

УДК 531.383

ВОЗМУЩАЮЩИЙ МОМЕНТ В ПОПЛАВКОВОМ ГИРОСКОПЕ
С УПРУГИМ КОРПУСОМ ПОПЛАВКА
ПРИ ВНУТРЕННЕМ ИСТОЧНИКЕ ВИБРАЦИИ

АНДРЕЙЧЕНКО К. П., МОГИЛЕВИЧ Л. И.

Исследуется влияние упругих деформаций корпуса поплавка в гироскопе с гидростатическим подвесом гиروزла на вибрационный возмущающий момент. Источником вибрации является ротор гиromотора, перемещающийся в опорах из-за их несовершенства.

Рассмотрены два случая очень узких и очень широких торцевых щелей между поплавком и камерой. Найденные главные вектор и момент, действующие на абсолютно жесткую рамку поплавка, показывают значительность влияния на них упругих деформаций и перемещений корпуса поплавка при установившейся вибрации.

1. Рассматривается поплавок гироскоп, условно представленный на фиг. 1. Корпус 1 поплавка является замкнутой упругой цилиндрической оболочкой толщины h_0 с радиусом срединной поверхности $R \gg h_0$ и длиной $2l_1$. На торцах оболочка 1 соединяется жесткой заделкой с торцевыми дисками абсолютно жесткой рамки 2. Ротор гиromотора 3 и корпус прибора 4 абсолютно жесткие. Опоры гиromотора 5 обладают упругой податливостью. Зазор между стенками поплавка и камеры радиусов R_1 и R_0 полностью заполнен вязкой несжимаемой жидкостью для разгрузки опор поплавка. Наружная поверхность корпуса поплавка и поверхность камеры образуют цилиндр в цилиндре длиной $2l_1$ и $2l_0$ соответственно. Радиальный зазор цилиндрической щели $\delta = R_0 - R_1 \ll R_1$.

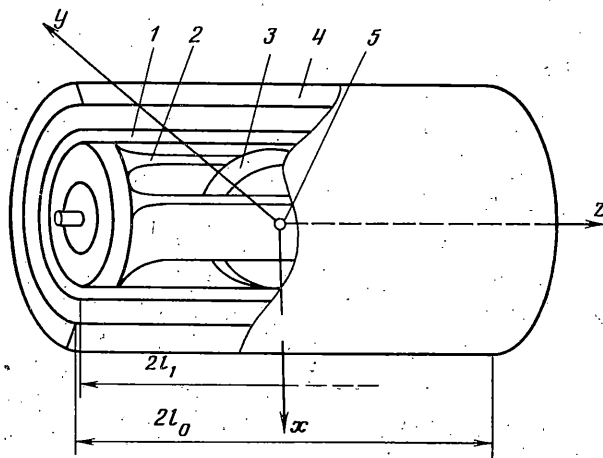
Рассматриваются два случая. В первом торцевые зазоры значительно меньше радиального ($z_0 = l_0 - l_1 \ll \delta$) и перетекание жидкости из цилиндрической щели в торцевые пренебрежимо мало по сравнению с перетеканием жидкости в цилиндрической щели, но совпадает давление жидкости на границах этих щелей. В случае абсолютно жесткого корпуса поплавка подобная задача рассматривалась в [1]. При этом течение жидкости в торцевых щелях не влияет на основные динамические характеристики, примененные к рамке 2 поплавка.

Во втором случае торцевые зазоры значительно больше радиального ($z_0 \gg \delta$, $z_0 = O(R_1)$) и выполнены так, что жидкость свободно перетекает из цилиндрической щели в торцевые. При этом в торцевых щелях образуется безградиентное течение типа струйного с постоянным давлением, равным нулю (если отбросить уровень отсчета давления), но при этом совпадают расходы жидкости на границе этих щелей. В случае абсолютно жесткого цилиндра подобная задача рассматривалась в [2].

Пусть система координат $Oxyz$ связана с основанием прибора (фиг. 2), система $O_1x_1y_1z_1$ — с рамкой поплавка, а $O_2x_2y_2z_2$ — с ротором гиromотора. При этом O совпадает с геометрическим центром камеры, O_1 — с геометрическим центром и центром масс рамки поплавка, а O_2 — с центром масс ротора гиromотора.

Через x, y обозначим перемещения центра масс рамки поплавка относительно камеры, а через x_1, y_1 — перемещения центра масс ротора гиromотора относительно рамки поплавка. Перемещения рамки поплавка вдоль Oz и ротора гиromотора вдоль O_1z_1 отсутствуют.

Амплитуда колебаний рамки поплавка относительно камеры и амплитуда прогиба корпуса поплавка как упругой оболочки значительно



Фиг. 1

меньше δ . В этом случае необходимо учитывать прогиб корпуса поплавка как упругой оболочки [3].

