

УДК 531.8

К ТЕОРИИ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ
С СИЛОВЫМ ОЧУВСТВЛЕНИЕМ

ОСИПОВ С. Н., ФОРМАЛЬСКИЙ А. М.

Силомоментное ощущение робототехнических систем — перспективное направление в робототехнике [1–10]. В публикуемой статье, продолжающей исследования [5–8], рассматривается общая математическая модель манипуляционного робота с силомоментной системой адаптации. Податливость в конструкции манипулятора (в шарнирах, звеньях) не учитывается. Считается, что податливость сосредоточена только в датчиках усилий. На кинематическую схему конструкции не накладывается каких-либо ограничений.

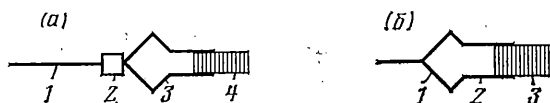
Исследуется возникающая, например, в механообрабатывающих, сборочных операциях ситуация, когда на объект манипулирования накладываются механические связи. Описывается способ управления, при котором объект манипулирования движется вдоль связей. Этот способ использует информацию об усилиях. В качестве примера рассматривается задача сборки резьбового соединения.

1. Математическая модель. Уравнения движения. Без учета податливости в конструкции манипуляционной системы (в шарнирах, звеньях) ее уравнения движения с учетом приводов могут быть записаны в виде

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + Q_i \quad (i=1, \dots, n) \quad (1.1)$$

Здесь T и Π — кинетическая и потенциальная энергия системы, q_i и Q_i — обобщенные координаты и силы ($q = \|q_i\|$, $Q = \|Q_i\|$), n — число степеней свободы.

Будем рассматривать манипулятор, оснащенный силомоментным датчиком (датчиком усилий), установленный в запястье — перед захватом



Фиг. 1

(см. фиг. 1, а, на которой 1 — рука до захвата, 2 — запястье с датчиком, 3 — захват, 4 — предмет), либо в губках захвата (см. фиг. 1, б, на которой 1 — захват, 2 — губки захвата с датчиком, 3 — предмет). Датчик может быть размещен и в других частях руки. Пусть

$$l(q) = \|l_j(q)\| \quad (j=1, \dots, v), \quad v \leq 6, \quad v \leq n \quad (1.2)$$

— вектор координат, характеризующих положение и ориентацию последнего, расположенного перед датчиком усилий, звена руки манипулятора. При наличии запястного датчика это звено — звено перед захватом, при наличии датчика в губках — захват. Координаты q_1, \dots, q_n также относятся к звеньям, расположенным до датчика усилий. Другими словами, если датчик установлен в запястье, то координаты захвата не входят в столбец q , а если — в губках захвата, то входят. В первом случае смещение захвата относительно остальной части руки происходит только за счет деформаций датчика усилий.

Пусть $U = \|u_k\|$ — матрица-столбец ($r \times 1$) управляющих сигналов, поступающих на манипулятор (это, например, напряжения на электропри-

воды), $F = \|f_j\|$ — матрица-столбец ($m \times 1$) сил и моментов, действующих со стороны силомоментного датчика на манипулятор (на руку — до захвата при наличии запястного датчика, на захват — при наличии датчика в губках), в неподвижной системе координат. Число m равно числу компонент векторов силы и момента, которые измеряет (и передает) силомоментный датчик. Будем считать, что $m \leq n$. Число m может принимать значения от единицы до шести¹.

Столбец Q обобщенных сил можно представить в виде

$$Q = EU + D(q)F + Q' \quad (1.3)$$

Здесь E , $D(q)$, $Q' = \|Q'_i\|$ — матрицы порядка $(n \times r)$, $(n \times m)$, $(n \times 1)$ соответственно. Величины Q'_i включают в себя силы вязкого, сухого трения и другие.

Пусть в губках захвата находится объект манипулирования (предмет, деталь), число степеней свободы которого p совпадает с числом m компонент, измеряемых датчиком усилий.

