МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 · 1987

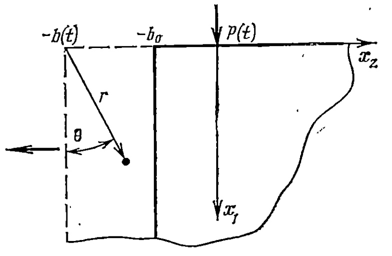
УДК 539.3

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДЛЯ РАСТУЩЕГО ТЕЛА В ФОРМЕ ЧЕТВЕРТЬПЛОСКОСТИ

АРУТЮНЯН Н. Х.

Исследуются задачи о действии сосредоточенной силы на растущую упругую или вязкоупругую четвертьплоскости в условиях старения. Фундаментальные решения даются в квадратурах. Приводится анализ полученных результатов.

1. Задача о растущей упругой четвертьплоскости. Рассмотрим задачу о действии сосредоточенной силы $P(t)$ на растущую упругую четвертьплоскость. В момент времени $t=0$ она занимает область $\{x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant -b(0)=-b_0\}$, сила приложена в начале координат параллельно оси x_1. В тот же момент времени начинается наращивание четвертьплоскости ненапряженными элементами, причем в каждый момент времени t она занимает область $\{x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant -b(t)\}$ (фиг. 1). Заметим, что исследуемое напряженное состояние тела не зависит от упругих постоянных материала, а, значит, одинаково во всех случаях плоской задачи (плоская деформация, плоское напряженное и обобщенное плоское напряженное состояния). Для определенности рассмотрим случай плоской деформации.



Фиг. 1

В системе координат (x_1, x_2) имеем следующие уравнения и граничные условия [1]:

$$\sigma_{ij,j}=0,\ \varepsilon_{ij}=(1+\nu)(\sigma_{ij}-\nu\delta_{ij}\sigma_{kk})/E\quad (i,\ j,\ k=1,\ 2) \tag{1.1}$$
$$\varepsilon_{ij}={}^1/_2(u_{i,j}+u_{j,i})\quad (x_2\geqslant -b_0)$$

$$\dot\varepsilon_{ij}={}^1/_2(\dot u_{i,j}+\dot u_{j,i})\qquad (-b(t)\leqslant x_2\leqslant -b_0) \tag{1.2}$$

$$x_1=0:\ \sigma_{11}=-P(t)\delta(x_2),\ \sigma_{12}=0 \tag{1.3}$$
$$x_2=-b(t):\ \sigma_{22}=\sigma_{12}=0\ (t=0),\ \dot\sigma_{22}=\dot\sigma_{12}=0\ (t\geqslant 0)$$

где σ_{ij}, ε_{ij} и u_i — компоненты тензоров напряжения, деформации и вектора перемещения, зависящие от координат x_1, x_2 и времени t, E и ν — модуль упругости и коэффициент Пуассона, δ_{ij} — символ Кронекера, $\delta(x_2)$ — дельта-функция Дирака. Точкой обозначены скорости соответствующих величин.

Соотношения (1.1) — (1.3) представляют собой начально-краевую задачу теории наращивания для четвертьплоскости ($t\geqslant 0$, $x_2\geqslant -b(t)$). Обозначим момент присоединения приращиваемых элементов четвертьплоскости через $\tau^*(x_2)$ $(x_2\leqslant -b_0)$. В силу отсутствия преднапряжения (натяга) этих элементов имеем

$$\sigma_{ij}(x_1,\ x_2,\ \tau^*(x_2))=0 \tag{1.4}$$

Дифференцируя по времени выражения (1.1) и первое из граничных условий (1.3), после некоторых преобразований получим

$$\dot\sigma_{ij,j}=0, \quad \Delta(\sigma_{11}^{\bullet}+\sigma_{22}^{\bullet})=0$$
$$\Delta=\partial^2/\partial x_1^2+\partial^2/\partial x_2^2 \ (t\geqslant 0,\ x_2\geqslant -b(t))$$
$$x_1=0:\ \sigma_{11}^{\bullet}=-P^{\bullet}(t)\delta(x_2),\ \sigma_{12}^{\bullet}=0 \tag{1.5}$$
$$x_2=-b(t):\ \sigma_{22}^{\bullet}=\sigma_{12}^{\bullet}=0$$

