

УДК 539.3

О ЛОКАЛИЗОВАННОМ ХРУПКОМ РАЗРУШЕНИИ ТОНКИХ ТЕЛ
С ТРЕЩИНОПОДОБНЫМИ ДЕФЕКТАМИ
ПРИ СЖАТИИ СО СТЕСНЕНИЕМ

ГОЛЬДШТЕЙН Р. В., ОСИПЕНКО Н. М.

Разрушение тела с дефектами при сжатии обычно интерпретируется с позиций механики разрушения как следствие развития трещин нормального разрыва или сдвига, зарождающихся на этих дефектах. Условия предельного равновесия связываются с критической величиной одной из характеристик трещиностойкости материала (в частности, с критическим коэффициентом интенсивности напряжений K_{Ic} [1]).

Решения соответствующих задач теории упругости в квазистатической постановке для сжатых тел с трещиноподобными дефектами показывают, что при действии самоуравновешивающейся системы нагрузок, симметричной относительно линии трещины, вследствие налегания ее берегов получается тривиальная ситуация $K=0$ [1]. В случае присутствия несимметричных нагрузок из-за возможности проскальзывания берегов трещины друг по другу значимы несимметричные составляющие коэффициента интенсивности напряжений K_{II} , K_{III} вследствие чего может развиваться либо трещина нормального разрыва (под углом к зародышевой трещине), либо трещина сдвига (или их чередующаяся комбинация [2]). Экспериментальные исследования по этим вопросам можно найти в [3, 4]. Отметим, что потребность в разработке моделей, описывающих разрушение материала на продолжении трещины в ее вершине в присутствии сжимающих нормальных напряжений возникает и при решении задач динамического расклинивания [5, 6]. Приведенными вариантами практически исчерпываются схемы хрупкого разрушения массивных тел с трещиноподобными дефектами при сжатии.

У тонких тел со сквозными трещиноподобными дефектами, имеющими большую протяженность, чем характерная толщина тела, имеется еще одна возможность разрушения¹ — берега трещины (имея пониженную жесткость) могут быть смещены в поперечном (по толщине тела) направлении, вследствие чего они при сжатии перехлестываются и разгружаются. Область концентрации напряжений сжатия локализуется у вершины трещины, где возможно разрушение. Реализация именно этой возможности наблюдалась в эксперименте по разрушению при сжатии тонких пластин некоторых материалов в условиях ограничения поперечных смещений пластины в целом².

Далее рассматриваются результаты экспериментальных исследований и модельные представления о механизмах такого разрушения для тел, у которых характерная длина растущего дефекта много больше толщины тела, так что поперечные смещения берегов трещины при перехлесте вызывают только локальное возмущение напряженно-деформированного состояния в окрестностях его вершины.

В окрестностях исходного концентратора напряжений в нагружаемом образце формируется узкая трещиноподобная зона, заполненная разрушенным материалом, берега которой частично перехлестываются, а очаг разрушения последовательно перемещается в направлении поперек оси сжатия пластины, оставаясь в вершине зоны разрушения. Продукты разрушения вытесняются из плоскости пластины. Эксперименты показывают автономный характер развития процессов разрушения в вершине растущего дефекта. При анализе напряженно-деформированного состояния тела с дефектом используется разбиение задачи на внешнюю и внутреннюю, как это делается в теории трещин [1, 7] и в развитие подхода, предложенного авторами [8, 9]³, так как масштабы области разрушения много меньше характерного размера дефекта в целом. В связи с аналогиями в описании определяющих параметров во внешней задаче о распространении трещин нормального разрыва и развитии

¹ Здесь не рассматриваются эффекты, связанные с неустойчивостью упругого деформирования тонких тел в целом.

² См.: Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. Некоторые закономерности разрушения ледяного покрова при сжатии. — В кн.: II Всесоюзная конф. по механике и физике льда. М.: Изд-е Ин-та пробл. механики АН СССР, 1983, с. 27.

³ См. также: Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. Механика разрушения ледяного покрова. М., 1982, 72с АН СССР. Ин-т проблем механики. Препринт № 200.

локализованного разрушения при сжатии, последнее можно назвать трещиной сжатия.

Внешняя задача о трещинах сжатия идентична задаче теории трещин о разрезе с перекрещивающимися берегами и отрицательным коэффициентом интенсивности напряжений на контуре, а условие предельного равновесия имеет вид $K_I = K_T$, где K_T — коэффициент интенсивности напряжений нормального сжатия, K_T — критическое его значение, которое может быть определено экспериментально⁴.

Рассмотренные ниже модельные представления о некоторых вариантах процессов разрушения по внутренней зоне дают возможность получить расчетные оценки величины K_T и сопоставить их с экспериментальными значениями.