Обозначим через $\Lambda(q)$ вектор координат объекта манипулирования при недеформированном датчике усилий, т. е. когда последнее перед датчиком усилий звено и объект манипулирования образуют одно твердое тело.

В общем случае пространственного движения объекта манипулирования $p=6$, и можно считать, что $\Lambda(q) = l(q)$. Если, например, объект манипулирования моделируется материальной точкой, то $p=3$, и можно считать, что компоненты вектора $\Lambda(q)$ совпадают с теми компонентами вектора $l(q)$, которые характеризуют линейные перемещения. Положение и ориентация объекта характеризуются вектором координат (в неподвижной системе):

$$z = \Lambda(q) + H(l)\xi \quad (z = \|z_j\|, \xi = \|\xi_j\|, j=1, \dots, m) \quad (1.4)$$

В (1.4) ξ — вектор переменных, характеризующих деформации датчика; матрица H зависит от конструкции датчика и его ориентации относительно неподвижной системы координат. При наличии датчика в запястье захват и предмет составляют единое твердое тело.

Датчики усилий представляют собой упругие механические конструкции. Пренебрегая массой конструкции, можно рассматривать датчик как безмассовый пружинный подвес. Если датчик измеряет (и передает) силы и моменты, со соответствующий подвес содержит линейные и крутильные пружины. Если деформации датчика малы, то возникающие в нем усилия можно считать пропорциональными деформациям (закон Гука) и их производным

$$F = G(l)(C\xi + B\dot{\xi}) \quad (1.5)$$

Здесь C , B — постоянные положительно-определенные матрицы порядка $(m \times m)$, C — матрица жесткости, B — матрица вязкости, характеризующая диссипацию энергии в датчике; $G(l)$ — матрица преобразования сил и моментов при переходе от системы координат, связанной с последним звеном руки, к неподвижной. Соотношение

$$\Phi = G(l)C\xi \quad (1.6)$$

определяет силы и моменты в статическом режиме. Матрица жесткости C может быть найдена путем расчета или эксперимента. В процессе функционирования манипулятора измеряются деформации ξ_j ($j=1, \dots, m$) или их линейные комбинации. Зная вектор деформаций, матрицу жесткости C и матрицу $G(l)$, можно найти компоненты Φ_j ($j=1, \dots, m$) вектора усилий Φ .

Уравнения движения объекта манипулирования (при наличии запястного датчика объекта манипулирования вместе с захватом) можно за-

¹ Шнейдер А. Ю., Гориневский Д. М., Ленский А. В., Можжевелов С. Б. Силовые датчики для робототехнических систем. Датчики, размещаемые на манипуляторе. — Препринт Института проблем передачи информации АН СССР, М., 1984. 72 с.

писать в виде

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_1}{\partial \dot{z}_j} \right) - \frac{\partial T_1}{\partial z_j} = - \frac{\partial \Pi_1}{\partial z_j} - f_j + R_j \quad (j=1, \dots, m) \quad (1.7)$$

Здесь T_1 и Π_1 — кинетическая и потенциальная энергия твердого тела; R_j ($j=1, \dots, m$) — компоненты суммарного вектора сил реакций связей, наложенных на объект манипулирования.

Связи, которые запишем в виде

$$g_s(z, t) \geq 0 \quad (s=1, \dots, \mu), \quad \mu \leq m-1 \quad (1.8)$$

накладываются на движение объекта манипулирования в ряде ситуаций. Подобная ситуация возникает в сборочных операциях, когда требуется сопрягать те или иные детали. Например, при вставлении вала в отверстие на перемещения вала накладываются ограничения вида (1.8).