Решение задачи (1.5) удобно искать в полярных координатах $(r,\ \theta)$ (см. фиг. 1), где уравнения и граничные условия примут вид

$$\partial\varphi_r/\partial r+r^{-1}\partial\varphi_{r\theta}/\partial\theta+(\varphi_r-\varphi_\theta)/r=0$$
$$\partial\varphi_{r\theta}/\partial r+r^{-1}\partial\varphi_\theta/\partial\theta+2\varphi_{r\theta}/r=0$$
$$\Delta_*(\varphi_r+\varphi_\theta)=0, \qquad \Delta_*=\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2} \tag{1.6}$$
$$\theta=\pi/2:\ \varphi_\theta=-f(t)\delta(r-b(t)),\ \varphi_{r\theta}=0$$
$$\theta=0:\ \varphi_\theta=\varphi_{r\theta}=0$$

Здесь $\varphi_r=\sigma_r^{\bullet}(r,\ \theta,\ t)$ и т. д.— компоненты тензора скоростей напряжений в выбранной системе координат, $f(t)=P^{\bullet}(t)$ — скорость изменения приложенной силы.

Применяя к (1.6) преобразование Меллина [2], получим решение в форме контурных интегралов

$$\varphi_r=G\{(s+1)\sin(\pi s/2)[2\cos s\theta\cos\theta-(s+1)\sin s\theta\sin\theta]-$$
$$-s\cos(\pi s/2)[\sin s\theta\cos\theta+(s+2)\cos s\theta\sin\theta]\}$$
$$\varphi_\theta=G\{(s^2-1)\sin(\pi s/2)\sin s\theta\sin\theta+$$
$$+s\cos(\pi s/2)(s\sin\theta\cos s\theta-\sin s\theta\cos\theta)\} \tag{1.7}$$
$$\varphi_{r\theta}=G\{[\sin(\pi s/2)(s\sin\theta\cos s\theta+\sin s\theta\cos\theta)-$$
$$-s\cos(\pi s/2)\sin s\theta\sin\theta](s+1)\}$$
$$G\{g(s)\}=\int_\Gamma g(s)A(r,t,s)\,ds$$
$$A(r,\ t,\ s)=if(t)b^s(t)/[2\pi(s^2-\sin^2(\pi s/2))r^{s+1}]$$

Здесь интегрирование проводится по прямой Г, параллельной мнимой оси и расположенной левее нуля, но правее первого корня знаменателя с отрицательной действительной частью. Отметим, что точка $s=0$ для φ_θ и $\varphi_{r\theta}$ является устранимой особой точкой, а для φ_r — простым полюсом. Корни знаменателя подынтегральных выражений известны [2]. Таким образом, значения интегралов вычисляются с помощью теоремы о вычетах (см., например, [3]), причем при $r<b(t)$ замыкаем контур влево, а при $r>b(t)$ — вправо.

Переходя к системе координат $(x_1,\ x_2)$, получим $(\psi_{ij}=\sigma_{ij}^{\bullet}(x_1,\ x_2,\ t))$:

$$\psi_{11}=[\varphi_r x_1^2+\varphi_\theta(x_2+b(t))^2-2\varphi_{r\theta}x_1(x_2+b(t))]r^{-2} \tag{1.8}$$
$$\psi_{22}=[\varphi_r(x_2+b(t))^2+\varphi_\theta x_1^2+2\varphi_{r\theta}x_1(x_2+b(t))]r^{-2}$$
$$\psi_{12}=[\varphi_{r\theta}(x_1^2-(x_2+b(t))^2)+(\varphi_r-\varphi_\theta)x_1(x_2+b(t))]r^{-2}$$
$$r=[x_1^2+x_2^2+b^2(t)+2x_2b(t)]^{1/2},\ \theta=\arccos(x_1/r)$$

где φ_r, φ_θ и $\varphi_{r\theta}$ определяются по формулам (1.7).

