МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 6 · 1986

УДК 531.38

ОБ УПРАВЛЕНИИ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ ТВЕРДОГО ТЕЛА

ВОРОТНИКОВ В. И.

Даются законы управления, решающие задачи об одноосной и трехосной ориентации твердого тела. Предлагаемыми законами управления гарантируется экспоненциальная асимптотическая устойчивость положения равновесия, в котором ориентируется твердое тело, а также монотонное экспоненциальное приближение к этому положению равновесия.

1. Рассмотрим динамические уравнения Эйлера

$$Ax_1^{\bullet}=(B-C)x_2x_3+u_1(ABC,\ 1\,2\,3) \tag{1.1}$$

описывающие вращательное движение твердого тела вокруг центра инерции O под действием управляющих моментов u_i $(i=1, 2, 3)$. Здесь x_i $(i=1, 2, 3)$ — проекции вектора ω угловой скорости тела на главные центральные оси инерции $Oxyz$; A, B, C — главные центральные моменты инерции.

Пусть в инерциальном пространстве задана ориентация некоторого единичного вектора s с проекциями s_i $(i=1, 2, 3)$ на оси системы $Oxyz$. Очевидно, вектор s вращается по отношению к системе $Oxyz$ с угловой скоростью $-\omega$ и, следовательно, $s^{\bullet}=-\omega\times s$ или, в скалярной форме

$$s_1^{\bullet}=s_2x_3-s_3x_2\ \ (1\,2\,3) \tag{1.2}$$

Задача об управлении вращательным движением твердого тела рассматривалась во многих работах (см., например, [1—7], где дана библиография). В публикуемой статье для построения законов управления, решающих задачи об одноосной и трехосной ориентации твердого тела, используется подход [8, 9]. Предлагаемыми законами управления гарантируется экспоненциальная асимптотическая устойчивость положения равновесия, в котором ориентируется твердое тело, а также монотонное экспоненциальное приближение к этому положению равновесия.

Теория 1. Если $s_2^2(t_0)>\alpha>0$, то под действием управляющих моментов

$$\begin{gathered}u_1=(A/s_2)f_1(x, s)+(As_1u_2)/(Bs_2)\\ u_2=B[\Gamma_5x_2-(C-A)x_1x_3/B]\\ u_3=(C/s_2)f_2(x, s)+(Cs_3u_2)/(Bs_2)\\ f_1(x, s)=-\Gamma_3s_3-\Gamma_4\varphi_3+\psi_2s_1-\psi_1s_2+\varphi_1x_2-\varphi_2x_1\\ f_2(x, s)=\Gamma_1s_1+\Gamma_2\varphi_1+\psi_2s_3-\psi_3s_2+\varphi_3x_2-\varphi_2x_3\\ \varphi_1=s_2x_3-s_3x_2\,(1\,2\,3),\quad \Gamma_i=\mathrm{const}<0\quad (i=1,\ldots,5)\\ \psi_1=(B-C)x_2x_3/A,\quad 4\Gamma_1+\Gamma_2^2>0,\quad 4\Gamma_3+\Gamma_4^2>0\end{gathered} \tag{1.3}$$

для всех движений твердого тела его угловая скорость экспоненциально асимптотически затухает, а одна из главных центральных осей инерции тела (ось Oy) экспоненциально асимптотически приближается к направлению, коллинеарному направлению вектора s. При этом положение равновесия

$$\omega=0,\quad s_1=s_3=0,\quad s_2=\pm1 \tag{1.4}$$

в котором ориентируется твердое тело, экспоненциально асимптотически устойчиво по x_i, s_i $(i=1, 2, 3)$.

Доказательство. Вводя новые переменные $\xi_i=x_i$ $(i=1, 2, 3)$, $\xi_4=s_1$, $\xi_5=s_2\mp1$, $\xi_6=s_3$ и составляя систему уравнений в отклонениях от положения равновесия (1.4), заключаем, что переменные ξ_2, ξ_4, ξ_6 удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\xi_4^{\cdot}=\mu_1, \quad \mu_1^{\cdot}=\Gamma_1\xi_4+\Gamma_2\mu_1 \tag{1.5}$$

$$\xi_6^{\cdot}=\mu_2, \quad \mu_2^{\cdot}=\Gamma_3\xi_6+\Gamma_4\mu_2$$

$$\xi_2^{\cdot}=\Gamma_5\xi_2, \quad \mu_1=(\xi_5\pm1)\xi_3-\xi_2\xi_6$$

$$\mu_2=\xi_2\xi_4-(\xi_5\pm1)\xi_1$$

Поскольку $\Gamma_i=\text{const}<0$ $(i=1, \ldots, 5)$, то для любых движений тела выполняются условия (при $t\to\infty$)

$$\xi_2(t)=x_2(t)\to0, \quad \xi_{3+i}(t)=s_i(t)\to0 \quad (i=1, 3)$$

$$\mu_j(t)\to0 \quad (j=1, 2) \tag{1.6}$$

причем приближение к нулю в (1.6) происходит по экспоненциальному закону.