Рассмотрим движение, происходящее вдоль связей

$$g = \|g_s(z, t)\| = 0 \quad (s=1, \dots, \mu), \quad \mu \leq m-1 \quad (1.9)$$

Предполагая связи (1.9) идеальными, получаем вектор R сил реакций, действующих на предмет

$$R = \sum_{s=1}^{\mu} \xi_s \text{grad } g_s, \quad \text{grad } g_s = \left\| \frac{\partial g_s}{\partial z_j} \right\| \quad (1.10)$$

В (1.10) ξ_s ($s=1, \dots, \mu$) — множители Лагранжа ($\xi = \|\xi_s\|$). Из соотношения (1.10) получаем выражения для компонент вектора сил реакций

$$R_j = \sum_{s=1}^{\mu} \xi_s \frac{\partial g_s}{\partial z_j} \quad (j=1, \dots, m) \quad (1.11)$$

При заданном управлении U соотношения (1.1)–(1.5), (1.7), (1.9), (1.11) позволяют отыскивать движение манипулятора. Таким образом, эти соотношения при указанных выше предположениях представляют собой уравнения движения манипуляционной системы с силомоментным очувствлением.

2. Обсуждение уравнений движения. Упрощенная модель. Если уравнения связей (1.9) являются сложными, то для решения уравнений движения, например, численным путем, целесообразно равенства (1.9) дважды продифференцировать по времени.

$$\sum_{j=1}^m \frac{\partial g_s}{\partial z_j} \ddot{z}_j + \sum_{j=1}^m \sum_{p=1}^m \frac{\partial^2 g_s}{\partial z_j \partial z_p} \dot{z}_j \dot{z}_p + 2 \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 g_s}{\partial z_j \partial t} \dot{z}_j + \frac{\partial^2 g_s}{\partial t^2} = 0 \quad (s=1, \dots, \mu) \quad (2.1)$$

Тогда при численном решении на каждом шаге счета нужно решать $n+m+\mu$ алгебраических уравнений (1.1), (1.7), (2.1) (подставив в них соотношения (1.2)–(1.5), (1.11) относительно $n+m+\mu$ компонент столбцов q'' , z'' , ξ).

Если связи, накладываемые на объект манипулирования, являются не удерживающими — вида (1.8), то после решения задачи с удерживающими связями (1.9) нужно убедиться в том, что

$$R \cdot \text{grad } g_s \geq 0 \quad (s=1, \dots, \mu) \quad (2.2)$$

Если связи «ортогональны», т. е.

$$\text{grad } g_{s_1} \cdot \text{grad } g_{s_2} = 0 \quad (s_1, s_2=1, \dots, \mu, s_1 \neq s_2) \quad (2.3)$$

то неравенство (2.2) эквивалентно неравенству $\xi_s \geq 0$.

При условии $l = \text{const}$, уравнения (1.7) описывают колебания объекта манипулирования, происходящие при деформациях датчика усилий. Если $\partial g_s / \partial t = 0$ ($s=1, \dots, \mu$), то при наличии диссипации эти колебания зату-

хают. После затухания колебаний наступает стационарный режим

$$\varphi_j = -\partial \Pi_1 / \partial z_j + R_j \quad (j=1, \dots, m) \quad (2.4)$$

Потенциальная энергия Π_1 определяется обычно только силой тяжести. В отсутствие этой силы соотношения (2.4) принимают вид

$$\varphi_j = R_j \quad (j=1, \dots, m) \quad (\Phi=R) \quad (2.5)$$

Если считать предмет, а в случае запястного датчика и захват безмассовыми и пренебречь силами вязкости в датчике, то уравнения (1.7) сразу превращаются в соотношения (2.5).

Если время затухания колебаний в датчике усилий пренебрежимо мало по сравнению с характерными временами изменения векторов l и g , то уравнения (1.7) можно заменить приближенными (квазистатическими) соотношениями (2.4) или (2.5). С приближенными соотношениями (2.5) и связаны названия «датчик усилий», «силомоментный датчик», которые используются для размещаемых в запястье или в других местах руки манипулятора упругих механических устройств, по деформациям которых можно судить о силах взаимодействия манипулятора со связями.

