambda^{\circ -2}) \\ Q^* \cdot J \Sigma \cdot Q, & T^\circ \\ \frac{1}{2} (F^{-1} \cdot J \Sigma \cdot Q + Q^* \cdot J \Sigma \cdot F^{-1*}) & \Lambda^\circ \text{ или } \Lambda^\circ - 1 \\ \frac{1}{2} (F^* \cdot J \Sigma \cdot Q + Q^* \cdot J \Sigma \cdot F) & -\Lambda^{\circ -1} \text{ или } 1 - \Lambda^{\circ -1} \end{array} \quad (1.3)$$

В приведенных выражениях $J = |F| = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ — кратность изменения, объема, а Σ — тензор истинных напряжений Коши (подсчитанных в расчете на единицу площади поверхностей деформированного тела). Тензор $F^{-1} \cdot J \Sigma \cdot F^{-1*}$ называют в зарубежной литературе симметричным тензором Пиала — Кирхгофа, а $\frac{1}{2} (F^{-1} \cdot J \Sigma \cdot Q + Q^* \cdot J \Sigma \cdot F^{-1*})$ — симметричным тензором Био. Тензоры деформации E° и θ° именуют тензорами, соответственно, Грина — Лагранжа и Альманси — Лагранжа [1]. Тензор же деформации T° определяется «неголономным» соотношением

$$T^\circ = \frac{1}{2} (\Lambda^{\circ} \cdot \Lambda^{\circ -1} + \Lambda^{\circ -1} \cdot \Lambda^{\circ}) \quad (1.4)$$

Величины Σ^e являются объективными скоростями изменения напряжения, независимыми от поворота материальной частицы как жесткого целого.

Имеется еще одна (шестая) пара сопряженных тензоров

$$\begin{matrix} \Sigma^e & E^e \\ F^{-1} \cdot J \Sigma & F \end{matrix} \quad (1.5)$$

в отличие от первых пяти составленная из (несимметричного) тензора номинальных напряжений $\{F^{-1} \cdot J \Sigma\}$, градиента движения F и зависящая не только от деформации, но и от поворота материальной частицы.

В [4, 5] был подробно рассмотрен критерий устойчивости материала

$$\Sigma^e : E^e > 0 \quad (1.6)$$

Систематическое изложение круга связанных с ним вопросов дано в [6]. Очевидно, что механическое содержание выписанного критерия существенно зависит от выбора энергетической (сопряженной) пары тензоров.

2. Рассмотрение конкурирующих между собой в рассматриваемом вопросе величин (1.3) начнем с третьей пары. Замена «неголомного» тензора T^o (1.4) на $\ln \Lambda^o$ возможна в двух случаях: для изотропного материала (под изотропным понимается материал, для которого соосны тензоры Λ^o и $Q^* \cdot J \Sigma \cdot Q$) и при деформации, не сопровождаемой поворотом главных осей деформации. Кроме того, в рассматриваемую пару входит не тензор истинных напряжений Коши, а тензор напряжений Кирхгофа $J \Sigma$. Если исходить из естественного требования — использованию подлежат лишь величины, составляющие энергетическую (сопряженную) пару тензоров — то сказанного достаточно для отказа от часто используемой пары: истинные напряжения — истинные (логарифмические) деформации. Использование последней приводит к значительным математическим трудностям. Сказанное полностью относится и к скорости изменения напряжений по Яуману ($Q^* \cdot J \Sigma \cdot Q$).

Пятая пара была получена в [5]. Не имея, по-видимому, четкой механической интерпретации, она явно уступает четвертой паре.