Итак, компоненты тензора скоростей напряжений в неподвижной системе координат определены. Значения $\sigma_{ij}(x_1,\ x_2,\ 0)$ найдем из решения упругой задачи при $t=0$. Выражения для них получим, положив в (1.7), (1.8) $t=0$, $b(0)=b_0$, $f(0)=P(0)$, $\varphi_r=\sigma_s(r,\ \theta,\ 0)$ и т. д., $\psi_{ij}=\sigma_{ij}(x_1,\ x_2,\ 0)$. Окончательно для компонент тензора напряжений имеем (см. (1.4)):

$$\sigma_{ij}(x_1,x_2,t)=\sigma_{ij}(x_1,x_2,0)+\int_0^t\sigma_{ij}^{\bullet}(x_1,x_2,\tau)\,d\tau \qquad (x_2\geqslant -b_0,\ x_1\geqslant 0)$$

$$\sigma_{ij}(x_1, x_2, t) = \int\limits_{\tau^*(x_2)}^{t} \sigma_{ij}^{\boldsymbol{\cdot}}(x_1, x_2, \tau)\,d\tau \qquad (-b(t) \leqslant x_2 \leqslant -b_0, \qquad x_1 \geqslant 0) \tag{1.9}$$
$$\tau^*(-b(t)) \equiv t, \; \tau^*(-b_0) = 0$$

Соотношения (1.9), в частности, показывают, что при непрерывно дифференцируемых по времени функциях $P(t)$ $(P(0) \neq 0)$ и $b(t)$ напряжения σ_{22} и σ_{12} непрерывны по каждой из переменных во всем теле (см. (1.3)), а σ_{11} претерпевает скачок на линии $x_2 = -b_0$. При снятии нагрузки в четвертьплоскости появляются остаточные напряжения. Отметим также, что при произвольной кусочно-непрерывной функции $P(t)$ дифференцирование по времени следует понимать в обобщенном смысле [1, 4].

2. Задача о растущей вязкоупругой стареющей четвертьплоскости. Рассмотрим теперь стареющую вязкоупругую четвертьплоскость, изготовленную в момент времени $t=0$. В момент τ_0 в начале координат (x_1, x_2) (см. фиг. 1) к ней прикладывается сосредоточенная сила $P(t)$ и в момент τ_1 начинается наращивание по закону, описанному в п. 1. Считаем, что коэффициенты Пуассона упругомгновенной деформации и деформации ползучести материала тела совпадают и равны постоянной величине ν. Напряженное состояние изучаемой плоской задачи не зависит от ν, поэтому для определенности рассмотрим случай плоской деформации.

От момента приложения нагрузки τ_0 до момента начала наращивания τ_1, поставленная задача описывается следующими уравнениями и граничными условиями $(\tau_0 \leqslant t \leqslant \tau_1)$:

$$\sigma_{ij,\,j} = 0, \; \varepsilon_{ij} = {}^1/_2(u_{i,\,j} + u_{j,\,i})$$
$$\varepsilon_{ij} = (1+\nu)\,(\mathbf{I} - \mathbf{L}_{\tau_0}{}^t)\,(\sigma_{ij} - \nu\delta_{ij}\sigma_{kk})/E$$
$$(\mathbf{I} - \mathbf{L}_{\tau_0}{}^t)\,\frac{\omega(t)}{E} = \frac{\omega(t)}{E(t)} - \int\limits_{\tau_0}^{t} \frac{\omega(\tau)}{E(\tau)} K(t, \tau)\,d\tau \tag{2.1}$$
$$K(t, \tau) = E(\tau)\,\partial/\partial\tau\,[1/E(\tau) + C(t, \tau)]$$
$$x_1 = 0\colon \; \sigma_{11} = -P(t)\,\delta(x_2), \; \sigma_{12} = 0$$
$$x_2 = -b(t) = -b_0\colon \; \sigma_{22} = \sigma_{12} = 0$$

где помимо ранее определенных в п. 1 величин, $E(t)$ — упругомгновенный модуль деформации, $K(t, \tau)$ и $C(t, \tau)$ — ядро и мера ползучести при одноосном напряженном состоянии, определяемые из опытов.