При известном векторе l соотношения (1.4), (1.6), (1.9), (1.11), (2.5) можно рассматривать как $m+\mu$ уравнений относительно $m+\mu$ компонент столбцов ξ и ζ , которые являются тем самым функциями вектора l и времени. После нахождения этих функций уравнения (1.1)–(1.3), (1.5) позволяют отыскивать движение манипулятора.

В [6–8] изучаются одно- и двумерное движения манипулятора в контакте с каким-либо предметом, т. е. движения, при которых губка захвата с установленным в ней датчиком усилий касается предмета. Эти движения описываются уравнениями вида (1.1)–(1.6), (1.9), (1.11), (2.5), которые представляют упрощенную модель манипулятора с датчиком усилий.

В работах [9, 10] также рассматриваются некоторые математические модели манипуляторов с силовым очувствлением и способы построения управления ими.

Построенные модели манипулятора с силовым очувствлением переключаются с моделью упругого манипулятора, построенной в [11].

3. Управление движением манипулятора вдоль связей. Будем считать, что связи (1.8), (1.9) склерономные, т. е. что вектор g не зависит от времени — $g=g(z)$.

Рассмотрим m — мерное пространство Z^m векторов z . Пусть

$$n_s = \text{grad } g_s / |\text{grad } g_s| \quad (s=1, \dots, \mu) \quad (3.1)$$

— единичные векторы нормалей к поверхностям (1.9); $|\text{grad } g_s|$ — норма вектора $\text{grad } g_s$. Будем считать, что векторы (3.1) различны в каждой точке $z \in P$, где P — пересечение поверхностей (1.9).

Пусть τ — единичный вектор касательной в точке $z \in P$:

$$\tau \cdot n_s = 0 \quad (s=1, \dots, \mu) \quad (3.2)$$

Если $\mu=m$, то многообразие P есть точка и равенства (3.2) определяют вектор $\tau=0$. Если $\mu=m-1$, то P — одномерное многообразие в Z^m и вектор τ в каждой точке $z \in P$ определяется с точностью до направления. Совместим в этом случае направление вектора τ с направлением τ_0 желаемого движения объекта манипулирования. Если $\mu < m-1$, то равенства (3.2) определяют в каждой точке $z \in P$ множество единичных векторов τ . Из этого множества выберем тот вектор τ_0 , который совпадает с желаемым направлением движения объекта манипулирования.

Обобщая подход к синтезу управления движением манипулятора вдоль связи, предложенный в [7], будем рассматривать движение как суперпозицию «базовых» движений вдоль касательной и вдоль нормалей. В соответствии с этим подходом введем в рассмотрение вектор «программой»

скорости z^p в виде суммы:

$$z^p = z_{\tau}^p + z_{n_1}^p + \dots + z_{n_{\mu}}^p = V_{\tau} \tau_0 + \kappa_1 (R_{n_1} - R_{n_1}^g) n_1 + \dots + \kappa_{\mu} (R_{n_{\mu}} - R_{n_{\mu}}^g) n_{\mu} \quad (3.3)$$

Здесь $V_{\tau} > 0$ — программная скорость движения объекта манипулирования вдоль желаемого направления, $R_{n_s} = R \cdot n_s$, $R_{n_s}^g$ — величина, равная желаемому значению проекции R_{n_s} , κ_s — постоянный подлежащий выбору коэффициент ($s=1, \dots, \mu$).

Если $\kappa_s > 0$, то составляющая $z_{n_s}^p$ вектора программной скорости z^p направлена при $R_{n_s} > R_{n_s}^g$ в сторону, где $g_s > 0$, а при $R_{n_s} < R_{n_s}^g$ — в противоположную сторону.