Наиболее приемлемой (это будет показано) является четвертая пара, которой при изотропном материале отвечает в (общих) главных осях соотношение

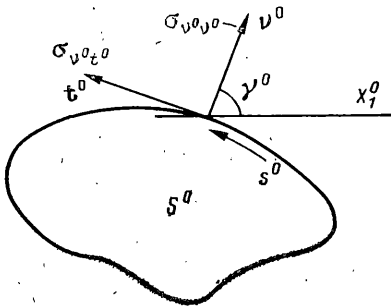
$$\sigma_i^o = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_i^{-1} \sigma_i = \lambda_j \lambda_k \sigma_i = dS_i \sigma_i / dS_i^o \quad (i \neq j \neq k \neq i) \quad (2.1)$$

Здесь λ_i — главные кратности удлинений, σ_i — главные истинные напряжения, dS_i^o , dS_i — площади главных элементарных площадок до и после деформации. Из (2.1) видно, что главные значения первого тензора четвертой пары являются условными напряжениями (подсчитываемыми в расчете на единицу площади поверхностей недеформированного тела). Поэтому тензор $1/2 (F^{-1} \cdot J \Sigma \cdot Q + Q^* \cdot J \Sigma \cdot F^{-1})$ уместно называть *тензором условных напряжений*.

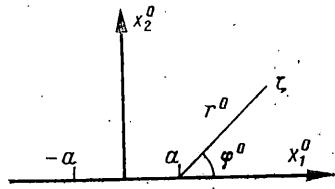
Записывая этот тензор в виде $1/2 [\{F^{-1} \cdot J \Sigma\} \cdot Q + Q^* \cdot \{F^{-1} \cdot J \Sigma\}]$ видим, что отличие между номинальным и условным тензорами напряжений обусловливается по существу поворотом материальной частицы, описываемым тензором Q . При отсутствии поворота (при $Q=1$) оба тензора совпадают.

Инженерная практика давно уже выявила преимущества использования условных напряжений перед истинными при определении механических свойств материалов. Так, известная величина — временное сопротивление — на условной диаграмме растяжения (отвечающая критерию устойчивости материала (1.6) при рассматриваемой паре) является одной из основных характеристик материала, входящей в его технический паспорт. При этом условное напряжение и кратность удлинения являются измеряемыми величинами, в то время как истинное напряжение — величина расчетная.

Более того, и в конструкции материал обычно ведет себя как на условных диаграммах, поскольку на практике фиксированными оказываются силы, действующие на конструктивные элементы. Кроме того, возникающие в местах заделки реактивные истинные напряжения совпадают с условными в случае неизменности площади заделки.



Фиг. 1



Фиг. 2

Сказанное свидетельствует об известных преимуществах энергетической пары «условные напряжения — кратность удлинений».

3. Дальнейшие преимущества условных напряжений выясняются при выявлении особенностей (сингулярностей) решений в концах разрезов и угловых точках (в двумерных проблемах). Для конкретности поясним сказанное на примере плоской задачи нелинейной теории упругости.

В последней широко используются комплексные компоненты тензоров: дифференцирование по ним, и комплексные компоненты тензоров:

$$\begin{aligned} \zeta &= x_1^0 + ix_2^0, \quad z = x_1^0 - ix_2^0; \quad \partial/\partial\zeta = 1/2(\partial/\partial x_1^0 - i\partial/\partial x_2^0) \\ T_1 &= t_{11} + t_{22} + i(t_{12} - t_{21}), \quad T_2 = t_{11} - t_{22} + i(t_{12} + t_{21}) \\ T_3 &= t_{13} + it_{23}, \quad T_4 = t_{31} + it_{32}, \quad T_5 = t_{33} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Для статической плоской задачи при отсутствии массовых сил краевая задача с заданными на контуре области напряжениями (фиг. 1) записывается [6, 7] так:

$$\begin{aligned} \partial\{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_1/\partial\zeta + \partial\{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_2/\partial\bar{\zeta} &= 0 \\ \{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_1 &= \frac{\partial z}{\partial\zeta} \left[\left| \frac{\partial z}{\partial\zeta} \right|^{-1} \frac{\partial W}{\partial|\partial z/\partial\zeta|} + p \right] \\ \{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_2 &= \frac{\partial z}{\partial\bar{\zeta}} \left[\left| \frac{\partial z}{\partial\bar{\zeta}} \right|^{-1} \frac{\partial W}{\partial|\partial z/\partial\bar{\zeta}|} + p \right] \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_1 e^{i\varphi} + \{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_2 e^{-i\varphi} = 2e^{i\varphi} [\sigma_{\nu^0 \nu^0}(s^0) + i\sigma_{\nu^0 \cdot}(s^0)]$$