Из равенств $\xi_4^{\cdot}=\mu_1$, $\xi_6^{\cdot}=\mu_2$ следуют соотношения

$$\xi_1(t)=\frac{-\mu_2(t)+\xi_2(t)\xi_4(t)}{\xi_5(t)\pm1}, \qquad \xi_3(t)=\frac{\mu_1(t)+\xi_2(t)\xi_6(t)}{\xi_5(t)\pm1}$$

На основании (1.6) заключаем, что если при всех $t\geqslant t_0$ выполняется условие

$$|\xi_5(t)\pm1|>\sigma=\text{const}>0 \tag{1.7}$$

то переменные ξ_1, ξ_3 также приближаются к нулю по экспоненциальному закону.

Учитывая явный вид решений системы (1.5), заключаем, что в случае $s_2^2(t_0)>\alpha>0$, $4\Gamma_j+\Gamma_{j+1}^2>0$ $(j=1, 3)$ условие (1.7) выполняется при всех $t\geqslant t_0$.

Значит, наряду с (1.6) имеем предельные соотношения

$$\xi_j(t)\to0 \quad (j=1, 3) \tag{1.8}$$

в которых приближение к нулю происходит по экспоненциальному закону.

Из (1.6), (1.7) следует, что для всех движений тела $x_i(t)\to0$ $(i=1, 2, 3)$, $s_j(t)\to0$ $(j=1, 3)$, $s_2(t)=\pm\sqrt{1-s_1^2(t)-s_3^2(t)}\to\pm1$, $t\geqslant t_0$. Поэтому любое движение тела экспоненциально асимптотически приближается к состоянию покоя (1.4).

Исключая из рассмотрения решения, не принадлежащие достаточно малой окрестности точки $\xi_i=0$ $(i=1, \ldots, 6)$, получаем равенства

$$\xi_5=-1+\sqrt{1-\xi_4^2-\xi_6^2}, \quad \xi_5=1-\sqrt{1-\xi_4^2-\xi_6^2} \tag{1.9}$$

Поскольку соотношения (1.6), (1.8) доказаны, то из (1.9) следует, что положение равновесия (1.4) экспоненциально асимптотически устойчиво по x_i, s_i $(i=1, 2, 3)$. Теорема доказана.

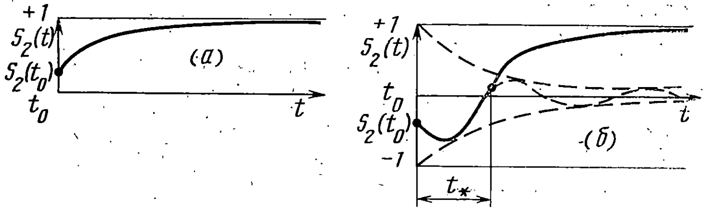
При $s_2^2(t_0)>\alpha>0$ законы управления (1.3) удовлетворяют оценкам

$$|u_1(t)|\leqslant(A/\alpha)(|f_1(x, s)|+|s_1u_2|)$$

$$|u_2(t)|\leqslant B|\Gamma_5x_2-(C-A)x_1x_3|B|$$

$$|u_3(t)|\leqslant(C/\alpha)(|f_2(x, s)|+|s_3u_2|)$$

и, следовательно, могут быть технически реализованы с помощью реактивных двигателей ограниченной тяги. В силу $4\Gamma_j+\Gamma_{j+1}^2>0$ $(j=1, 3)$ экспоненциальное асимптотическое приближение к положению равновесия (1.4) происходит монотонно. Предлагаемые законы управления (1.3)



распространяются на случай, когда к направлению, коллинеарному вектору s, приближается произвольная связанная с телом ось.

2. Условия теоремы 1 гарантируют экспоненциальное асимптотическое приближение единичного вектора r, характеризующего направление оси Oy, к направлению, коллинеарному, но не совпадающему с направлением вектора s. Однако в большинстве задач управления ориентацией требуется как раз совпадение в процессе ориентации указанных векторов.

