МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 3 · 1987

УДК 531.8

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ АМОРТИЗАТОРОВ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ УДАРНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

БАЛАНДИН Д. В., МАЛОВ Ю. Я.

В работе рассматривается задача оптимизации параметров противоударных амортизаторов при защите объекта от многократно повторяющихся ударных воздействий. Критерием качества выбрана величина повреждаемости объекта. Задача состоит в минимизации этой величины при ограничении на максимальный ход амортизации и отличается от рассмотренных ранее задач оптимизации противоударных амортизаторов [1–3] выбором указанного критерия качества.

1. Рассмотрим ситуацию, в которой противоударный амортизатор осуществляет защиту объекта от многократно повторяющихся ударных импульсов. Предположим, что удары происходят достаточно редко, т. е. система амортизации успевает прийти в исходное положение к моменту очередного удара. Это имеет место, например, при сейсмических нагрузках или при посадочном ударе летательного аппарата. Пусть величина y_0, определяющая ударный импульс, принимает случайные значения в интервале $[y_1, y_2]$ с заданной плотностью вероятности $\omega(y_0)$. Повреждаемость объекта определим через последовательность Ψ_n, где Ψ_n — безразмерная величина, характеризующая повреждения, накопленные в конструкции объекта за n ударов. При этом $\Psi_n \in [0, 1]$, $\Psi_n=0$ соответствует случаю, когда повреждения отсутствуют, а $\Psi_n=1$, когда какой-либо узел или элемент конструкции объекта выработали свой ресурс после n ударов. Для подсчета повреждаемости объекта воспользуемся гипотезой линейного суммирования повреждений от каждого удара [4]. Если обозначить $N(y_0)$ число ударных импульсов y_0, соответствующее исчерпанию ресурса, а $n\omega(y_0)dy_0$ — число ударных импульсов в интервале $[y_0, y_0+dy_0]$, тогда

$$\Psi_n = n\int\limits_{y_1}^{y_2} \frac{\omega(y_0)}{N(y_0)}\,dy_0$$

Зависимость $N(y_0)$ определяется экспериментально и часто принимается в виде $N(y_0)=c/[\sigma(y_0)]^m$, где c, m — положительные константы, характеризующие материал конструкции, а $\sigma(y_0)$ — максимальный уровень напряжений возникающих в конструкции под действием ударного импульса y_0. Требование повышения ресурса объекта приводит к задаче минимизации величины повреждаемости за счет соответствующего выбора характеристик и параметров амортизатора при естественном ограничении на максимальный ход амортизации.

Рассмотрим уравнения процесса амортизации

$$x^{\cdot}=y, \quad y^{\cdot}=-f(q, y)-\varphi(k, x) \tag{1.1}$$

с начальными условиями $x(0)=0$, $y(0)=y_0 \in [y_1, y_2] \equiv Y$. Функции $f(q, y)$, $\varphi(k, x)$ определяют соответственно демпфирующую и упругую характеристики амортизатора, q, $k \geqslant 0$ — параметры. Будем считать, что f, φ определены и непрерывны в $\{q \in [0, \infty), y \in (-\infty, \infty)\}$ и $\{k \in [0, \infty), x \in (-\infty, \infty)\}$ и дифференцируемы всюду в области определения, кроме, быть может, точек, в которых один из аргументов обращается в нуль, а также справедливы соотношения

$$f(q, y)=-f(q, -y), \quad \varphi(k, x)=-\varphi(k, -x)$$
$$f(0, y)=0, \quad \varphi(0, x)=0 \qquad (1.2)$$
$$\forall x, y\neq 0, \quad \lim_{q\to\infty} f(q, y)\operatorname{sgn} y=\infty, \quad \lim_{k\to\infty}\varphi(k, x)\operatorname{sgn} x=\infty$$
$$f_y'(q, y)>0, \quad \varphi_x'(k, x)>0 \qquad (1.3)$$
$$f_q'(q, y)\operatorname{sgn} y>0, \quad \varphi_k'(k, x)\operatorname{sgn} x>0$$

По аналогии с [2] введем показатели качества амортизации: максимальный ход $S(q, k, y_0)$ и максимальную перегрузку $G(q, k, y_0)$:

$$S(q, k, y_0)=\max_{t\in[0,\infty)}|x(t, q, k, y_0)|, \quad G(q, k, y_0)=\max_{t\in[0,\infty)}|y^{\cdot}(t, q, k, y_0)|$$