Имея в виду, что вектор деформаций ξ мал, в соответствии с равенствами (1.4) получаем, что $z \approx \Lambda$. Исходя из этих соображений, вместо программной скорости (3.3) введем другую:

$$\Lambda^p = \Lambda_{\tau}^p + \Lambda_{n_1}^p + \dots + \Lambda_{n_{\mu}}^p = V_{\tau} \tau_0 + \kappa_1 (R_{n_1} - R_{n_1}^g) n_1 + \dots + \kappa_{\mu} (R_{n_{\mu}} - R_{n_{\mu}}^g) n_{\mu} \quad (3.4)$$

Наконец, исходя из приближенных равенств (2.5), заменим программную скорость (3.4) следующей:

$$\Lambda^p = \Lambda_{\tau}^p + \Lambda_{n_1}^p + \dots + \Lambda_{n_{\mu}}^p = V_{\tau} \tau_0 + \kappa_1 (\Phi_{n_1} - \Phi_{n_1}^g) n_1 + \dots + \kappa_{\mu} (\Phi_{n_{\mu}} - \Phi_{n_{\mu}}^g) n_{\mu} \quad (3.5)$$

В (3.5) $\Phi_{n_s} = \Phi \cdot n_s$, а $\Phi_{n_s}^g$ — программное значение ($s=1, \dots, \mu$). Если иметь в виду приближенное равенство $\Phi + \partial \Pi_1 / \partial z = R$ (см. (2.4)), то выражение (3.5) очевидным образом меняется.

Вектор усилий Φ измеряется силомоментным датчиком. Если векторы τ_0 и n_s ($s=1, \dots, \mu$) определяются в процессе функционирования системы или заранее, то все величины, входящие в выражение (3.5), известны. При $\mu=1$, пользуясь приближенными равенствами (2.5), можно положить, что $\Phi \approx |\Phi| n_1$. Следовательно, при $\mu=1$ датчик усилий определяет вектор, близкий к нормали n_1 . Дифференцируя столбец Λ по времени, получаем

$$\Lambda^{\dot{}} = W(q) \dot{q} \quad (3.6)$$

Здесь $W(q)$ — матрица ($m \times n$) из производных компонент вектора $\Lambda(q)$. Если $m=n$ и $\det W(q) \neq 0$, то из равенства (3.6) получаем

$$\dot{q} = W^{-1}(q) \Lambda^{\dot{}} \quad (3.7)$$

При помощи равенства (3.7) по заданной скорости $\Lambda^{\dot{}}$ можно найти скорость \dot{q} , в частности, по программной скорости Λ^p — программную скорость \dot{q}^p . Если $m < n$, то равенство (3.6) относительно \dot{q} разрешается неоднозначно. При подобном разрешении систему (3.6), исходя из каких-то соображений, нужно дополнить еще $n-m$ соотношениями. Закон управления манипулятором выберем линейным:

$$EU = K(q^p - \dot{q}) \quad (3.8)$$

где K — матрица ($n \times n$), которая подлежит выбору.

В манипуляционных системах обычно число r приводов равно числу степеней свободы n и $\det E \neq 0$. При этом уравнение (3.8) разрешается относительно матрицы

$$U = E^{-1} K (q^p - \dot{q}) \quad (3.9)$$

После подстановки в выражение (3.9) формулы (3.7) (при $m=n$) получаем

$$U = E^{-1} K (W^{-1}(q) \Lambda^p - \dot{q}) \quad (3.10)$$

Для реализации управления (3.5), (3.10) нужно помимо перечисленного измерять координаты q_i и скорости \dot{q}_i ($i=1, \dots, n$). Измерение этих величин проводится позиционными и скоростными датчиками.

В [7] экспериментально показано, что управление вида (3.5), (3.10) эффективно для решения задачи организации движения манипулятора вдоль контура предмета.