Представляется, что возникновение трещин сжатия может быть необходимым этапом разрушения при сжатии тонких тел, в том числе элементов конструкций, скрепленных с основанием. В частности, представляется, что в ледяном покрове развитие трещин сжатия является первой стадией торошения сплошных льдов.

1. Трещины сжатия в тонких пластинах. Эксперимент. Трещиной сжатия будем называть вытянутый трещиноподобный дефект, концевые области которого с очагами разрушения могут перемещаться в автономном режиме под действием системы нагрузок, обеспечивающих концентрацию сжимающих напряжений (и отрицательный коэффициент интенсивности напряжений $K_I < 0$ в ее вершине). Внешняя задача о трещинах сжатия в квазистатической постановке является обобщением задачи теории трещин [1, 2, 7] на случай отрицательного коэффициента интенсивности напряжений. Отметим некоторые отличия трещин сжатия от трещин нормального разрыва, важные в смысле постановки внешней и внутренней задач и происходящие вследствие различия их физической природы.

Берега трещин сжатия обычно находятся в контакте (с перекрестом) либо непосредственно друг с другом, либо через продукты разрушения. Во внешней задаче важен учет возникающих при этом реакций.

В концевых областях трещин сжатия можно выделить два участка. В одном из них (обычно большем по размерам) фиксируется автономное локальное возмущение поля напряжений, связанное с поперечными смещениями берегов трещины. Во втором осуществляется собственно разрушение.

Разрушение материала в концевых областях (как и при испытаниях на сжатие изометрических образцов того же материала) обычно связано с действием вспомогательных механизмов разрушения (скол, отрыв) в малом масштабе.

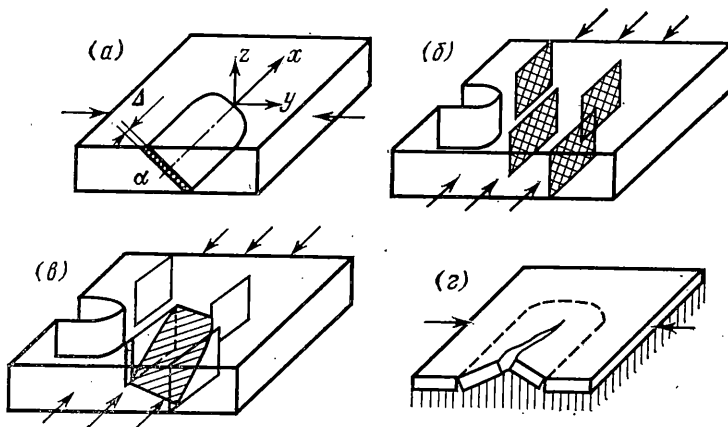
Конкретный характер силового взаимодействия берегов трещин сжатия, а также механизм выноса продуктов разрушения из плоскости пластины и условия формирования перекреста берегов во многом определяются морфологией разрушения в концевой области. Например, скол (сдвиг) по одной плоскости скольжения образует наклонную поверхность, скользя по которой, берега трещины сжатия могут быть выведены из плоскости пластины.

Прочность при сжатии у многих материалов, разрушающихся хрупко, значительно превышает прочность при растяжении. Поэтому в окрестностях трещин сжатия могут развиваться сопряженные с ними трещины нормального разрыва.

Остановимся более подробно на экспериментальных наблюдениях трещин сжатия при квазихрупком разрушении тонких пластин. Локализованное разрушение в пластинах изучалось на образцах из модельных материалов — технического парафина и столбчатозернистого пресноводного льда (тип А-4 [10]). Образцы — прямоугольные пластины с соотношением размеров сторон 2 : 1 и толщиной, составлявшей 0,01 от ширины b , изготавливались возможно большего размера, чтобы избежать появления разрывов в периферийных частях из-за растяжения их вследствие изгиба образцов с надрезом под нагрузкой в плоскости пластины⁵. Надрез обычно

⁴ Применительно к задачам механики разрушения ледяного покрова величина K_T ранее названа торосостойкостью [8].

⁵ При увеличении абсолютных размеров образца (и фиксированных пропорций всех его размеров) величина коэффициента интенсивности напряжений в вершине надреза $|K_I|$ растет при той же удельной нагрузке $|K_I| \sim b^{1/2}$, в то время как напряжения на периферии образца остаются постоянными.



Фиг. 1

выполнялся на середине широкой стороны и имел радиус закругления у вершины 0,1–1 мм. Испытания проводились в устройстве, ограничивающем поперечные смещения пластин. Для имитации эффектов упругого основания одна из ограничивающих смещение стенок устройства заменялась блоком поролона. При этом обеспечивался коэффициент упругого основания $k \approx 0,5$ кг/см³. Испытывались также образцы специальной формы.