где $x(t, q, k, y_0)$, $y(t, q, k, y_0)$ — решение задачи Коши для системы (1.1). Из (1.2), (1.3) аналогично [1, 2] следует

$$S(q, k, y_0)=|x(T, q, k, y_0)|, \quad G(q, k, y_0)=\max_{t\in[0,T]}|y^{\cdot}(t, q, k, y_0)| \qquad (1.4)$$

где T — наименьший ненулевой корень уравнения $y(t, q, k, y_0)=0$. Чтобы записать третий показатель качества амортизации — повреждаемость объекта, необходимо знать зависимость $\sigma(y_0)$. Считая, что максимальный уровень напряжений является известной монотонно возрастающей функцией F от максимальной перегрузки, повреждаемость объекта имеет вид $\Psi_n=P(q, k)n/c$, где

$$P(q, k)=\int_{y_1}^{y_2}\{F[G(q, k, y_0)]\}^m\omega(y_0)dy_0$$

Сформулируем задачу минимизации повреждаемости (задача 1): найти q^0, $k^0\geqslant 0$, такие, что

$$P(q^0, k^0)=\min_{q,k\geqslant 0}P(q, k), \quad S(q^0, k^0)\leqslant S_0 \quad \forall y_0\in Y$$

где $S_0>0$ — заданная конечная величина.

Отметим некоторые свойства функций $G(q, k, y_0)$, $P(q, k)$, $S(q, k, y_0)$. Вследствие непрерывной зависимости решения (1.1) от параметров и начальных условий $G(q, k, y_0)$ и $P(q, k)$ определены и непрерывны при всех допустимых значениях аргументов, $S(q, k, y_0)$ определена и непрерывна при всех допустимых значениях q, y_0 и $k>0$, а если при $q\neq 0$ $S(q, k, y_0)$ стремится к конечной величине при $k\to 0$, то она определена и непрерывна всюду, кроме множества точек $\{q=0, k=0\}\times Y$. Вследствие дифференцируемости решения (1.1) по параметрам и начальным условиям с учетом (1.4) $S(q, k, y_0)$ дифференцируема в области, где она непрерывна. В силу нечетности f, φ соответственно по y и x будем иметь $S(q, k, y_0)=S(q, k, -y_0)$, $G(q, k, y_0)=G(q, k, -y_0)$. Отметим также, что $\forall q, k\geqslant 0$, $S(q, k, 0)=G(q, k, 0)=0$. В силу последних соотношений (1.3) по аналогии с [2] имеем

$$\partial S(q, k, y_0)/\partial q<0, \quad \partial S(q, k, y_0)/\partial k<0 \qquad (1.5)$$

По теореме о неявной функции уравнение $S(q, k, y_0)=S_0$ при каждом фиксированном значении y_0 задает непрерывную монотонно убывающую функцию $k=k_S(q, y_0)$, определенную на $[0, q^*]$ (q^* — корень уравнения $k_S(q, y_0)=0$, который аналогично [3] в зависимости от конкретного вида $f(q, y)$ может иметь как конечное, так и бесконечно большое значение) и изменяющуюся на $[0, k^*]$, где $k^*=k_S(0, y_0)$ принимает конечное значение (если бы $k^*\to\infty$, то в силу (1.2) $S(0, k, y_0)\to 0$ при $k\to k^*$). Таким образом, в силу (1.5): $\forall\{q\geqslant 0, k\geqslant k_S(q, y_0)\}S(q, k, y_0)\leqslant S_0$; $\forall\{q\geqslant 0, k<k_s(q, y_0)\}S(q, k, y_0)>S_0$.

Рассмотрим вопрос о существовании решения задачи 1. Исходя из определения функции $P(q, k)$ с учетом двух последних соотношений (1.2) $P(q, k)\geqslant 0$, $P(q, k)\to\infty$, при $q\to\infty$ $\forall k\geqslant 0$ и при $k\to\infty$ $\forall q\geqslant 0$. Поскольку $P(q, k)$ есть непрерывная функция, то существует точка q^0, k^0, в которой она принимает минимальное значение.