где $\{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_i$ — комплексные компоненты тензора номинальных напряжений, а связь между другими переменными представлена в таблице, где $\Phi = \Phi(|\partial z/\partial\zeta|, |\partial z/\partial\bar{\zeta}|, \lambda)$ — упругий потенциал для сжимаемого материала $\lambda (= \lambda_3)$ — кратность удлинения материальных волокон, ортогональных плоскости; $\Phi_\Delta = \Phi|_{\lambda=\Delta^{-1}}$ для несжимаемого материала; $\Delta = |\partial z/\partial\zeta|^2 - |\partial z/\partial\bar{\zeta}|^2$ — кратность изменения площади области; $J = \lambda\Delta$ — кратность изменения объема; q — вещественная функция, определяемая из статических соотношений.

Поясним сведенные в таблицу четыре самостоятельные задачи.

1. При обобщенной плоской деформации сжимаемого материала постоянная λ определяется из соотношения

$$T_3 = \int_{s^0} \frac{\partial\Phi}{\partial\lambda} dS^0 \quad (3.3)$$

при заданной осевой силе T_3 .

2. При плоской обобщенной деформации несжимаемого материала постоянная λ определяется из (3.3), а соотношение $|\partial z/\partial\zeta|^2 - |\partial z/\partial\bar{\zeta}|^2 = \lambda^{-2}$ следует рассматривать как дополнительное дифференциальное уравнение, компенсирующее появление вещественной функции $q(x_1^0, x_2^0)$.

Напряженно-деформированное состояние	Обобщенная плоская деформация		Плоское напряженное состояние	
	материал			
W	Φ	Φ_{Δ}	Φ	Φ_{Δ}
p	0	q	0	0

3. При плоском напряженном состоянии сжимаемого материала $\lambda(x_1^{\circ}, x_2^{\circ})$ определяется из соотношения $\partial\Phi/\partial\lambda=0$.

4. При плоском напряженном состоянии несжимаемого материала λ определяется из соотношения $\lambda = (|\partial z/\partial\zeta|^2 - |\partial z/\partial\bar{\zeta}|^2)^{-1}$.

Приведем остальные зависимости, пригодные для всех четырех случаев:

угол поворота окрестности (ω):

$$e^{i\omega} = (\partial z/\partial\zeta) |\partial z/\partial\bar{\zeta}|^{-1} \quad (3.4)$$

комплексные компоненты тензора истинных напряжений

$$\begin{aligned} \lambda\Delta\Sigma_1 &= \left| \frac{\partial z}{\partial\zeta} \right| \frac{\partial W}{\partial |\partial z/\partial\zeta|} + \left| \frac{\partial z}{\partial\bar{\zeta}} \right| \frac{\partial W}{\partial |\partial z/\partial\bar{\zeta}|} + p \left(\left| \frac{\partial z}{\partial\zeta} \right|^2 + \left| \frac{\partial z}{\partial\bar{\zeta}} \right|^2 \right) \\ \lambda\Delta\Sigma_2 &= \frac{\partial z}{\partial\zeta} \frac{\partial z}{\partial\bar{\zeta}} \left[\left| \frac{\partial z}{\partial\zeta} \right|^{-1} \frac{\partial W}{\partial |\partial z/\partial\zeta|} + \left| \frac{\partial z}{\partial\bar{\zeta}} \right|^{-1} \frac{\partial W}{\partial |\partial z/\partial\bar{\zeta}|} + 2p \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

комплексные компоненты тензора условных напряжений

$$\begin{aligned} \Sigma_1^{\circ} &= \frac{\partial W}{\partial |\partial z/\partial\zeta|} + p \left| \frac{\partial z}{\partial\zeta} \right| \\ \Sigma_2^{\circ} &= \frac{\bar{\partial z}}{\partial\zeta} \frac{\partial z}{\partial\bar{\zeta}} \left| \frac{\partial z}{\partial\zeta} \right|^{-1} \left| \frac{\partial z}{\partial\bar{\zeta}} \right|^{-1} \left[\frac{\partial W}{\partial |\partial z/\partial\zeta|} + p \left| \frac{\partial z}{\partial\zeta} \right| \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Решая краевую задачу (3.2), находим $\partial z/\partial\zeta$, $\partial z/\partial\bar{\zeta}$, по которым определяются все представляющие интерес величины. Предельно простые компактные зависимости позволяют получить решения краевых задач.