В исследованных материалах наблюдается следующая качественная картина разрушения. При сжатии торцов пластин-образцов с надрезами однородными нагрузками p в окрестностях вершин надрезов происходит зарождение и развитие трещин сжатия, причем в их концевых областях локальные механизмы разрушения существенно различаются в зависимости от свойств материала, толщины пластины и условий ограничения смещений. Выделяются механизмы локального разрушения, в которых первичным является скол, либо комбинация отрывных и сколовых нарушений, а также локальная потеря устойчивости пластин в концевой области, сопровождающаяся разрушением образующейся при этом одиночной складки.

Во всех исследованных вариантах трещины сжатия распространялись по образцу поперек главных сжимающих напряжений. Приведем описание некоторых основных примеров разрушения.

При разрушении парафиновой пластины ($t^{\circ} = +18^{\circ} \text{C}$, $K^* \geq 10$ кг/см^{3/2}с) у вершины надреза образуется одна плоскость скола, наклоненная под углом $\alpha \approx 45^{\circ}$ к плоскости пластины (фиг. 1, а). Характерная толщина зоны скола $\Delta \approx 0,3$ мм (1–2 размера зерна парафина). По мере развития трещины сжатия ее берега, скользя по плоскости скола, выходят из плоскости пластины и перекрещиваются. Концевая зона сохраняет одинаковую морфологию и геометрию скола при различных толщинах образцов (от 0,2 до 8 мм) и при различных длинах трещин сжатия (до 100 мм) и исходного надреза (от 5 до 30 мм). Разрушение на контуре скола может быть представлено как последовательное выкалывание зерен парафина в результате деформаций типа продольного сдвига.

В некоторых схемах нагружения (наклонный и центральный надрез в пластине, односторонний боковой надрез и т. п.) трещины сжатия на различных этапах роста сосуществуют с трещинами нормального разрыва, возникающими в окрестностях того же исходного дефекта. В этом случае их развитие происходит взаимосвязанно. Слияние трещин сжатия и трещин нормального разрыва, развивающихся навстречу друг другу, осуществляется в неустойчивом режиме.

Разрушение пресноводного льда при аналогичных условиях испытаний и $t^{\circ} \geq -10^{\circ} \text{C}$ происходит в два этапа. Сначала у вершины надреза последовательно возникает несколько разрывных нарушений, ориентированных поперек надреза и имеющих длину порядка толщины образца (фиг. 1, б). Затем в образовавшихся блоках развиваются нарушения меньшего мас-

штаба в плоскости пластины (фиг. 1, в) и формируется очаг скола, после чего зона разрушения распространяется по образцу в динамическом режиме. Структура разрушения не зависит от размеров и ориентации кристаллов льда. При более высоких температурах (или при меньших скоростях нагружения) на продолжении выреза во льду развивается моноклиальная складка неупруго деформированного материала, на гребне которой затем возникают разрывы. Окончательный излом участка разрушения происходит по контуру этих разрывов, после чего процесс повторяется.

В соленом ($S \sim 2-5\%$) столбчатозернистом льду (типа Б-5 [10]) с ориентацией кристаллов поперек плоскости пластины на первом этапе образуются эшелоны разрывов в окрестностях выреза. Общий поперечный размер области, охваченной ими, в образцах толщиной 3-5 мм превышает 100-120 мм. При дальнейшем деформировании происходит разрыхление структуры льда между эшелонами разрывов и выдавливание его из плоскости пластины⁶.

Тонкие пластины парафина на упругом основании (поролон) локально выпучиваются перед надрезом, образуя отрезок складки потери устойчивости. На гребне складки, а затем и на ее краях изгибные напряжения вызывают развитие трещин нормального разрыва или скола (фиг. 1, г). По контуру этих трещин пластина порциями обламывается, а область потери устойчивости перемещается вглубь образца. Обломки пластины образуют неустойчивую конструкцию, напоминающую картонный домик. Автономность концевой зоны при квазистатическом подрастании трещины сжатия находит отражение в постоянстве размеров фрагментов складки потери устойчивости. Тонкий ($h \approx 30-50$ мм) молодой морской лед разрушается при сжатии таким же образом. Концевая зона трещины сжатия представляет собой автономно перемещающийся фрагмент одиночной складки потери устойчивости, разрушаемой периодически возникающими трещинами нормального разрыва⁷.

2. Характеристика сопротивляемости материала пластин развитию трещин сжатия. По значениям регистрируемых при нагружении образцов усилий можно найти величины критических коэффициентов интенсивности напряжений в вершине трещин сжатия (торосостойкость) K_T . В большинстве экспериментов образцы напоминают принятые в механике разрушения для определения трещиностойкости. Поэтому для вычисления K_T используются K — тарировки известных конфигураций образцов с надрезами [11].