Задача 1 существенно упрощается, если характеристики амортизатора таковы, что минимум $P(q, k)$ достигается на границе области допустимых значений параметров. Подобная ситуация имела место в [2, 3], хотя и для несколько иной постановки задачи. Наложим дополнительное ограничение на функцию $\varphi(k, x)$:

$$\Phi(k, x)\operatorname{sgn} x\geqslant 0 \tag{1.6}$$

$$\Phi(k,x)=\int_0^x \{\varphi_k'(k,x)\varphi_\xi'(k,\xi)-\varphi_k'(k,\xi)\varphi_x'(k,x)\}d\xi$$

покажем, что при данном условии минимум $P(q, k)$ достигается на кривой, определяемой границей области $S(q, k, y_0)\leqslant S_0$ $(\forall y_0\in Y)$. Неравенству (1.6) удовлетворяют характеристики амортизаторов, рассмотренные в [3], а также, например, характеристика вида $\varphi(k, x)=kx\ (1+a_0|x|^r)$, $r=1, 2, 3$, часто встречающаяся в реальных системах амортизации. Исследуем $G(q, k, y_0)$ на монотонность относительно k. Рассмотрим решение (1.1) на $[0, T]$. На фазовой плоскости $\{x, y\}$ этому решению соответствует кусок фазовой траектории, выходящий из точки $\{0, y_0\}$ и в момент $t=T$ попадающий в точку $\{x(T, q, k, y_0), 0\}$. Если $y_0>0$, то кусок траектории лежит в первом квадранте фазовой плоскости, если $y_0<0$ — в третьем квадранте. Поскольку при $x\neq 0$, $y\neq 0$ функции f, φ принимают согласно (1.2), (1.3) в первом квадранте положительные значения, а в третьем — отрицательные, то уравнение куска фазовой траектории $y=y(x, q, k, y_0)$ является монотонно убывающей функцией x, для которой существует обратная монотонно убывающая функция $x=x(y, q, k, y_0)$. Докажем следующую лемму.

Лемма. Если f, φ удовлетворяют (1.2), (1.3), (1.6), то $\forall\{|y|\in[0, |y_0|), y_0\neq 0\}\partial|f(q, y)+\varphi(k, x(y, q, k, y_0))|/\partial k>0$.

Доказательство. Зафиксируем значения q, y_0. Без ограничения общности в силу нечетности f, φ положим $y_0>0$. Считая величины q, y_0 в ходе доказательства фиксированными, не будем употреблять их под знаком функций в качестве аргументов или параметров. Представим (1.1) в виде

$$dy/dx=-[f(y)+\varphi(k, x)]/y \tag{1.7}$$

Проинтегрируем (1.7) от $x=0$ до $x=S_1(k, y_*)$, считая, что $y=y(x, k)$, а $S_1(k, y_*)$ есть корень уравнения $y_*=y(x, k)$ и $y_*\in[0, y_0)$. Получим

$$\frac{1}{2}(y_*^2-y_0^2)+\int_0^{S_1(k,y_*)} f[y(x,k)]dx+\int_0^{S_1(k,y_*)}\varphi(k,x)dx=0 \tag{1.8}$$

Дифференцируя (1.8) по k и разрешая относительно $dS_1(k, y_*)/dk$, будем иметь

$$\frac{dS_1(k,y_*)}{dk}=-\frac{\int_0^{S_1(k,y_*)} f_y'[y(x,k)]y_k'(x,k)dx+\int_0^{S_1(k,y_*)}\varphi_k'(k,x)dx}{f(y_*)+\varphi(k,S_1(k,y_*))}$$

$$d\{f(y_*)+\varphi(k, S_1(k, y_*))\}/dk=d\varphi(k, S_1(k, y_*))/dk$$

Продифференцируем $\varphi(k, S_1(k, y_*))$ по k и после некоторых преобразований получим

$$\frac{d\varphi(k,S_1(k,y_*))}{dk}=\frac{\Phi(k,S_1(k,y_*))+\Phi_1(k,S_1(k,y_*))}{f(y_*)+\varphi(k,S_1(k,y_*))}$$

$$\Phi_1(k, S_1(k, y_*)) = \varphi_k'(k, S_1(k, y_*))f(y_*) - \left\{\int_0^{S_1(k,y_*)} f_y'[y(x,k)]y_k'(x,k)\,dx\right\} \varphi_x'(k, S_1(k, y_*))$$