Соотношения (2.1) представляют обычную задачу теории ползучести, для которой справедливы принципы соответствия [5], т. е. напряжения в четвертьплоскости в условиях ползучести совпадают с напряжениями для соответствующей упругой задачи.

Выражения для напряжения при $\tau_0 \leqslant t \leqslant \tau_1$ найдем, полагая в (1.7), (1.8) $b(t) = b_0$, $f(t) = P(t)$, $\varphi_r = \sigma_r(r, \theta, t)$ и т. д., $\psi_{ij} = \sigma_{ij}(x_1, x_2, t)$.

Для задачи наращивания вязкоупругой четвертьплоскости при $t \geqslant \tau_1$ имеем

$$\sigma_{ij,j} = 0, \qquad \varepsilon_{ij}^{\boldsymbol{\cdot}} = {}^1/_2(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i})$$
$$\varepsilon_{ij} = (1+\nu)\,(\mathbf{I} - \mathbf{L}_{\tau_0(x_2)}^{t})\,(\sigma_{ij} - \nu\delta_{ij}\sigma_{kk})/E$$
$$\tau^\circ(x_2) = \tau_0 h(x_2 + b_0) + \tau^*(x_2)\,h(-x_2 - b_0) \tag{2.2}$$
$$x_1 = 0\colon \; \sigma_{11} = -P(t)\,\delta(x_2), \; \sigma_{12} = 0$$
$$x_2 = -b(t)\colon \; \sigma_{22}^{\boldsymbol{\cdot}} = \sigma_{12}^{\boldsymbol{\cdot}} = 0$$

Здесь, как и прежде, $\tau^*(x_2)$ — момент присоединения приращиваемых элементов к четвертьплоскости, $h(x_2)$ — функция Хевисайда.

Положим $\sigma_{ij}^\circ = (\mathbf{I} - \mathbf{L}_{\tau^\circ(x_2)}^{t})\,\sigma_{ij}/E$ и подействуем оператором дивергенции на σ_{ij}°. Тогда

$$\overset{\circ}{\sigma}_{ij,j} = (\mathbf{I} - \mathbf{L}_{\tau_0(x_2)}^{t})\,\sigma_{ij,j}/E + \sigma_{i2}(x_1, x_2, \tau^\circ(x_2))\,E^{-1}(\tau^\circ(x_2))\,K(t, \tau^\circ(x_2))\,d\tau^\circ(x_2)/dx_2$$
$$d\tau^\circ(x_2)/dx_2 = h(-x_2 - b_0)\,d\tau^*(x_2)/dx_2 + (\tau_0 - \tau_1)\,\delta(x_2 + b_0)$$

Отсюда с учетом уравнений равновесия, условий ненапряженности приращиваемых элементов (1.4) и того факта, что напряжения $\sigma_{i2}(x_1, x_2, \tau^\circ(x_2))$ $(i=1, 2)$ в окрестности точки $x_2=-b_0$ непрерывны и равны в ней нулю (см. (2.1)), получим

$$\overset{\circ}{\sigma}_{ij,j}=0 \tag{2.3}$$

При выводе (2.3) использовались следующие сведения из теории обобщенных функций (они потребуются и в дальнейшем): $h'(x)=\delta(x)$ (штрихом обозначена производная по x); если функция $a(x)$ непрерывна в окрестности точки $x=0$, то $a(x)\delta(x)=a(0)\delta(x)$ [4].