Покажем, что предложенная конструкция законов управления может быть использована для решения указанной проблемы. Для этого рассмотрим дополнительно законы управления, получающиеся из (1.3) перестановкой индексов, коэффициентов и заменой $4\Gamma_j+\Gamma_{j+1}^2>0$ $(j=1,3)$ на $4\Gamma_j+\Gamma_{j+1}^2<0$ $(j=1,3)$:

$$
\begin{gathered}
u_1=A\left[\Gamma_5 x_1-(B-C)x_2x_3/A\right]\\
u_2=(B/s_1)f_1{}^{\vee}(x,s)+(Bs_2u_1)/(As_1)\\
u_3=(C/s_1)f_2{}^{\vee}(x,s)+(Cs_3u_1)/(As_1)\\
f_1{}^{\vee}(x,s)=\Gamma_3 s_3+\Gamma_4\varphi_3+\psi_1 s_2-\psi_2 s_1+\varphi_2 x_1-\varphi_1 x_2\\
f_2{}^{\vee}(x,s)=\Gamma_1 s_2+\Gamma_3\varphi_2+\psi_3 s_1-\psi_1 s_3+\varphi_1 x_3-\varphi_3 x_1\\
\Gamma_i=\mathrm{const}<0\quad (i=1,\ldots,5),\qquad 4\Gamma_j+\Gamma_{j+1}^2<0\quad (j=1,3)
\end{gathered}
\tag{2.1}
$$

Отмеченный недостаток законов управления (1.3) можно исправить, последовательно используя сначала законы (2.1), а затем (1.3.)

Теорема 2. Пусть $s_2^2(t_0)>\alpha>0$. В случае $s_2(t_0)>\alpha$ под действием управляющих моментов (1.3), а в случае $s_2(t_0)<-\alpha$, $s_1^2(t_0)>\alpha>0$ под действием управляющих моментов вида (2.1), если $s_2(t)\leqslant\alpha$, и вида (1.3), если $s_2(t)>\alpha$, вектор r экспоненциально асимптотически приближается к направлению, совпадающему с направлением вектора s, при этом происходит экспоненциальное асимптотическое гашение угловой скорости. Положение равновесия $\omega=0$, $s_1=s_3=0$, $s_2=1$, в котором ориентируется тело, экспоненциально асимптотически устойчиво по x_i, s_i $(i=1,2,3)$.

Доказательство. В случае $s_2(t_0)>\alpha>0$ под действием управляющих моментов (1.3) происходит монотонное приближение $r\to\pm s$; поэтому величина $s_2(t)$ будет при всех $t\geqslant t_0$ положительна и, следовательно, $s_2(t)\to1$.

В случае $s_2(t_0)<-\alpha$, $s_1^2(t_0)>\alpha_1>0$ под действием управляющих моментов (2.1) происходят, на основании неравенств $4\Gamma_j+\Gamma_{j+1}^2<0$ $(j=1,3)$, периодические колебания (с экспоненциально затухающей амплитудой) единичного вектора k, определяющего направление оси Ox, около направления, совпадающего (в случае $s_1(t_0)>\alpha_1$) или противоположного $(s_1(t_0)<-\alpha_1)$ направлению вектора s, а также периодические колебания единичного вектора r около направления, перпендикулярного направлению вектора s. В результате уже на первой стадии указанных колебаний происходит перемещение вектора r в положение, характеризуемое неравенством $s_2(t_0+t_*)>\alpha>0$ (t_* — время, за которое происходит это перемещение). Принимая за начальный момент времени t_0+t_* и используя при $t\geqslant t_0+t_*$ законы управления (1.3), добиваемся экспоненциального асимптотического приближения $s_2(t)\to1$ и гашения угловой скорости тела. Теорема доказана (фигура).

Время действия законов управления (2.1) равно времени t_* выведения вектора r в положение $s_2(t_0+t_*)>\alpha$, а время действия законов (1.3) определяется точностью ориентации. Условие $s_1^2(t_0)>\alpha_1$ в теореме 2 можно заменить условием $s_3^2(t_0)>\alpha_1$; при этом вместо законов (2.1) необходимо использовать законы управления, получающиеся из них соответствующей перестановкой индексов и коэффициентов.