Покажем, что $\forall x>0$, $y_k'(x, k)<0$. Составим дифференциальное уравнение для $u(x)=y_k'(x, k)$ с начальным условием $u(0)=0$. Из (1.7) имеем

$$du/dx+a(x)u=b(x)$$

$$a(x)=\frac{f_y'[y(x,k)]y(x,k)-f[y(x,k)]-\varphi(k,x)}{[y(x,k)]^2}, \quad b(x)=-\frac{\varphi_k'(k,x)}{y(x,k)}$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$u(x)=\exp(-u_1(x))\int_0^x b(\xi)\exp(u_1(\xi))\,d\xi, \quad u_1(x)=\int_0^x a(\xi)\,d\xi$$

В силу последнего соотношения (1.3) $b(x)<0$, а значит, $\forall x>0$, $u(x)<<0$. Таким образом, $\Phi_1(k, S_1(k, y_*))>0$, $\Phi(k, S_1(k, y_*))\geqslant 0$ по условию леммы и, следовательно, $d\varphi(k, S_1(k, y_*))/dk>0$. Лемма доказана.

Отметим, что

$$G(q,k,y_0)=\max_{t\in[0,T]}|y^{\boldsymbol{\cdot}}(t,q,k,y_0)|=\max\{|f(q,y_0)|, \sup_{t\in(0,T]}|y^{\boldsymbol{\cdot}}(t,q,k,y_0)|\}$$

$$\sup_{t\in(0,T]}|y^{\boldsymbol{\cdot}}(t,q,k,y_0)|=\sup_{|y|\in[0,|y_0|]}|f(q,y)+\varphi(k,x(y,q,k,y_0))|.$$

Итак, согласно лемме, $G(q, k_1, y_0)\leqslant G(q, k_2, y_0)$ при $k_1<k_2$, причем равенство возможно только тогда, когда $G(q, k_1, y_0)=G(q, k_2, y_0)=|f(q, y_0)|$. Для любых $y_0\neq 0$ определим множество W точек q, $k\geqslant 0$, таких, что $G(q, k, y_0)=|f(q, y_0)|$, $W\neq\varnothing$, так как в силу четвертого соотношения (1.2) $\{q, 0\}\in W$. В силу последнего соотношения (1.2) $\{q, \infty\}\notin W$. Таким образом, с учетом непрерывности функции $G(q, k, y_0)$ для любого фиксированного значения q найдется k_1^*, такая, что q, $k_1^*\in W$, а $\forall k>k_1^*$; q, $k\notin W$. Покажем, что если $k_1^*>0$, то $\forall k<k_1^*$; q, $k\in W$. Предположим противное, т. е. существует $k'<k_1^*$, такая, что q, $k'\notin W$, тогда, согласно лемме, $G(q, k', y_0)=\sup_{t\in(0,T]}|y^{\boldsymbol{\cdot}}(t, q, k', y_0)|<\sup_{t\in(0,T]}|y^{\boldsymbol{\cdot}}(t, q, k_1^*, y_0)|<G(q, k_1^*, y_0)=|f(q, y_0)|$, а так как q, $k'\notin W$, то $G(q, k', y_0)>|f(q, y_0)|$ и получаем противоречие. Следовательно, граница множества W состоит из точек прямой $k=0$ и некоторой кривой, состоящей из множества точек $\{q, k_1^*\}$, которая в силу сказанного выше может быть определена непрерывной функцией $k=k_\Gamma(q, y_0)$, причем с учетом (1.2) $k_\Gamma(0, y_0)=0$, $k_\Gamma(q, y_0)\to\infty$ при $q\to\infty$.