Обращаясь к граничным условиям задачи (2.2), найдем

$$\begin{gathered} x_1=0\colon\ \sigma_{11}{}^\circ=-\delta(x_2)(\mathbf{I}-\mathbf{L}_{\tau_0}^{t})P(t)/E,\quad \sigma_{12}{}^\circ=0 \\ x_2=-b(t)\colon\ \sigma_{22}{}^{\circ\cdot}=\sigma_{12}{}^{\circ\cdot}=0 \end{gathered} \tag{2.4}$$

Последнее условие с учетом (1.4), (2.2) и $\tau^*(-b(t))\equiv t$ следует из равенства

$$\sigma_{i2}{}^{\circ\cdot}=\frac{\sigma_{i2}{}^{\cdot}(x_1,x_2,t)}{E(t)}+\int\limits_{\tau^*(x_2)}^{t}\frac{\sigma_{i2}{}^{\cdot}(x_1,x_2,\tau)}{E(\tau)}\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial t}d\tau+$$
$$+\sigma_{i2}(x_1,x_2,\tau^*(x_2))\frac{\partial C(t,\tau^*(x_2))}{\partial t}\qquad (x_2\leqslant -b_0,\ i=1,2)$$

Дифференцируя по t уравнения (2.3), первое соотношение (2.4) и уравнение состояния из (2.2), после некоторых преобразований получим

$$\overset{\circ\cdot}{\sigma}_{ij,j}=0,\qquad \Delta(\sigma_{11}{}^{\circ\cdot}+\sigma_{22}{}^{\circ\cdot})=0 \tag{2.5}$$
$$x_1=0\colon\ \sigma_{11}{}^{\circ\cdot}=-\delta(x_2)N(t),\quad \sigma_{12}{}^{\circ\cdot}=0$$
$$N(t)=\frac{P^{\cdot}(t)}{E(t)}+\int\limits_{\tau_0}^{t}P^{\cdot}(\tau)\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial t}d\tau+P(\tau_0)\frac{\partial C(t,\tau_0)}{\partial t}$$
$$x_2=-b(t)\colon\ \sigma_{22}{}^{\circ\cdot}=\sigma_{12}{}^{\circ\cdot}=0\quad (t\geqslant\tau_1,\ x_2\geqslant -b(t))$$

Решение задачи (2.5) аналогично решению краевой задачи (1.5), причем выражения для $\overset{\circ\cdot}{\sigma}_{ij}$ можно получить, полагая в (1.7), (1.8) $\varphi_r=\sigma_r{}^{\circ\cdot}(r, \theta, t)$ и т. д., $f(t)=N(t)$, $\psi_{ij}=\sigma_{ij}{}^{\circ\cdot}(x_1, x_2, t)$. Формула для $\sigma_{ij}{}^\circ$ имеет вид

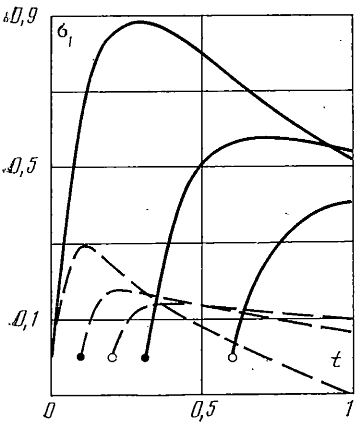
$$\sigma_{ij}{}^\circ=\sigma_{ij}{}^\circ(x_1,x_2,\tau^\circ(x_2))+\int\limits_{\tau^\circ(x_2)}^{t}\sigma_{ij}{}^{\circ\cdot}(x_1,x_2,\tau)d\tau\qquad (t\geqslant\tau_1)$$