3. Пусть в инерциальном пространстве задана ориентация трех взаимно перпендикулярных единичных векторов $s^{(i)}$ $(i=1, 2, 3)$ с проекциями s_{ij} $(i, j=1, 2, 3)$ на оси системы $Oxyz$. В этом случае

$$s^{\cdot(i)}=-\omega\times s^{(i)} \quad (i=1, 2, 3) \tag{3.1}$$

Теорема 3. Если $s_{22}^2(t_0)>\alpha>0$, $s_{12}^2(t_0)+s_{13}^2(t_0)<\beta<1$, то под действием управляющих моментов

$$\begin{gathered}
u_1=(A/s_{22})\Phi_1(x, s^{(1)}, s^{(2)}, s^{(3)})+(As_{12}u_2)/(Bs_{22})\\
u_2=(Bs_{22}\Phi_2(x, s^{(1)}, s^{(2)}, s^{(3)}))/(s_{33}s_{22}-s_{23}s_{32})\\
u_3=(C/s_{22})\Phi_3(x, s^{(1)}, s^{(2)}, s^{(3)})+(Cs_{32}u_2)/(Bs_{22})\\
\Phi_1=s_{12}\psi_2-s_{22}\psi_1+\varphi_{12}x_2-\varphi_{22}x_1-L_5s_{32}-L_6\varphi_{32}\\
\Phi_2=s_{33}\psi_2-s_{23}\psi_3+\varphi_{33}x_2-\varphi_{23}x_3+L_3s_{13}+L_4\varphi_{13}-(s_{23}/s_{22})\Phi_3\\
\Phi_3=s_{32}\psi_2-s_{22}\psi_3+\varphi_{32}x_2-\varphi_{22}x_3+L_1s_{12}+L_2\varphi_{12}\\
\varphi_{1i}=s_{2i}x_3-s_{3i}x_2 \quad (i=1, 2, 3) \quad (1\ 2\ 3)\\
L_i=\mathrm{const}<0 \quad (i=1,\ldots,6), \quad 4L_j+L_{j+1}^2>0 \quad (j=1,3,5)
\end{gathered} \tag{3.2}$$

для всех движений тела его угловая скорость экспоненциально асимптотически затухает, а главные центральные оси инерции Ox, Oy, Oz тела экспоненциально асимптотически приближаются к направлениям, коллинеарным направлениям соответственно векторов $s^{(1)}$, $s^{(2)}$, $s^{(3)}$. При этом положение равновесия

$$\omega=0, \quad s_{ij}=\pm1 \quad (i=j), \quad s_{ij}=0 \quad (i\neq j) \tag{3.3}$$

в котором ориентируется твердое тело, экспоненциально асимптотически устойчиво по x_i, s_{ij} $(i, j=1, 2, 3)$.

Доказательство. Вводя новые переменные $\xi_i=x_i$ $(i=1, 2, 3)$, $\xi_4=s_{11}\pm1$, $\xi_5=s_{21}$, $\xi_6=s_{31}$, $\xi_7=s_{12}$, $\xi_8=s_{22}\pm1$, $\xi_9=s_{32}$, $\xi_{10}=s_{13}$, $\xi_{11}=s_{23}$, $\xi_{12}=s_{33}\pm1$ и составляя систему уравнений в отклонениях от положения равновесия (3.3), заключаем, что переменные ξ_7, ξ_9, ξ_{10} удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\begin{gathered}
\xi_7^{\cdot}=\mu_{11}, \quad \mu_{11}^{\cdot}=L_1\xi_7+L_2\mu_{11}\\
\xi_9^{\cdot}=\mu_{31}, \quad \mu_{31}^{\cdot}=L_5\xi_9+L_6\mu_{31}\\
\xi_{10}^{\cdot}=\mu_{21}, \quad \mu_{21}^{\cdot}=L_3\xi_{10}+L_4\mu_{21}\\
\mu_{11}=\xi_3(\xi_8\mp1)-\xi_2\xi_9, \quad \mu_{21}=-\xi_2(\xi_{12}\mp1)+\xi_3\xi_{11}\\
\mu_{31}=-\xi_1(\xi_8\mp1)+\xi_2\xi_7
\end{gathered} \tag{3.4}$$

Следовательно, для всех движений тела справедливы предельные (при $t\to\infty$) соотношения

$$\begin{gathered}
\xi_7(t)=s_{12}(t)\to0, \quad \xi_9(t)=s_{32}(t)\to0\\
\xi_{10}(t)=s_{13}(t)\to0, \quad \mu_i(t)\to0 \quad (i=1, 2, 3)
\end{gathered} \tag{3.5}$$

причем приближение к нулю в (3.5) происходит по экспоненциальному закону.