Пусть центр масс рамки O_1 , двигаясь относительно камеры $Oxyz$, совпадает в данный момент времени с фиксированным относительно $Oxyz$ полюсом $O_1^*(e, \psi, 0)$ цилиндрической системы координат (r, θ, z) . За полярную ось примем прямую, проходящую через O и O_1^* , наклоненную под углом ψ к оси Ox . Эксцентриситет OO_1^* обозначим e (фиг. 2). Радиальный зазор между стенкой камеры и корпусом поплавка на абсолютно жестких торцевых дисках определяется формулой [4] $h = \delta + e \cos \theta$.

Закон движения центра масс ротора гиromотора в его опорах из-за их несовершенства относительно рамки поплавка представляется в виде ряда Фурье

$$x_1 = x_{m1} f_{1c}(\omega t), \quad y_1 = y_{m1} f_{1s}(\omega t), \quad z_1 = 0$$

$$f_{1c}(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{n1c} \sin n\omega t - b_{n1c} \cos n\omega t) \quad (1.1)$$

$$f_{1s}(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{n1s} \sin n\omega t - b_{n1s} \cos n\omega t)$$

и эти перемещения являются источником вибрации рамки поплавка.

Закон движения центра масс рамки поплавка относительно камеры запишется в виде

$$x = x_m f_c(\omega t), \quad y = y_m f_s(\omega t), \quad z = 0 \quad (1.2)$$

$$f_c(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{nc} \sin n\omega t - b_{nc} \cos n\omega t)$$

$$f_s(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{ns} \sin n\omega t - b_{ns} \cos n\omega t)$$

Здесь x_{m1}, y_{m1}, x_m, y_m — амплитуды колебаний ротора гиromотора и рамки поплавка, ω — частота колебаний, t — время.

Обозначим n_0 коэффициент упругой жесткости опор поплавка. Тогда уравнения движения центра масс рамки поплавка в случае внутреннего источника вибрации (колебания ротора гиromотора в опорах из-за их несовершенства) согласно второму закону Ньютона имеют вид

$$m_1 \frac{d^2 x}{dt^2} = -n_0 x + N_x - m_2 \left(\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{d^2 x_1}{dt^2} \right) \quad (1.3)$$

$$m_1 \frac{d^2 y}{dt^2} = -n_0 y + N_y - m_2 \left(\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{d^2 y_1}{dt^2} \right)$$

и уравнения динамики оболочки-корпуса поплавка [3, 5]:

$$\begin{aligned}
 & \frac{c^2}{R^2\omega^2} \left(L_{11}W_1 + \frac{v_m}{u_m} L_{12}W_2 + \frac{w_m}{u_m} L_{13}W_3 \right) - \frac{\partial^2 W_1}{\partial \tau^2} = \\
 & = \frac{\rho R_1 e}{\rho_0 h_0 \operatorname{Re} u_m} \left(\frac{l_1}{R_1} \frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} + \frac{R_1}{l_1} \lambda \frac{w_m}{e} \frac{\partial W_3}{\partial \xi} Q \right) \Big|_{\xi=\lambda \frac{w_m}{e} W_3} \\
 & \frac{c^2}{R^2\omega^2} \left(\frac{u_m}{v_m} L_{21}W_1 + L_{22}W_2 + \frac{w_m}{v_m} L_{23}W_3 \right) - \frac{\partial^2 W_2}{\partial \tau^2} = \\
 & = -\frac{x_m}{v_m} f_c''(\tau) \sin(\theta + \psi) + \frac{y_m}{v_m} f_s''(\tau) \cos(\theta + \psi) - \\
 & - \frac{\rho R_1 e}{\rho_0 h_0 \operatorname{Re} v_m} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \xi} + \lambda \frac{w_m}{e} \frac{\partial W_3}{\partial \theta} Q \right) \Big|_{\xi=\lambda \frac{w_m}{e} W_3} \\
 & \frac{c^2}{R^2\omega^2} \left(\frac{u_m}{w_m} L_{31}W_1 + \frac{v_m}{w_m} L_{32}W_2 + L_{33}W_3 \right) + \frac{\partial^2 W_3}{\partial \tau^2} = \\
 & = -\frac{x_m}{w_m} f_c''(\tau) \cos(\theta + \psi) - \frac{y_m}{w_m} f_s''(\tau) \sin(\theta + \psi) - \frac{\rho R_1 e}{\rho_0 h_0 \operatorname{Re} w_m \varepsilon} Q \\
 & Q = \frac{\varepsilon^2}{\rho v \lambda \omega} p_0 + P, \quad L_{11} = \left(\frac{R}{l_1} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \\
 & L_{12} = L_{21} = -\frac{1+\mu}{2} \frac{R}{l_1} \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \theta}, \quad L_{13} = L_{31} = -\mu \frac{R}{l_1} \frac{\partial}{\partial \xi} \\
 & L_{22} = \frac{1-\mu}{2} \left(\frac{R}{l_1} \right)^2 (1+4a^2) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + (1+a^2) \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \\
 & L_{23} = L_{32} = \frac{\partial}{\partial \theta} - a^2 \left[(2-\mu) \left(\frac{R}{l_1} \right)^2 \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \theta} + \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \right] \\
 & L_{33} = 1 + a^2 \left[\left(\frac{R}{l_1} \right)^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right]^2
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