4. Рассмотрим для обобщенной плоской деформации упругий потенциал [7] (σ^* , α — упругие постоянные):

$$\Phi = \sigma^* |\partial z/\partial\zeta|^2 + \alpha |\partial z/\partial\bar{\zeta}|^2 \quad (4.1)$$

Для него в главных осях

$$\begin{aligned} \sigma_1^{\circ} &= \sigma^* \{ 1 + 1/2 [(\lambda_1 - 1) + (\lambda_2 - 1)] \} + 1/2 \alpha [(\lambda_1 - 1) - (\lambda_2 - 1)] \\ \sigma_2^{\circ} &= \sigma^* \{ 1 + 1/2 [(\lambda_1 - 1) + (\lambda_2 - 1)] \} - 1/2 \alpha [(\lambda_1 - 1) - (\lambda_2 - 1)] \end{aligned} \quad (4.2)$$

Отсюда следует, при отсутствии деформации (т. е. при $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$), $\sigma_1^{\circ} = \sigma_2^{\circ} = \sigma^*$. Таким образом, σ^* — величина предварительного всестороннего растягивающего условного напряжения в плоскости.

Рассмотрим базовую задачу о растяжении условными напряжениями на бесконечности $\sigma_{ij}^{\circ\infty}$ плоскости с прямолинейным разрезом, свободным от напряжений (фиг. 2). При упругом законе (4.1), (4.2) рассматриваемая задача имеет точное решение

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial\zeta} &= \frac{\sigma_{11}^{\circ\infty} + i\sigma_{12}^{\circ\infty}}{2\sigma^*} + \frac{\sigma_{22}^{\circ\infty} - i\sigma_{12}^{\circ\infty}}{2\sigma^*} \frac{\zeta}{\sqrt{\zeta^2 - a^2}} \\ \frac{\partial z}{\partial\bar{\zeta}} &= \frac{\sigma_{11}^{\circ\infty} + i\sigma_{12}^{\circ\infty}}{2\alpha} - \frac{\sigma_{22}^{\circ\infty} - i\sigma_{12}^{\circ\infty}}{2\alpha} \frac{\bar{\zeta}}{\sqrt{\bar{\zeta}^2 - a^2}} \end{aligned}$$

которому отвечает асимптотика в окрестности правого конца разреза (фиг. 2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \xi} &\sim \bar{C} e^{-i\varphi^0/2} \left(\frac{a}{2r^0} \right)^{1/2}, & \frac{\partial z}{\partial \bar{\xi}} &\sim -\bar{C} \frac{\sigma^*}{\alpha} e^{i\varphi^0/2} \left(\frac{a}{2r^0} \right)^{1/2} \\ e^{i2\omega} &\sim \frac{\bar{C}}{C} e^{-i\varphi^0}, & \Delta &\sim |C|^2 \left[1 - \left(\frac{\sigma^*}{\alpha} \right)^2 \right] \left(\frac{a}{2r^0} \right)^1 \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_1}{\sigma^*} &\sim 2\bar{C} \exp(-i\varphi^0/2) \left(\frac{a}{2r^0} \right)^{1/2}, & \frac{\{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_2}{\sigma^*} &\sim -2\bar{C} \exp(i\varphi^0/2) \left(\frac{a}{2r^0} \right)^{1/2} \\ \frac{\Sigma_1^0}{\sigma^*} &\sim 2|C| \left(\frac{a}{2r^0} \right)^{1/2}, & \frac{\Sigma_2^0}{\sigma^*} &\sim -2|C| e^{i\varphi^0} \left(\frac{a}{2r^0} \right)^{1/2} \\ \lambda \frac{\Sigma_1}{\sigma^*} &\sim \frac{2}{1-\sigma^*/\alpha}, & \lambda \frac{\Sigma_2}{\sigma^*} &\sim -\frac{2}{1-\sigma^*/\alpha} \frac{\bar{C}}{C} \quad C = (\sigma_{22}^{\infty} + i\sigma_{12}^{\infty}) / 2\sigma^* \end{aligned}$$