Из геометрических соотношений

$$\sum_{i=1}^{3} s_{ii}^2=1, \quad \sum_{i=1}^{3} s_{i1}s_{i2}=\sum_{i=1}^{3} s_{i1}s_{i3}=\sum_{i=1}^{3} s_{i2}s_{i3}=0 \tag{3.6}$$

связывающих компоненты векторов $s^{(i)}$ $(i=1, 2, 3)$, а также уравнений $\xi_7^{\cdot}=\mu_{11}$, $\xi_9^{\cdot}=\mu_{31}$, $\xi_{10}^{\cdot}=\mu_{21}$, получаем выражения для ξ_i $(i=1,\ldots, 12;\ i\neq$

$\neq 7,\ 9,\ 10)$) [9], из которых заключаем, что если при всех $t \geqslant t_0$ выполняются условия

$$|1-\xi_7^2(t)|>\alpha>0, \quad |\xi_8(t)\mp 1|>\alpha>0$$
$$|R(t)|=|(\xi_8(t)\mp 1)(\xi_{12}(t)\mp 1)-\xi_9(t)\xi_{11}(t)|>\alpha>0 \tag{3.7}$$

то переменные ξ_i ($i=1, \ldots, 12$) будут приближаться к нулю по экспоненциальному закону.

Предположим от противного, что $R(t)=0$ во всяком случае для некоторых моментов времени $t \geqslant t_0$; при $t \to \infty$ получаем противоречивое равенство $1=R(t)=0$.

Решая систему, состоящую из уравнений $R(t)=0$ и $\xi_{10}^2+\xi_{11}^2+(\xi_{12}\mp 1)^2=1$, получим равенства

$$(\xi_{12}\mp 1)^2=\xi_9(1-\xi_{10}^2)/(1-\xi_7^2)$$
$$\xi_{11}^2=(1-\xi_{10}^2)(\xi_8\mp 1)^2/(1-\xi_7^2) \tag{3.8}$$

Подставляя (3.8) в равенство $\xi_{11}(\xi_8\mp 1)=-\xi_7\xi_{10}-\xi_9(\xi_{12}\mp 1)$, следующее из (3.6), получаем зависимость

$$\pm\left[\frac{1-\xi_{10}^2}{1-\xi_7^2}(\xi_8\mp 1)^2\right]^{1/2}(\xi_8\mp 1)^2=-\xi_7\xi_{10}-\xi_9\left[\pm\left(\frac{1-\xi_{10}^2}{1-\xi_7^2}\xi_9^2\right)^{1/2}\right]$$

или, после преобразований

$$\sqrt{(1-\xi_{10}^2)(1-\xi_7^2)}=-\xi_7\xi_{10} \tag{3.9}$$

При возведении обеих частей (3.9) в квадрат решения не теряются и, следовательно, предположение о невыполнимости условия $|R(t)|>\alpha>0$ приводит, по крайней мере для некоторых моментов времени, к соотношению

$$1-\xi_7^2(t)-\xi_{10}^2(t)=0 \tag{3.10}$$

Учитывая явный вид решений системы (3.4), заключаем, что в случае $4L_j+L_{j+1}^2>0$ ($j=1,\ 3,\ 5$) равенство (3.10) при условиях теоремы не может иметь место ни при одном значении $t \geqslant t_0$. Значит, неравенство $|R(t)|>\alpha>0$ выполняется при всех $t \geqslant t_0$. Справедливость двух других неравенств в (3.7) также следует из вида системы (3.4) и предположений теоремы 3.

Итак, для всех движений тела помимо (3.5) справедливы также соотношения $\xi_j(t)\to 0$ ($j=1, \ldots, 6,\ 8,\ 11,\ 12$) и, следовательно, любое движение тела экспоненциально асимптотически приближается к состоянию покоя (3.3).

Исключая решения, не принадлежащие достаточно малой окрестности точки $\xi_i=0$ ($i=1, \ldots, 12$), заключаем, что из приведенных рассуждений следует экспоненциальная асимптотическая устойчивость по x_i, s_{ij} ($i, j=1,\ 2,\ 3$) положения равновесия (3.3). Теорема доказана.