По условиям эксперимента при разрушении ледяных пластин контакт берегов трещин сжатия в пределах образца не наблюдался. Расчет K_T производился по обычной формуле [11]:

$$K_T = Ypl^h/hb \quad (2.1)$$

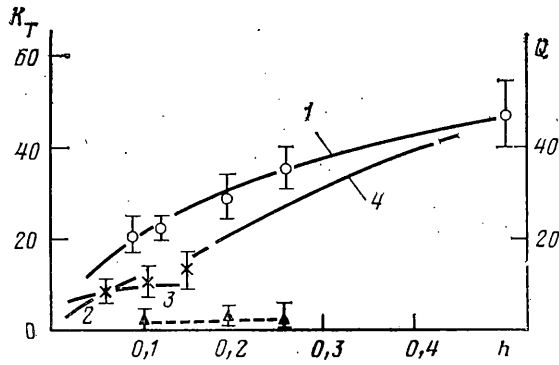
где b — ширина образца, h — его толщина, l — суммарная длина надреза и трещины сжатия, Y — тарировочный множитель [11].

По формуле (2.1) рассчитывалась величина K_T и для образцов парафина, разрушение которых сопровождалось локальной потерей устойчивости в концевой области трещины сжатия. Вследствие динамического характера развития трещин сжатия во льду коэффициент K_T оценивался для двух характерных моментов — для момента появления структуры разрушения K_{T_0} и для момента страгивания трещин сжатия, т. е. начала неустойчивого катастрофического разрушения K_T .

При определении величины K_T образцов парафина, деформировавшихся в условиях ограничения поперечных смещений, учитывалось взаимодействие перекрестывающихся берегов трещин сжатия. Для небольшого по величине перекреста использовалось предположение о возможности учета взаимодействия берегов в форме эффективного постоянного по длине трещины сжатия противодействия Q . Влияние границ образца с надрезом и

⁶ По условиям экспериментов эта стадия разрушения не могла быть прослежена до конца.

⁷ Наблюдения трещин сжатия в морском льду производилась авторами с борта ледокола весной 1981 г.



Фиг. 2

небольшой ($\sim 0,2b$) трещиной сжатия для нагрузок p и Q учитывалось одним тарировочным множителем (l_0 — длина надреза):

$$K_T = Y [pl^{3/2}/hb - Q(l-l_0)^{1/2}h^{-1/2}] \quad (2.2)$$

Для одновременной оценки двух параметров Q и K_T использовались результаты измерения усилий страгивания трещины сжатия при нескольких длинах трещин сжатия на одном и том же образце. Результаты определения торосостойкости льда и парафина K_T ($\text{кГ/см}^{3/2}$) приведены соответственно в таблице и на фиг. 2. Для сравнения в таблице содержатся значения трещиностойкости льда K_{IC} , измеренной при аналогичных условиях испытаний.

Торосостойкость исследованных материалов оказалась значительно выше их трещиностойкости (трещиностойкость парафина при $t' = +18^\circ \text{C}$ составляет около $4 \text{ кГ/см}^{3/2}$). Взаимосвязь между величинами K_T , Q и толщиной образца парафина (в см) представлена на фиг. 2. Символами (\circ), (\times), (Δ) обозначены результаты экспериментов и их разбросы соответственно для величин торосостойкости в условиях стеснения поперечных смещений, не допускающего локальной потери устойчивости пластины вблизи концевой области трещины сжатия, величины торосостойкости в условиях локальной потери устойчивости и величины Q (кГ/см^2), найденной при испытаниях со стеснением поперечных деформаций. Характерно увеличение K_T с ростом толщины образца парафина, в то время как величина Q практически не изменяется. Последнее подтверждает правомерность принятой в (2.2) схемы расчета эффективной характеристики взаимодействия берегов трещины сжатия. Локальная потеря устойчивости пластины в концевой области трещины сжатия приводит к относительному уменьшению величины торосостойкости.

3. Анализ результатов. 1. Отмеченные особенности разрушения исследованных материалов могут послужить основой для развития модельных представлений во внутренней задаче и оценок величин K_T по параметрам моделей механизмов разрушения.