Исследуем теперь неравенство $S(q, k, y_0)\leqslant S_0$ $\forall y_0\in Y$. Покажем, что $\partial S(q, k, y_0)/\partial|y_0|>0$. Так же как и при доказательстве леммы, положим без ограничения общности $y_0>0$. Рассмотрим уравнение

$$dx/dy=-y/[f(q, y)+\varphi(k, x)] \tag{1.9}$$

с начальным условием $x(0)=S>0$. Пусть $x=x(y, S)$ — решение (1.9) на $[0, y_0]$, $y_0=y_0(S)>0$ — корень уравнения $x(y, S)=0$. Отметим, что в силу положительности f, φ при y, $x>0$ функция $x(y, S)$ на $[0, y_0]$ является положительной монотонно убывающей по y. Произведем замену переменного x в (1.9), полагая $x=zS$, при этом получим

$$dz/dy=-y/\{[f(q, y)+\varphi(k, zS)]S\} \tag{1.10}$$

Считая, что $z=z(y, S)$ продифференцируем (1.10) по S. Если обозначить $V(y)=z_S'(y, S)$, то

$$dV/dy+a_1(y)V=b_1(y), \ V(0)=0, \ a_1(y)=-y\varphi_x'(k, zS)/[f(q, y)+\varphi(k, zS)]^2$$

$$b_1(y)=y[\varphi_x'(k, zS)zS+f(q, y)+\varphi(k, zS)]/\{[f(q, y)+\varphi(k, zS)]S\}^2$$

Далее имеем

$$V(y)=\exp(-V_1(y))\int_0^y b_1(\xi)\exp(V_1(\xi))\,d\xi,\quad V_1(y)=\int_0^y a_1(\xi)\,d\xi$$

Поскольку при $y\in[0, y_0]$ $b_1(y)>0$, то $V(y)=z_S'(y, S)>0$ и, следовательно, $x_S'(y, S)>0$, так как $x_S'(y, S)=z(y, S)+z_S'(y, S)S$. Из уравнения $x(y, S)=0$ получим, что $dy_0(S)/dS=-x_S'(y, S)/x_y'(y, S)>0$. Значит, можно определить обратную монотонно возрастающую функцию $S=S(y_0)$. Функция $x=x(y_0, S(y_0))$ описывает ту же самую кривую в первом квадранте плоскости $\{x, y\}$, что и решение (1.7) с начальным условием $y(0)=$ $=y_0$, при этом $S(q, k, y_0)=S(y_0)$. Таким образом, $\partial S(q, k, y_0)/\partial|y_0|>0$, и тогда $S(q, k, y_0)\leqslant S_0$ $\forall y_0\in Y$ эквивалентно $S(q, k, y_{12})\leqslant S_0$, где $y_{12}=$ $=\max\{|y_1|, |y_2|\}$.

Определим множества Y_0 и Y_1: $\{y_0\in Y_0\subset Y : \omega(y_0)=0\}$, Y_1 — замыкание множества $Y\backslash Y_0$. Без ограничения общности можно считать, что y_1, $y_2\in$ $\in Y\backslash Y_0$.

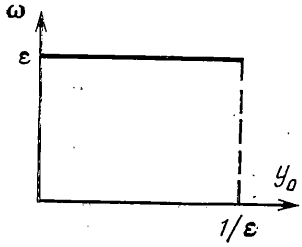
Утверждение 1. Если q^0, k^0 — решение задачи 1, то $S(q^0, k^0, y_{12})=S_0$.

Доказательство. Предположим противное: $S(q^0, k^0, y_{12})<S_0$. Рассмотрим два случая: $q^0>q^*$, $q^0\leqslant q^*$, здесь q^* — корень уравнения $k_S(q, y_{12})=0$. Покажем сначала, что первый случай невозможен. В самом деле, в силу леммы $G(q^0, k^0, y_0)\geqslant G(q^0, 0, y_0)=|f(q^0, y_0)|$ и с учетом (1.2) $G(q^0, 0, y_0)>$ $>G(q^*, 0, y_0)\Rightarrow P(q^0, k^0)>P(q^*, 0)$. Покажем, что и второй случай также приводит к противоречию. Если $\forall y_0\in Y_1$ $G(q^0, k^0, y_0)=|f(q^0, y_0)|$, то $k_S(q^0, y_{12})<k_\Gamma(q^0, y_0)$ и в силу непрерывности этих функций $\exists q_1<q^0$, такое, что последнее неравенство справедливо при $q=q_1$, но тогда $G(q^0, k^0, y_0)>$ $>G(q_1, k_1, y_0)=|f(q_1, y_0)|$, где $k_1=k_S(q_1, y_{12})$ и, следовательно, получим противоречие $P(q^0, k^0)>P(q_1, k_1)$.