Предположение о поведении искомым функций в окрестности правого конца разреза

$$\frac{\partial z}{\partial \xi} \sim \left| \frac{\partial z}{\partial \xi} \right| \exp[i(k\varphi^0 + l)], \quad \frac{\partial z}{\partial \bar{\xi}} \sim \left| \frac{\partial z}{\partial \bar{\xi}} \right| \exp[i(m\varphi^0 + s - \pi)] \quad (4.4)$$

приводит [7], с использованием условия отсутствия напряжений на берегах разреза и интеграла Райсса, к нелинейной алгебраической системе уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial |\partial z / \partial \xi|} - \frac{\partial \Phi}{\partial |\partial z / \partial \bar{\xi}|} &\sim 0 \\ \left| \frac{\partial z}{\partial \xi} \right| \frac{\partial \Phi}{\partial |\partial z / \partial \xi|} + \left| \frac{\partial z}{\partial \bar{\xi}} \right| \frac{\partial \Phi}{\partial |\partial z / \partial \bar{\xi}|} &\sim \frac{2I}{\pi a} \left(\frac{a}{2r^0} \right)^1 \end{aligned} \quad (4.5)$$

(I — величина интеграла Райсса) для определения $\partial z / \partial \xi$, $\partial z / \partial \bar{\xi}$ и соотношениям

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \xi} &\sim \left| \frac{\partial z}{\partial \xi} \right| \exp[i(k\varphi^0 + l)], & \frac{\partial z}{\partial \bar{\xi}} &\sim \left| \frac{\partial z}{\partial \bar{\xi}} \right| \exp[i(k\varphi^0 + l) + \varphi^0] \\ \omega &\sim (k\varphi^0 + l), & \Delta &\sim |\partial z / \partial \xi|^2 - |\partial z / \partial \bar{\xi}|^2 \\ \{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_1 &\sim \frac{\partial \Phi}{\partial |\partial z / \partial \xi|} e^{i\omega} \\ \{F^{-1} \cdot J\Sigma\}_2 &\sim -\frac{\partial \Phi}{\partial |\partial z / \partial \bar{\xi}|} \exp[i(\omega + \varphi^0)] \\ \lambda \Sigma_1 &\sim \frac{2I}{\pi a} \frac{1}{\Delta} \left(\frac{a}{2r^0} \right)^1 \\ \lambda \Sigma_2 &\sim -\frac{2I}{\pi a} \frac{1}{\Delta} \exp[i(2\omega + \varphi^0)] \left(\frac{a}{2r^0} \right)^1 \\ \Sigma_1^0 &\sim \frac{\partial \Phi}{\partial |\partial z / \partial \xi|}, & \Sigma_2^0 &\sim -\frac{\partial \Phi}{\partial |\partial z / \partial \bar{\xi}|} e^{i\varphi^0} \end{aligned} \quad (4.6)$$

При плоском напряженном состоянии в несжимаемом материале $\lambda = -\Delta^{-1}$ и вместо предпоследних соотношений для комплексных компонент тензора истинных напряжений имеем

$$\Sigma_1 \sim \frac{2I}{\pi a} \left(\frac{a}{2r^0} \right)^1, \quad \Sigma_2 \sim -\frac{2I}{\pi a} \exp[i(2\omega + \varphi^0)] \left(\frac{a}{2r^0} \right)^1 \quad (4.7)$$

Отметим, что в рассмотренном случае асимптотики простейшего вида поворот ω не определен. Поэтому в отличие от истинных напряжений условные напряжения не зависят от ω и полностью определяются.

Далее из (4.6) и (4.7) усматривается, что истинные напряжения при сжимаемом материале конечны в конце разреза, а при несжимаемом имеют очень сильную особенность $(a/2r^2)^{1/2}$. Что касается условных напряжений, то порядок их особенности существенно зависит от вида упругого потенциала. Для физически же линейного материала типа (4.2) они имеют стандартную особенность $(1/2a/r^2)^{1/2}$, присущую линейному решению.