Отсюда с учетом определения $\sigma_{ij}{}^\circ=(\mathbf{I}-\mathbf{L}_{\tau^\circ(x_2)}^{t})\sigma_{ij}/E$ для компонент тензора напряжения σ_{ij} $(i, j=1, 2)$ как в исходном теле, так и в наращиваемой области окончательно получим следующие формулы ($R(t, \tau)$ — резольвента ядра $K(t, \tau)$):

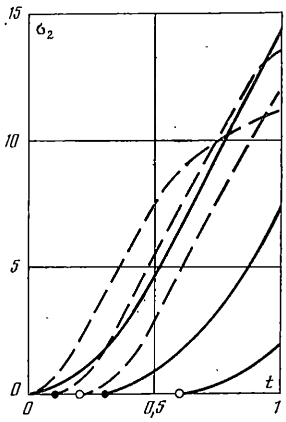
$$\sigma_{ij}(x_1,x_2,t)=E(t)\left\{\frac{\sigma_{ij}(x_1,x_2,\tau_1)}{E(\tau_1)}\left[1+\int\limits_{\tau_1}^{t}R(t,\tau)d\tau\right]+\right.$$
$$\left.+\int\limits_{\tau_1}^{t}\left[\sigma_{ij}{}^{\circ\cdot}(x_1,x_2,\tau)+R(t,\tau)\int\limits_{\tau_1}^{\tau}\sigma_{ij}{}^{\circ\cdot}(x_1,x_2,\xi)d\xi\right]d\tau\right\}\qquad (x_2\geqslant -b_0,\ t\geqslant\tau_1)$$

(2.6)

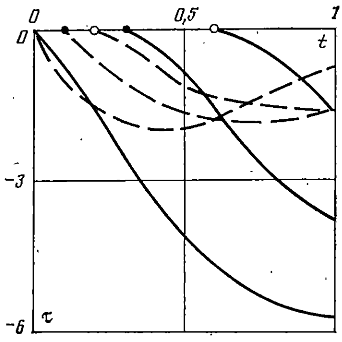
$$\sigma_{ij}(x_1,x_2,t)=E(t)\int\limits_{\tau^*(x_2)}^{t}\left[\sigma_{ij}{}^{\circ\cdot}(x_1,x_2,\tau)+\right.$$
$$\left.+R(t,\tau)\int\limits_{\tau^*(x_2)}^{\tau}\sigma_{ij}{}^{\circ\cdot}(x_1,x_2,\xi)d\xi\right]d\tau\qquad (-b(t)\leqslant x_2\leqslant -b_0,\ t\geqslant\tau_1)$$



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Таким образом, как следует из соотношений (2.6), на напряженное состояние в растущем вязкоупругом теле влияет вся история его загружения перед началом процесса наращивания (см. (2.5)). Пользуясь свойством меры ползучести, можно найти режимы загружения исходного тела, при которых в наращиваемой области напряжения будут весьма малы, а само наращивание (без натяга) почти не повлияет на напряженное состояние исходного тела. Действительно, при ограниченной ползучести $\lim_{t\to\infty} \partial C(t, \tau)/\partial t=0$, тогда при постоянной силе $P(t)$ и достаточно длительном периоде между моментами нагружения и наращивания ($\tau_1 \gg \gg \tau_0$) в соотношениях (2.5) $N(t)$ будет весьма малым, чем подтверждается справедливость сказанного выше. К тем же выводам приводит режим загружения, при котором усилие до начала наращивания длительное время является постоянным, независимо от его изменения в предыдущие моменты.

Указанные эффекты имеют и ясную механическую трактовку. Длительное воздействие постоянной нагрузки на тело в условиях ограниченной ползучести материала приводит к состоянию, когда тело перестает деформироваться. Дальнейшее его наращивание (ненапряженными элементами) дает картину, аналогичную наращиванию упругого тела при постоянной нагрузке (см. (1.9)).