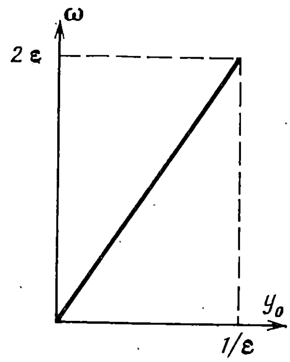
Если $\exists y_0'\in Y_1$, такое, что $G(q^0, k^0, y_0')<|f(q^0, y_0')|$, тогда в силу непрерывности функции $G(q, k, y_0)$ $\exists Y_\tau\subset Y_1$ и $y_0\in Y_\tau$ получим $G(q^0, k^0, y_0)>$ $>|f(q^0, y_0)|$. Применяя лемму, имеем $\forall y_0\in Y_\tau$ $G(q^0, k^0, y_0)>G(q^0, k_2, y_0)$, а $\forall y_0\in Y_1\backslash Y_\tau$ $G(q^0, k^0, y_0)\geqslant G(q^0, k_2, y_0)$, где $k_2=k_S(q^0, y_{12})$. Вновь получаем противоречие $P(q^0, k^0)>P(q^0, k_2)$. Утверждение 1 доказано.

2. Наряду с проблемой нахождения оптимальных в смысле указанного критерия качества параметров амортизатора представляет интерес вопрос о возможности снижения повреждаемости объекта за счет применения управляемой амортизации. Предположим, что при данных характеристиках (т. е. вид функций f, φ определен) параметры демпфирующего и упругого элементов амортизатора могут изменяться в зависимости от величины ударного импульса y_0. Подобная «настройка» параметров амортизатора на очередной удар в принципе возможна, например, при посадке летательного аппарата. Чтобы получить наибольший эффект от такого управления, необходимо максимально снизить повреждения, приобретаемые от каждого удара, что возможно, если максимально уменьшить величину перегрузки объекта защиты, получаемую от данного ударного импульса. Таким образом, возникает задача минимизации перегрузки с ограничением на ход амортизации (задача 2) при заданном значении y_0. Задача в такой постановке, но для менее широкого класса характеристик рассмотрена в [1—3]. Итак, задача 2 формулируется следующим образом: найти q^0, $k^0\geqslant 0$, такие, что $G(q^0, k^0, y_0)=\min\limits_{q,\, k\geqslant 0} G(q, k, y_0)$, $S(q^0, k^0, y_0)\leqslant S_0$, где S_0, y_0 — заданные величины. Вопрос существования решения задачи 2 рассматривается аналогично задаче 1. Сформулируем утверждение 2: если q^0, k^0 — решение задачи 2, то при $y_0\neq 0$ $S(q^0, k^0, y_0)=$ $=S_0$. Доказательство можно получить как следствие утверждения 1. Действительно, положим $\omega(y_0')=\delta(y_0'-y_0)$ ($\delta(\xi)$ — дельта-функция Дирака), $m=1$, тогда $F[G(q, k, y_0)]=P(q, k)$ ($dF/dG>0$).

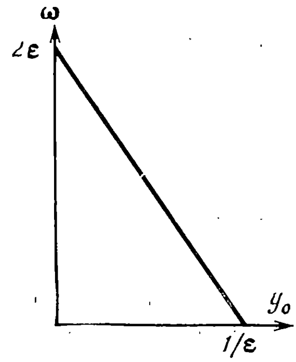
Решая задачу *2* $\forall y_0\in Y_1$, при заданных f, φ определим повреждаемость P_c для управляемого амортизатора. Эффективность управления оценим величиной $\eta=P_0/P_c$ ($P_0=P(q^0, k^0)$, а q^0, k^0 — решение задачи 1), которая показывает, во сколько раз можно уменьшить повреждаемость, если в



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

амортизаторе ввести настройку параметров. При этом η зависит от вида функции $\omega(y_0)$.

Рассмотрим вопрос о предельных возможностях управляемой амортизации по снижению повреждаемости. Используя результаты [1], получим, что предельно возможный показатель качества для управляемой амортизации $P_L = \min\limits_{f,\varphi} P_c$ достигается при

$$f(q, y) = qy^2 \operatorname{sgn} y, \quad \varphi(k, x) = kx \tag{2.1}$$

Введем величину $\mu = P_c/P_L$, характеризующую близость данного показателя качества для управляемого амортизатора с характеристиками f, φ к предельно возможному показателю качества.