Следствие 1. В каждом из случаев

$$(s_{22}^2(t_0)>\alpha>0)\cap(s_{31}^2(t_0)+s_{32}^2(t_0)<\beta<1)$$
$$(s_{11}^2(t_0)>\alpha>0)\cap(s_{31}^2(t_0)+s_{32}^2(t_0)<\beta<1\cup s_{21}^2(t_0)+s_{23}^2(t_0)<\beta<1)$$
$$(s_{33}^2(t_0)>\alpha>0)\cap(s_{21}^2(t_0)+s_{23}^2(t_0)<\beta<1\cup s_{12}^2(t_0)+s_{13}^2(t_0)<\beta<1)$$

законы управления, решающие задачу трехосной ориентации твердого тела, получаются из (3.2) перестановкой индексов. Здесь $\cap$, $\cup$ логические символы, обозначающие «и», «или».

Доказательство аналогично доказательству теоремы 3.

Законы управления (3.2) и получаемые из них перестановкой индексов удовлетворяют, как следует из доказательства теоремы 3, оценкам $\|u_i\| \leqslant N<\infty$, $\lim u_i=0$ ($t\to\infty$) и, следовательно, могут быть реализованы с помощью реактивных двигателей ограниченной мощности.

4. Как и при одноосной ориентации, более желательна такая ориентация, при которой единичные векторы r_i ($i=1,\ 2,\ 3$), характеризующие направления соответственно главных осей Ox, Oy, Oz, совпадают в процессе ориентации с векторами $s^{(i)}$ $(i=1, 2, 3)$.

Следствие 2. Если $s_{ii}(t_0)>\alpha>0$ $(i=1, 2, 3)$, $s_{12}^2(t_0)+s_{13}^2(t_0)<\beta<1$, то под действием управляющих моментов (3.2) для всех движений тела его угловая скорость экспоненциально асимптотически затухает, а векторы r_i $(i=1, 2, 3)$ экспоненциально асимптотически приближаются к направлениям, совпадающим с направлениями соответственно векторов $s^{(i)}$ $(i=1, 2, 3)$. Положение равновесия, в котором ориентируется тело, экспоненциально асимптотически устойчиво по x_i, s_{ij} $(i, j=1, 2, 3)$.

Доказательство. В случае $s_{ii}(t_0)>\alpha>0$ $(i=1, 2, 3)$ под действием управляющих моментов (3.2) происходит монотонное приближение $r_i\to\pm s^{(i)}$ $(i=1, 2, 3)$; поэтому величины $s_{ii}(t)$ будут при всех $t\geqslant t_0$ положительными и, следовательно, $s_{ii}(t)\to 1$ $(i=1, 2, 3)$. Утверждение доказано.

В случаях, когда условия следствия 2 не выполняются, для построения законов управления, гарантирующих $r_i\to s^{(i)}$ $(i=1, 2, 3)$, можно использовать идею построения управляющих воздействий из теоремы 2. Предлагаемые конструкции законов управления распространяются на случай управления посредством маховиков.

Автор благодарит В. В. Румянцева за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алексеев К. Б., Бебенин Г. Г.* Управление космическими летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1974. 343 с.
2. *Бранец В. Н., Шмыглевский И. П.* Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М.: Наука, 1973. 320 с.
3. *Гроздовский Г. Л., Охоцимский Д. Е., Белецкий В. В., Иванов Ю. Н., Курьянов А. И., Платонов А. К., Сарычев В. А., Токарев В. В., Ярошевский В. А.* Механика космического полета.— В кн.: Механика в СССР за 50 лет. Т. 1. М.: Наука, 1968, с. 265—319.
4. *Зубов В. И., Ермолин В. С., Сергеев С. Л., Смирнов Е. Я.* Управление вращательным движением твердого тела. Л.: Изд-во ЛГУ, 1978. 200 с.
5. *Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н.* Управление ориентацией космических аппаратов. М.: Наука, 1974. 598 с.
6. *Румянцев В. В.* Об управлении ориентацией и о стабилизации спутника роторами.— Вестн. МГУ. Математика, механика, 1970, № 2, с. 83—96.
7. *Черноусько Ф. Л., Акуленко Л. Д., Соколов Б. Н.* Управление колебаниями. М.: Наука, 1980. 383 с.
8. *Воротников В. И.* О стабилизации перманентных вращений тяжелого твердого тела, закрепленного в неподвижной точке.— Изв. АН СССР. МТТ, 1985, № 3, с. 16—18.
9. *Воротников В. И.* О стабилизации ориентации гиростата на круговой орбите в ньютоновском поле сил.— Изв. АН СССР. МТТ, 1986, № 3, с. 25—30.

Нижний Тагил

Поступила в редакцию
2.VIII.1985