Рассмотрим варианты разрушения при стеснении поперечных смещений пластины с надрезом. В парафине разрушение в концевой области трещины сжатия происходит по одной наклонной площадке скола. Вследствие постоянства угла скола, эффективный поперечный размер концевой области пропорционален толщине пластины и может быть принят близким к проекция фронта скола на плоскость пластины. В состоянии предельного равновесия трещины сжатия на контуре эффективной концевой области

Лед [10]	$t, ^\circ\text{C}$	K_{T_0}	K_T	K_{IC}
A-4	-10-13	150 ± 40	200 ± 50	18 ± 5
A-4	-5-9	130 ± 30	180 ± 40	12 ± 3
Б-4 ($S \sim 3\%$)	-5-9	70	100	8 ± 3

возникает напряжение, которое может быть соотнесено с пределом прочности материала. Эти предположения вводят модель разрушения, аналогичную концепции малой пластической зоны в линейной механике разрушения [1]. Связь между параметрами в ней устанавливается соотношением

$$K_c = c\sigma^*R^{1/2} \quad (3.1)$$

где $c = (2\pi)^{1/2}$ — для плоского напряженного состояния, K_c — критическая величина коэффициента интенсивности напряжений; R — радиус пластической зоны, σ^* — характерное напряжение (предел текучести) на контуре пластической зоны. Зависимость (3.1) хорошо описывает результаты эксперимента (фиг. 2, кривая 1), если принять $R = 1/2h$, $K_c = K_T$, $\sigma^* = 35 \text{ кг/см}^2$ (прочность парафина при одноосном сжатии $\sigma_p = 30 \pm 5 \text{ кг/см}^2$). В концевой области трещины сжатия в случае выхода берегов трещины из плоскости пластины (перехлеста) содержится кроме зоны непосредственного разрушения материала пластины не совпадающая с ней по размерам зона локального поперечного изгиба пластины. Поскольку перехлест берегов трещины сжатия при ее росте необратим, затраты энергии, связанные с локальным изгибом пластины в концевой области, вообще говоря, должны учитываться при расчете энергоемкости разрушения. В рассматриваемых вариантах условий разрушения для тонких пластин доля этой энергии мала и в дальнейших оценках не учитывается. Удельную энергию упругого поперечного смещения берегов трещины сжатия по порядку величины можно оценить, представив образец с трещиной в виде двух эффективных балок, защемленных по нормали к вершине трещины сжатия. Энергия упругого деформирования балок под действием распределенной нагрузки, обеспечивающей измеряемый прогиб свободных концов балки Δu при продвижении трещины сжатия на единицу длины дает представление об удельной энергии локального изгиба пластины (оценка сверху): $\partial u / \partial l \approx 1/4 \Delta y^2 E b h^3 l^{-3}$. В экспериментах с парафином $\Delta y \approx 0,03 \text{ см}$, $b \approx 2 \text{ см}$, $h \approx 0,1 \text{ см}$, $l \approx 2 \text{ см}$. Отсюда $\partial u / \partial l \approx 10^{-3} \text{ кг/см}$, в то время как эффективная энергия разрушения $\gamma \approx 1/2 K^2 E^{-1} \approx 0,1 \text{ кг/см}$. При анализе предельного равновесия трещины сжатия фактически используется предположение о существовании эффективного энергопоглощающего элемента в вершине трещины сжатия, малого по сравнению с длиной трещины сжатия и ориентированного по нормали к плоскости пластины. Наблюдаемая поверхность скола наклонна, а ее контур подвержен нагрузкам близким к комбинации антиплоской деформации и однородного сжатия, т. е. собственно разрушение напоминает развитие трещины продольного сдвига (скола). Поскольку разрушение сколом происходит внутри эффективной концевой области трещины сжатия, можно оценить по величине K_T сопротивляемость материала развитию трещины продольного сдвига K_{IIIc} . Отметим, что характерный размер концевой зоны трещины сжатия, как уже говорилось, имеет порядок h , а характерный размер концевой области трещины скола (продольного сдвига) — порядок размера скальваемых зерен (или толщины площадки скола $\Delta \ll h$).

Учитывая, что локальные неоднородности поля напряжений в концевой зоне трещины сжатия, вызванные присутствием концевой области скола, согласно принципу Сен — Венана быстро затухают, справедливо приближенное представление о том, что характерные напряжения во всей концевой области трещины сжатия примерно постоянны и близки к характерным напряжениям в концевой области скола. Отсюда в силу (3.1) при постоянстве угла скола следует

$$K_T h^{-1/2} \sim K_{\text{IIIc}} \Delta^{-1/2} \quad (3.2)$$

где для парафина $\Delta \sim 0,3 \text{ мм}$. Отсюда и из (3.1) получим, что $K_{\text{IIIc}} \sim 8 \text{ кг/см}^{3/2}$. В приведенной оценке фактически содержится предположение о том, что в отличие от эффектов косоугольного сдвига при разрыве пластичных металлов [2], критические условия на фронте скола определяются в основном антиплоской деформацией прилежащих участков материала.