4. Сборка резьбового соединения. Рассмотрим манипулятор, обладающий тремя поступательными и одной вращательной степенями свободы. Введем неподвижную ортогональную систему координат $OX_1X_2X_3$, оси OX_1 , OX_2 , OX_3 которой направлены вдоль поступательных степеней свободы, причем оси OX_1 и OX_2 лежат в горизонтальной плоскости, а ось OX_3 направлена вертикально вниз. Схема манипулятора приведена на фиг. 2, где 1 — штанга манипулятора, 2 — четырехкомпонентный запястный датчик, 3 — захват, 4 — деталь с наружной резьбой, 5 — неподвижное отверстие с внутренней резьбой, в которое требуется завинтить деталь 4. Поместим начало неподвижной системы координат $OX_1X_2X_3$ в какую-нибудь точку, лежащую на оси отверстия 5. Штанга манипулятора может вращаться вокруг своей вертикальной оси. По каждой из степеней свободы движение осуществляется с помощью своего электродвигателя.

Обозначим через x_1 , x_2 , x_3 — координаты какой-либо точки, лежащей на оси штанги, а через φ — угол поворота штанги, который считается положительным, если соответствующая угловая скорость направлена по оси OX_3 .

Не учитывая индуктивность в цепи якоря двигателей, уравнения движения рассматриваемой системы с четырьмя степенями свободы можно записать [12] в виде

$$\begin{aligned} M_1 \ddot{x}_1 + \beta_1 \dot{x}_1 &= e_1 u_1 + F_1 \quad (i=1, 2) \\ M_3 \ddot{x}_3 + \beta_3 \dot{x}_3 &= e_3 u_3 + F_3 + Mg, \quad I \ddot{\varphi} + \beta_4 \dot{\varphi} = e_4 u_4 + F_4 \end{aligned} \quad (4.1)$$

Здесь M_1 , M_2 , M_3 — приведенные массы (I — приведенный момент инерции) всех подвижных частей — штанги манипулятора, шестерен редукторов, якорей двигателей и др. для соответствующих степеней свободы; M — масса штанги; $\beta_i \dot{x}_i$ ($i=1, 2, 3$) — силы ($\beta_4 \dot{\varphi}$ — момент), складывающиеся из вязкого трения и противоэлектродвижущих сил приводов; u_j ($j=1-4$) — напряжения, подаваемые на обмотки двигателей; $e_j \beta_j$ ($j=1-4$) — положительные постоянные, зависящие от характеристик приводов; F_i ($i=1, 2, 3$) — компоненты силы (F_4 — момент), действующие со стороны четырехкомпонентного силоизмерительного датчика на штангу манипулятора.

Пусть в губках захвата находится деталь с резьбой (см. фиг. 2), положение и ориентация которой характеризуются координатами

$$z_i = x_i + \xi_i \quad (i=1, 2, 3), \quad z_4 = \varphi + \xi_4 \quad (4.2)$$

причем ξ_i ($i=1, 2, 3$) характеризуют деформации датчика в неподвижной системе координат.

Предполагается, что при деформациях запястного датчика ось детали с резьбой остается направленной по оси штанги манипулятора. Считается также, что x_3 — вертикальная координата какой-либо точки детали при недеформированном датчике усилий.

Уравнения движения захвата с деталью можно записать в виде (см. (1.7)):

$$\begin{aligned} m z_i \ddot{z}_i &= -F_i + R_i \quad (i=1, 2) \\ m z_3 \ddot{z}_3 &= -F_3 + R_3 + mg, \quad J z_4 \ddot{z}_4 = -F_4 + R_4 \end{aligned} \quad (4.3)$$

Здесь m — масса, а J — момент инерции захвата с деталью; R_i ($i=1, 2, 3$) — компоненты вектора сил (R_4 — момент) реакции связей, наложенных на завинчиваемую деталь. В процессе завинчивания на движение детали накладываются ограничения-связи (см. (1.9)), препятствующие ее смещению в горизонтальной плоскости и связывающие поступательное движение вниз с вращением вокруг вертикальной оси (h — шаг винта):

$$z_i = 0 \quad (i=1, 2), \quad z_3/h = z_4/(2\pi) \quad (4.4)$$

Последнее соотношение в (4.4) соответствует правой резьбе. В случае левой резьбы в нем появится знак «минус».