Рассмотрим амортизатор с линейными характеристиками

$$f(q, y) = qy, \quad \varphi(k, x) = kx \tag{2.2}$$

Предположим, что $F[G(q, k, y_0)] \sim G(q, k, y_0)$, оценим η и μ. Аналогично [3] перейдем в системе (1.1) к новым безразмерным переменным x', y', t' и параметрам q', k', тогда $G(q, k, y_0) = y_{12}^2 G'(q', k', \alpha)/S_0$, где $\alpha = |y_0|/y_{12}$, а $G'(q', k', \alpha)$ — безразмерное значение максимальной перегрузки для системы (1.1) с начальными условиями $x'(0) = 0$, $y'(0) = \alpha$. В силу линейности (1.1) $G'(q', k', \alpha) = \alpha G'(q', k', 1)$ и, следовательно, $G(q, k, y_0) = y_{12}|y_0|G'(q', k', 1)/S_0$. Таким образом

$$\eta = y_{12}^m \int\limits_{y_1}^{y_2} \omega(y_0)\,|y_0|^m\,dy_0 \Big/ \int\limits_{y_1}^{y_2} \omega(y_0)\,y_0^{2m}\,dy_0 \tag{2.3}$$

$\mu = (\lambda_1/\lambda_0)^m$, где λ_0, λ_1 — минимальные безразмерные значения максимальной перегрузки в задаче 2 ($S_0 = 1$, $y_0 = 1$) соответственно для амортизаторов с характеристиками (2.1) и (2.2). Согласно [1], $\lambda_0 = 0{,}500$, $\lambda_1 = 0{,}521$, откуда $\mu = (1{,}04)^m$. Рассмотрим три примера: $\omega(y_0) = \varepsilon$, $\omega(y_0) = 2y_0\varepsilon^2$, $\omega(y_0) = 2\varepsilon(1 - y\varepsilon)$ при $y_1 = 0$, $y_2 = 1/\varepsilon$ (фиг. 1—3). Для каждого вида $\omega(y_0)$, используя (2.3), получим соответственно $\eta = (2m+1)/(m+1)$, $\eta = 2(m+1)/(m+2)$, $\eta = 2(2m+1)/(m+2)$. Если, например, $m = 4$, что имеет место на практике, то $\eta = 1{,}80$; $1{,}67$; $3{,}00$ и $\mu = 1{,}17$.

Рассмотрим амортизатор с характеристиками (2.1). Пусть

$$\omega(y_0) = 1/\sqrt{2\pi D}\,\exp[-{}^1\!/_2 (y_0 - y_M)^2/D], \quad y_1 = 0, \quad y_2 = 1$$

Приведем численные значения η при различных y_M, D, по строкам будем откладывать η в зависимости от y_M (0,1; 0,5; 0,8; 1), а по столбцам в зависимости от D (0,1; 0,4; 1):

3,78	2,42	1,92	1,71
2,25	2,06	1,95	1,88
2,07	2,00	1,95	1,92

Данные оценки показывают, что применение управляемого амортизатора вместо неуправляемого позволит снизить повреждаемость объекта защиты в два-три раза.

В заключение отметим, что настройку параметров на удар при управляемой амортизации необходимо производить до удара. По-видимому, управляемую амортизацию целесообразно применять, например, в конструкциях шасси тяжелых самолетов. Для настройки параметров достаточно измерить вертикальную составляющую скорости перед касанием посадочной полосы и при помощи быстродействующей бортовой ЭВМ рассчитать оптимальные параметры. Применимость такого способа будет определяться быстродействием автоматической перенастройки системы амортизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Болотник Н. Н.* Оптимизация амортизационных систем. М.: Наука, 1983. 257 с.
2. *Баландин Д. В.* Параметрическая оптимизация нелинейных амортизаторов.– Изв. АН СССР. МТТ, 1985, № 3, с. 72–74.
3. *Баландин Д. В., Марков А. А.* Оптимизация параметров нелинейных противоударных амортизаторов.– Изв. АН СССР. МТТ, 1986, № 2, с. 61–66.
4. *Болотин В. В.* Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984. 312 с.

Горький

Поступила в редакцию
24.I.1986