Правомерность этого предположения можно показать, оценив в его рамках величину угла скола α . Пусть при квазистатическом росте трещины сжатия (как и для трещин нормального разрыва) выполняется равенство изменения энергии упругого деформирования пластины $\partial W/\partial l$ и эффективной энергии вновь образующегося участка трещины сжатия (эффективной поверхностной энергии) $-2T$. Как и в плоской задаче теории трещин, эффективная поверхностная энергия T присваивается здесь условной поверхности нормальной к поверхности пластины. Поверхность реального скола наклонена к плоскости пластины, поэтому для обеспечения равенства суммарных энергетических вкладов T и T_{III} они должны быть нормированы пропорционально соответствующим площадям, т. е.

$$T \sim T_{III}/\sin \alpha \quad (3.3)$$

Согласно формуле Ирвина [1]:

$$\partial W/\partial l = nK_T^2 E^{-1}, \quad 2T = (1+\mu)K_{III}^2 E^{-1} \quad (3.4)$$

где $n = (1-\mu^2)$ — для плоской деформации, $n=1$ — для плоского напряженного состояния. Из (3.3) и (3.4), учитывая (3.2), имеем

$$\alpha \sim \arcsin \{ [(n^2 - 4(1+\mu)^2)^{1/2} - n] / 2(1+\mu) \}$$

Отсюда при $\mu \sim 0,3$, $\alpha \sim 43^\circ$ — для плоского напряженного состояния, $\alpha \sim 45^\circ$ — для плоской деформации. Напомним, что в эксперименте наблюдался угол скола $\alpha \sim 45^\circ$.

Микромеханизм развития скола в зернистой среде (парафин) по визуальным наблюдениям напоминает последовательное выкалывание отдельных зерен. Постоянство угла скола в парафине, вероятно, объясняется тем, что ориентация максимума касательных напряжений в условиях преобладания антиплоской деформации на продолжении площадки скола не изменяется в процессе последовательного выкола отдельных зерен (рассматриваемого, например, как последовательное образование ряда отверстий в упругой пластине при сдвиге).

Модель концевой области трещины сжатия пресноводного льда должна учитывать более сложную макроскопическую морфологию разрушения. На первом этапе разрушения (см. п.2) последовательно возникает структура поперечных к плоскости пластины разрывов, (напомним, что для льда появление разрывных нарушений — типичная форма разрушения при сжатии [12]). Поперечную их ориентацию можно объяснить тем, что в условиях плоской деформации у вершины разреза сжимающие напряжения σ_{zz} [1] в направлении поперек пластины (см. фиг. 1), сдерживающие появление разрывов, в диапазоне углов $\theta \sim 45-90^\circ$, отсчитываемых от продолжения разреза, больше, чем σ_{xx} (вдоль трещины). При дальнейшем нагружении система поперечных разрывов дополняется системой нарушений в плоскости пластины. Их появление можно связать с тем, что при возросшем уровне напряжений σ_{yy} напряжения σ_{zz} перестают быть сдерживающим фактором образования разрывов⁸. Образование нового масштаба нарушений, расщепляющих пластину в пределах возникших ранее блоков, увеличивает возможность формирования макроскола в нарушенной области и разрушение ее⁹. Затем процесс повторяется.

Главные напряжения $\sigma_{1,2}$ в плоскости пластины в малой окрестности вершины разреза имеют вид [1]:

$$\sigma_{1,2} = K_1 (2lr)^{-1/2} [\cos(1/2\theta) \pm \sin(1/2\theta) \cdot (1 - \cos^2(3/2\theta) \sin^2(1/2\theta))^{1/2}] \quad (3.5)$$

где r — малое расстояние до вершины разреза.

Появление первых поперечных разрывов можно связать с достижением в некоторой области $r \sim h$ напряжений, соответствующих пределу прочности льда в данном напряженном состоянии. Соотношения главных напря-

⁸ Строго говоря, анализ этой фазы разрушения должен выполняться с учетом всей совокупности разрывов, однако качественные выводы можно сделать в предположении о слабом влиянии малых разрывов на поле напряжений у вершины разреза.

⁹ В упругохрупком материале при жесткой фиксации поперечных смещений пластины возможно развитие иерархии нарушений с большим количеством масштабов последовательно уменьшающихся отдельностей, необходимой для достижения неустойчивости деформируемой системы в масштабах концевой области трещины сжатия в целом.

жений можно найти из (3.5), а предел прочности льда при двухосном сжатии σ_p^* оценить по данным испытаний на сжатие [12]. Используя далее (3.5), можно оценить значения K_{T_0} для начала формирования структуры разрушения в концевой области трещины сжатия

$$K_{T_0} \approx \sigma_p^* (2\pi h)^{1/2} f(\theta) \quad (3.6)$$

Первые трещины в эксперименте наблюдались при $\theta \sim 70^\circ$. Из (3.5) и (3.6) имеем: $f(\theta) \approx 1,5$; $(\sigma_1/\sigma_2) \approx 5,7$; $\sigma_p^* \approx 80$ кг/см²; $K_{T_0} \approx 150$ кг/см^{3/2}. Величина K_{T_0} оценивает торосостоятельность льда снизу.