Будем предполагать, что четырехкомпонентный запястный датчик усилий независимо определяет компоненты сил F_i ($i=1, 2, 3$) и момент F_4 :

$$F_j = c_j \xi_j + b_j \dot{\xi}_j \quad (c_1 = c_2 = c, b_1 = b_2 = b) \quad (j=1-4) \quad (4.5)$$

В уравнениях (4.1)–(4.5) перейдем к новым (безразмерным) переменным

$$\begin{aligned} q_i &= x_i/h, \quad z_i' = z_i/h \quad (i=1, 2, 3), \quad q_4 = \varphi/(2\pi) \\ z_4' &= z_4/(2\pi), \quad t' = t\beta_3/M_3 \end{aligned} \quad (4.6)$$

Выражения для остальных безразмерных переменных опустим. Далее опустим штрихи и будем обозначать безразмерные переменные так же, как и размерные.

В соответствии с (4.10), (4.11) получим выражения для безразмерных компонент сил реакций

$$R_1 = \zeta_1, \quad R_2 = \zeta_2, \quad R_3 = \zeta_3, \quad R_4 = -\zeta_3 \quad (4.7)$$

Перепишем уравнения движения (4.1), (4.3) в безразмерном виде (с учетом замены переменных (4.6)), используя уравнения связей (4.4) и равенства (4.5), (4.7):

$$\begin{aligned} M_i q_i'' + (\beta_i + b) q_i' + c q_i &= e_i u_i \quad (i=1, 2) \quad (4.8) \\ q_3'' + (1 + b_3) q_3' + c_3 q_3 - c_3 (q_4 + \xi_4) - b_3 (q_4' + \xi_4') &= u_3 + Mg \\ I q_4'' + \beta_4 q_4' - c_4 \xi_4 - b_4 \xi_4' &= e_4 u_4 \\ -b q_i' - c q_i &= R_i \quad (i=1, 2) \\ m(q_4'' + \xi_4'') + b_3(q_4' + \xi_4') + c_3(q_4 + \xi_4) &= c_3 q_3 + b_3 q_3' - R_4 + mg \\ J(q_4'' + \xi_4'') + b_4 \xi_4' + c_4 \xi_4 &= R_4 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Для иллюстрации изложенного в предыдущих параграфах рассмотрим задачу завинчивания детали с резьбой в неподвижное отверстие с резьбой, другими словами, задачу синтеза управления, при котором осуществляется сборка резьбового соединения.

Используя формулу (3.4), зададим программное движение в виде (κ_s ($s=1, 2, 3$) – безразмерные коэффициенты)

$$q^* p = V_\tau \tau_0 + \sum_{s=1}^3 \kappa_s (R_{n_s}^g - R_{n_s}^g) n_s, \quad V_\tau = \text{const} > 0 \quad (4.10)$$

Положим в (4.10) $R_{n_s}^g = 0$ ($s=1, 2, 3$). Векторы τ , n_i ($i=1, 2, 3$) для связей (4.4) имеют вид

$$n_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad n_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad n_3 = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{Bmatrix}, \quad \tau = \pm \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{Bmatrix} \quad (4.11)$$

При завинчивании в отверстие деталь с резьбой движется вниз, поэтому вектор τ_0 в законе управления (4.10) выберем таким: $\tau_0 = \|\|0, 0, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}\|^*$ (звездочка означает транспонирование). Перепишем выражение (4.10) с учетом соотношений (1.6), (2.4), (4.11).

$$q^* p = \begin{Bmatrix} -\kappa_1 c q_1 \\ -\kappa_2 c q_2 \\ \kappa_3/2 (c_3 \xi_3 - c_4 \xi_4 - mg) + V_\tau/\sqrt{2} \\ -\kappa_3/2 (c_3 \xi_3 - c_4 \xi_4 - mg) + V_\tau/\sqrt{2} \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