3. Численный пример и анализ результатов. Рассмотрим случай наращивания упругой четвертьплоскости. Закон изменения силы и поверхности роста возьмем в виде $P(t)=P(0)(1+\alpha t)$, $b(t)=b_0(1+\beta t)$, где параметры α и β, характеризующие скорости изменения этих величин, имеют размерности, обратные времени. Введем безразмерные величины по формулам $x_1{}^\circ=x_1/b_0$, $x_2{}^\circ=x_2/b_0$, $t^\circ=\alpha t$, $b^\circ(t^\circ)=b(t)/b_0$, $P^\circ(t^\circ)=P(t)P^{-1}(0)\cdot 10^3$, $\gamma=\beta/\alpha$, $\tau^{*\circ}(x_2{}^\circ)=\tau^*(x_2)\alpha$, $\sigma_1(x_1{}^\circ, x_2{}^\circ, t^\circ)=\sigma_{11}(x_1, x_2, t)b_0/P(0)$, $\sigma_2(x_1{}^\circ, x_2{}^\circ, t^\circ)=\sigma_{22}(x_1, x_2, t)b_0/P(0)$, $\tau(x_1{}^\circ, x_2{}^\circ, t^\circ)=\sigma_{12}(x_1, x_2, t)b_0/P(0)$.

Можно показать (индекс «ноль» вверху у безразмерных величин далее опустим), что напряжения σ_1, σ_2 и τ зависят от $P(t)=(1+t)\cdot 10^3$, $b(t)=1+\gamma t$ и $t\geqslant 0$, где параметр γ характеризует отношение фактической скорости наращивания к скорости изменения реального усилия. Момент присоединения наращиваемых элементов задается формулой $\tau^*(x_2)=-(1+x_2)/\gamma$.

Исследуем изменения напряжений по времени в точках наращиваемой части тела в зависимости от скорости наращивания γ.

Кривые на графиках, относящиеся к случаю $\gamma=1$, обозначим сплошными линиями, а $\gamma=3$ — штриховыми. Выберем точки с горизонтальными координатами $x_2=-1-0$, $x_2=-1{,}3$ и $x_2=-1{,}6$. Точки с координатой $x_2=-1-0$ присоединяются к основному телу в момент $t=0$. Моменты присоединения других точек (а значит, и моменты, с которых изучается напряженное состояние в этих точках) различны и зависят от скорости наращивания γ. Обозначим их на графиках для $x_2=-1{,}3$ и $x_2=-1{,}6$ сплошными и светлыми кружками соответственно.

На фиг. 2—4 показаны изменения нормальных и касательных напряжений по времени в зависимости от скорости роста для выбранных точек на глубине $x_1=0,1$. Графики показывают существенную зависимость напряжений от скорости наращивания — в фиксированной точке в один и тот же момент времени, но при различных скоростях роста напряжения сильно отличаются или даже имеют разные знаки. Например, в точке с координатами $x_1=0,1$ и $x_2=-1-0$ в момент времени $t=0,7$ напряжения σ_1 при скорости роста $\gamma=1$ в 27,3 раза больше, чем при скорости роста $\gamma=3$ (см. фиг. 2). В точке $x_1=0,1$ и $x_2=-1,3$ в момент $t=0,4$ напряжения σ_2 при скорости наращивания $\gamma=3$ превосходят те же напряжения при скорости наращивания $\gamma=1$ в 37 раз (см. фиг. 3).

Автор выражает благодарность А. В. Манжирову за полезное обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнян Н. Х., Колмановский В. Б.* Теория ползучести неоднородных тел. М.: Наука, 1983. 336 с.
2. *Уфлянд Я. С.* Интегральные преобразования в задачах теории упругости. М.– Л.: Наука, 1967. 402 с.
3. *Маркушевич А. И.* Краткий курс теории аналитических функций. М.: Наука, 1978. 416 с.
4. *Владимиров В. С.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981. 512 с.
5. *Арутюнян Н. Х.* Некоторые вопросы теории ползучести. М.– Л.: Гостехиздат, 1952. 324 с.

Москва

Поступила в редакцию 21.X.1986