Определение K_T ледяного покрова натуральных толщин представляется весьма трудоемкой операцией. Можно, однако, показать, что по крайней мере при сохранении в общих чертах механизма разрушений льда в концевой области величина K_T не должна значительно возрасти при увеличении толщины вследствие масштабного эффекта прочности льда. Согласно [12]; например, $\sigma_p(h) \sim \sigma_{p_0}(h_0/h)^{1/2}$. Здесь индекс нуля относится к образцам малого размера. Отсюда и из (3.6) получаем $K_T \approx \sigma_{p_0} \sqrt{h_0} \approx \text{const}$.

2. Остановимся на разрушении пластин, скрепленных с упругим основанием. Рассмотрим две экспериментально наблюдаемые ситуации в концевой области трещины сжатия при локальной потере устойчивости упруго деформируемой пластины¹⁰.

Вариант 1. Толщина пластин мала. Разрушение материала при локальном изгибе пластины происходит на гребне складки потери устойчивости в точке, удаленной от фронта выпучивания. Складка между этими характерными участками имеет продольные размеры значительно больше поперечных.

Вариант 2. Толщина пластины относительно велика¹¹. Прочность материала исчерпывается на фронте выпучивания при локальной потере устойчивости. Оценки торосостоятельности в варианте 2 дают нижнюю границу значений торосостоятельности.

Применим в варианте I модель концевой зоны трещины сжатия типа модели Леонова — Панасюка — Дагдейла (ЛПД). Будем считать ненарушенную часть складки аналогом узкой пластической зоны — тонкой полосой, в которой среднее напряжение σ_{yy}^m по нормали к оси складки в плоскости пластины постоянно. Эти напряжения оценим из условия устойчивости фрагмента концевой зоны как балки единичной ширины на упругом основании

$$\sigma_{yy}^m \approx (Ehk/3)^{1/2} \quad (3.7)$$

Условие разрушения примем в виде

$$|\sigma_{\max}| = \sigma^* \quad (3.8)$$

где σ_{\max} — максимальное напряжение в сечении изгибаемой части, σ^* — эффективная прочность материала пластины. Величину σ_{\max} можно найти, рассматривая упругое равновесие элемента складки как эффективной балки длиной H (полуволна потери устойчивости балки на упругом основании), нагруженной по торцам силой $F = \sigma_{yy}^m h$. Отсюда и из (3.8) имеем

$$\sigma^* = 6Mh^{-2} \pm \sigma_{yy}^m \quad (3.9)$$

где M — изгибающий момент на гребне складки, знаки плюс и минус отвечают сжатию и растяжению соответственно. Аналогом критического раскрытия трещины в модели (ЛПД) служит в рассматриваемой схеме предельное смещение краев складки при ее упругом изгибе в момент выполнения условий разрушения (3.8).

Для малых прогибов связь между продольными (вдоль направления действия сил (σ_{yy}^m) — δ_y и поперечными δ_z смещениями в ее середине (на

¹⁰ При отсутствии эффектов локальной потери устойчивости разрушение развивается так же как и в экспериментах со стеснением поперечных смещений.

¹¹ Для парафина на поролюновом основании наибольшие толщины, при которых еще наблюдается потеря устойчивости в концевой области трещин сжатия составляют ~ 3 мм. Соответствующие оценки для плавающего ледяного покрова дают $h_{\max} \sim 0,3-0,5$ м.

гребне складки) в рамках схемы можно представить в виде

$$\delta_y \approx 1/2 \pi^2 \delta_z^2 H^{-1}, H = \pi (Eh^3/12k)^{1/4} \quad (3.10)$$

Отсюда и из (3.7) — (3.9), используя взаимосвязь между критическим раскрытием трещины и трещиностойкостью в модели ЛПД получим

$$K_T \approx (\delta_y \sigma_{yy}^m E)^{1/2} = \beta E^{5/8} (kh)^{3/8} (|\sigma^*| (3/Ek)^{-1/2} \mp h^{1/2}) \\ \beta = 0,12\pi^{1/2} \quad (3.11)$$

Знаки минус и плюс отвечают выполнению условий разрушения на сжатой или растянутой стороне соответственно.