Закон управления (3.8) принимает вид

$$e_i u_i = k_i (q_i^* p - q_i') \quad (i=1, 2, 4), \quad u_3 = k_3 (q_3^* p - q_3') \quad (4.13)$$

В характеристическом уравнении системы (4.16):

$$\lambda(A_0\lambda^5 + A_1\lambda^4 + A_2\lambda^3 + A_3\lambda^2 + A_4\lambda + A_5) = 0 \quad (4.17)$$

коэффициенты A_j ($j=0-5$) выражаются через коэффициенты системы (4.16). Наличие нулевого корня у уравнения (4.17) связано с цикличностью координаты q_3 . Выписав для полинома пятого порядка, стоящего в круглых скобках, условия асимптотической устойчивости Гурвица, нетрудно убедиться в том, что они выполняются при $k_3 > 0$ и при достаточно больших значениях коэффициентов k_3, k_4 .

Таким образом, в рассмотренном примере сборки резьбового соединения закон управления (3.5), (3.10) является работоспособным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Whitney D. E. Force feedback control of manipulator fine motion.—Trans. ASME, ser. G, J. Dynam. Syst., Measur. and Control, 1977, v. 99, No 2, p. 91–97.
2. Mason M. T. Compliance and force control for computer controlled manipulators.—IEEE Trans. Syst., Man and Cybern., 1981, v. SMC-11, No 6, p. 418–432.
3. Raibert M. H., Craig J. J. Hybrid position/force control of manipulators.—Trans. ASME, ser. G, J. Dynam. Syst., Measur. and Control, 1981, v. 103, No 2, p. 126–133.
4. Van Brussel H., Thielemans H., Simons J. Further developments of the active compliant wrist (ACW) for robot assembly.—Proc. 11th ISIR, Tokyo, 1981, p. 377–384.
5. Гурфинкель В. С., Девянин Е. А., Анищенко С. А., Ленский А. В., Можжевелов С. Б., Шнейдер А. Ю. Адаптивный автоматический манипулятор с силоизмерительными датчиками.—Станки и инструмент, 1981, № 12, с. 19–22.
6. Гурфинкель В. С., Девянин Е. А., Ленский А. В., Можжевелов С. Б., Формальский А. М., Шнейдер А. Ю. Силовая обратная связь в системе управления манипулятором.—Изв. АН СССР. МТТ, 1984, № 6, с. 56–64.
7. Gurfinkel V. S., Devjanin E. A., Lensky A. V., Mozhzhevelov S. B., Formal'sky A. M., Shneider A. Yu. Controlling a manipulator using sensory motor interaction.—Robotica, 1984, v. 2, No 3, p. 155–159.
8. Гориневский Д. М., Формальский А. М. Об устойчивости движений упругого манипулятора с обратной связью по силе.—Изв. АН СССР. МТТ, № 3, 1985, с. 49–56.
9. Кулаков Ф. М., Смирнов Е. Н. Позиционно-силовое управление роботами.—В кн.: Робототехнические системы. Л.: Изд. Ленингр. науч.-исслед. ВЦ АН СССР, 1984, с. 6–21.
10. Кулаков Ф. М., Смирнов Е. Н. Методы управления роботами с использованием информации об усилиях реакций.—В кн.: Робототехнические системы. Л.: Изд. Ленингр. науч.-исслед. ВЦ АН СССР, 1984, с. 36–60.
11. Черноусько Ф. Л. Динамика управляемых движений упругого манипулятора.—Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1981, № 5, с. 142–152.
12. Чиликин М. Г., Сандлер А. С. Общий курс электропривода. М.: Энергоиздат, 1981. 576 с.
13. Цыпкин Я. З. Релейные автоматические системы. М.: Наука, 1974. 575 с.

Москва

Поступила в редакцию
28.II.1986