5. В [8–10] в рамках нелинейной теории хрупкого разрушения был введен дискретный критерий хрупкого разрушения, имеющий для трещины нормального отрыва (фиг. 2) вид

$$\frac{1}{d} \int_0^a \sigma_{22}(\xi, 0) d\xi \leq \sigma_c \quad (\xi = x_1 - a) \quad (5.1)$$

Здесь σ_c — теоретическая прочность (либо допустимое напряжение), d — структурный параметр, например атомный диаметр для металла. Введенный критерий учитывает то обстоятельство, что наряду с бесконечно большими напряжениями в конце трещины имеют место и бесконечно большие их градиенты. Поэтому осреднение по структурной связи приводит к конечному значению действующей на нее силы.

Естественно при переходе к нелинейной теории хрупкого разрушения заменить условие (5.1) следующим

$$\frac{1}{d} \int_0^a \sigma_{22}^\circ(\xi, 0) d\xi \leq \sigma_c \quad (\xi = x_1^\circ - a) \quad (5.2)$$

Для стандартного материала первого порядка (полулинейного, материала Джона):

$$\Phi \sim \frac{E}{1+\nu} \left[\frac{1}{1-2\nu} \left| \frac{\partial z}{\partial \xi} \right|^2 + \left| \frac{\partial z}{\partial \bar{\xi}} \right|^2 \right]$$

и согласно соотношениям п. 4 критерий (5.2) принимает вид

$$\sqrt{4IE/[\pi d(1-\nu^2)]} \leq \sigma_c \quad (5.3)$$

вносящий существенную поправку к тому, что дает линейная теория

$$\sqrt{2IE/[\pi d(1-\nu^2)]} \leq \sigma_c \quad (5.4)$$

Существенным является не количественное расхождение между критериями (5.3) и (5.4), а следующие принципиальные обстоятельства: учет геометрической нелинейности при рассмотрении хрупкого разрушения реализуется путем перехода к условным напряжениям. Последние имеют те же особенности (сингулярности), что и линейное решение. Тем самым остается применимым аппарат линейной теории хрупкого разрушения, при учете, однако, реализующихся в окрестностях концов разрезов (трещин) и угловых точек больших поворотов и деформаций; в дискретный критерий разрушения входят именно условные напряжения.

Перечисленные в статье преимущества условных напряжений являются различными проявлениями более глубокого их свойства. Действительно, переход от дискретного тела к модели сплошной среды связан с размазыванием действующих в дискретном теле сил. Условные напряжения при этом являются, как бы «полномочными представителями» этих сил.

Только боязнь внести еще больший беспорядок и в без того чрезвычайно запутанную терминологию не позволяет назвать выделенную пару «условные напряжения — кратности удлинений» *единственно истинными* напряжениями и деформациями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черных К. Ф. Нелинейная теория упругости в машиностроительных расчетах.— Л.: Машиностроение, 1986. 336 с.
2. Новожилов В. В. О принципах обработки статических испытаний изотропных материалов // ПММ. 1951. Т. 15. Вып. 6. С. 709—722.
3. Хилл Р. Об определяющих неравенствах для простых материалов // Механика. 1969. № 4 (116). С. 94—118.
4. Черных К. Ф. Определяющие неравенства упругих тел // Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа. М.: Наука, 1972. С. 623—633.
5. Черных К. Ф. О постулате устойчивости анизотропного материала // В сб.: Избранные проблемы прикладной механики. М.: Наука, 1974. С. 721—730.
6. Черных К. Ф. Введение в анизотропную упругость. М.: Наука, 1988.
7. Черных К. Ф. О построении нелинейной теории хрупкого разрушения // Вестн. Ленингр. ун-та. Сер. 1. 1987. Вып. 1. С. 83—89.
8. Новожилов В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // ПММ. 1969. Т. 33. Вып. 2. С.
9. Новожилов В. В. К основам теории равновесных трещин в упругих телах // ПММ. 1966. Т. 33. Вып. 5. с.
10. Черных К. Ф. Основные соотношения нелинейной механики твердого деформируемого тела // Механика деформируемых сред. Куйбышев: Куйбыш. ун-т, 1976. С. 9—72.

Ленинград

Поступила в редакцию
24.VI.1987