Для более толстых пластин (вариант 2) учтем, что окончательный этап разрушения связан с развитием трещин не только на гребне складки, но и на ее краях. Эффективная ширина концевой зоны, разгружаемая при развитии трещин, примерно равна ширине складки. Потери устойчивости. Выпучивающийся и разрушающийся фрагмент пластины в вершине трещины сжатия при автономном продвижении трещины сжатия имеет постоянные размеры, а его контур по экспериментальным наблюдениям выпуклый и гладкий. Будем моделировать этот элемент полукруглым вырезом с постоянным радиусом кривизны. Заметим, что при растяжении тонких пластин с вырезом вследствие

возникновения локального сжатия на контуре выреза также происходит потеря устойчивости аналогичной морфологии. Критические условия ее можно представить согласно [13] в форме (R — радиус выреза):

$$p_{cr} = qE(h/R)^2, \quad q \approx 0,1 \quad (3.12)$$

Распространяя это представление на случай сжатой пластины и полагая, что, по крайней мере для процесса потери устойчивости в приконтурной зоне, величина q пропорциональна уровню концентрации напряжений (т. е. при сжатии $q \sim 0,3$) получим

$$K_T \approx \beta^* k^{3/8} E^{5/8} h^{1/8}, \quad \beta^* \approx 1 \quad (3.13)$$

На фиг. 2 произведено сравнение экспериментальных данных с зависимостями (3.11) — кривые 2, 3 и (3.13) — кривая 4. На кривой 2 выполняется условие разрушения на растянутой стороне складки (прочность парафина при растяжении ≈ 20 кГ/см²), на кривой 3 — на сжатой стороне. Модуль упругости парафина $E = 2 \cdot 10^3$ кГ/см². Сравнение показывает качественное и количественное соответствие рассмотренных зависимостей данным эксперимента. Аналогичные расчеты для ледяного покрова отражены на фиг. 3. Прямая (1) соответствует предполагаемому уровню K_T при стеснении поперечных смещений (здесь же обозначены величины K_T , полученные экспериментально).

Кривые (2а, б, в, г) соответствуют зависимости (3.11) причем в случае а — условие разрушения выполняется на растянутой стороне (прочность льда при растяжении соответственно 7; 10; 13 кГ/см²), в случае г — на сжатой (прочность льда при сжатии — 30 кГ/см²). Положение кривых (2) иллюстрирует предпочтительность разрыва на гребне складки при типичных для льда значениях показателей прочности и деформационных свойств (модуль упругости $E = 10^4$ кГ/см²). Кривая (3) рассчитана по зависимости (3.13). Можно видеть, что в области малых толщин испытываемых пластин эффекты локальной потери устойчивости в вершине трещины сжатия существенно снижают эффективную торосостоятельность. При весьма малых толщинах сказываются также параметры складки потери устойчивости. Во всех исследованных вариантах разрушение на гребне складки

происходит при разрыве. Отметим, что в области смены механизмов разрушения вследствие резкого изменения масштаба внутренней задачи возможны переходные режимы разрушения, в частности, чувствительные к параметрам инициирующих возмущений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Разрушение. т. 2. Математические основы теории разрушения. М.: Мир. 1975. 766 с.
2. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука. 1974. 640 с.
3. Hoek E., Bieniawski Z. T. Brittle fracture propagation in rock under compression. // Intern. J. Fract. Mech. 1965. V. 1. № 3. P. 137-155.
4. Эрдоган Ф., Си Г. О развитии трещин в пластине под действием продольной и поперечной нагрузок. // Техническая механика. 1963. № 4. С. 49-59.
5. Barenblatt G. I., Goldstein R. V. Wedging of an elastic body by a slender wedge moving with a constant super-Rayleigh subsonic velocity. // Intern. J. Fract. Mech. 1972. V. 8. No. 4. P. 427-434.
6. Слепян Л. И. Механика трещин. Л.: Судостроение. 1981. 296 с.
7. Баренблатт Г. И. Математическая теория трещин, образующихся при хрупком разрушении // ПМТФ, 1961, № 4.
8. Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М. Механика разрушения и некоторые вопросы разрушения льда. // В кн.: Механика и физика льда. М.: Наука. 1983. С. 65-94.
9. Goldstein R. V., Osipenko N. M. Some aspects of fracture mechanics of ice cover. // The 7th Intern. conf. on port and ocean eng. under arctic cond. (POAC-83). Helsinki, 1983. No. 37. P. 132-143.
10. Черепанов Н. В. Классификация льдов природных водоемов. // Тр. ААНИИ. 1976. Т. 331. С. 77-99.
11. Браун У., Сроули Дж. Испытания высокопрочных металлических материалов на вязкость разрушения при плоской деформации. М.: Мир. 1972. 248 с.
12. Богородский В. В., Гаврило В. П. Лед. Л.: Гидрометеоиздат. 1980. 384 с.
13. Гузь А. Н., Дышель М. Ш., Кулиев Г. Т., Милованова О. Б. Разрушение и локальная потеря устойчивости тонкостенных тел с вырезами. // Прикл. механика. 1981. Т. 17. № 8. С. 3-24.

Москва

Поступила в редакцию
29.VII.1986