Здесь учтено, что относительный радиальный зазор цилиндрической щели $\varepsilon \ll 1$.

Краевые условия на непроницаемых поверхностях, условия жесткой заделки корпуса поплавка на торцах и условия симметрии задачи по ξ имеют вид:

$$\begin{aligned}
 & u_\xi = u_\theta = u_\zeta = 0 \quad \text{при } \xi = 1 + \lambda \cos \theta \\
 & u_\xi = \left[x_m f_c'(\tau) \cos(\theta + \psi) + y_m f_s'(\tau) \sin(\theta + \psi) + w_m \frac{\partial W_3}{\partial \tau} \right] / e \\
 & u_\theta = 0, \quad u_\zeta = 0 \quad \text{при } \xi = \lambda w_m W_3 / e \\
 & W_1 = W_2 = W_3 = \partial W_3 / \partial \zeta = 0 \quad \text{при } \zeta = \pm 1 \\
 & W_1 = \partial W_2 / \partial \zeta = \partial W_3 / \partial \zeta = \partial^2 W_3 / \partial \zeta^3 = 0 \quad \text{при } \zeta = 0
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Здесь также учтено, что $\varepsilon \ll 1$.

Кроме условий (1.7) необходимы условия для безразмерного давления P , которые различаются для рассматриваемых двух случаев. В первом случае (очень узких торцевых щелей) $z_0 \ll \delta$ имеем условие отсутствия истечения жидкости из цилиндрической щели в торцевые и условие симметрии задачи по ξ :

$$\partial P / \partial \xi = 0 \quad \text{при } \xi = 1, \quad \partial P / \partial \xi = 0 \quad \text{при } \xi = 0 \tag{1.8}$$

Во втором случае имеем условие равенства нулю безразмерного давления P при переходе из цилиндрической щели в торцевые (свободное истечение жидкости из цилиндрической щели в торцевые) и условие

симметрии задачи по ζ :

$$P=0 \quad \text{при } \zeta=1, \quad \partial P/\partial \zeta=0 \quad \text{при } \zeta=0 \quad (1.9)$$

Согласно теории оболочек, контакт корпуса поплавка на торцах с абсолютно жесткими торцевыми дисками осуществляется по линии соединения диска со срединной поверхностью корпуса. Поэтому компоненты главного вектора, действующего со стороны упругого корпуса поплавка на рамку вдоль осей O_1x_1 , O_1y_1 , O_1z_1 , запишутся в виде (с учетом симметрии задачи по ζ):

$$\begin{aligned} N_x &= c^2 \rho_0 h_0 \int_0^{2\pi} \left[(1-\mu-2\mu a^2) \frac{R}{l_1} v_m \frac{\partial W_2}{\partial \zeta} \sin(\theta+\psi) + \right. \\ &\quad \left. + 2a^2 \left(\frac{R}{l_1} \right)^3 w_m \frac{\partial^3 W_3}{\partial \zeta^3} \cos(\theta+\psi) \right] \Big|_{\zeta=1} d\theta \\ N_y &= -c^2 \rho_0 h_0 \int_0^{2\pi} \left[(1-\mu-2\mu a^2) \frac{R}{l_1} v_m \frac{\partial W_2}{\partial \zeta} \cos(\theta+\psi) - \right. \\ &\quad \left. - 2a^2 \left(\frac{R}{l_1} \right)^3 w_m \frac{\partial^3 W_3}{\partial \zeta^3} \sin(\theta+\psi) \right] \Big|_{\zeta=1} d\theta, \quad N_z=0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

Компоненты главного момента (вибрационного возмущающего момента) по осям O_1x_1 , O_1y_1 , O_1z_1 имеют вид

$$\begin{aligned} L_x &= 0, \quad L_y = 0 \\ L_z &= -c^2 \rho_0 h_0 R \int_0^{2\pi} (1-\mu) (1+4a^2) \frac{R}{l_1} v_m \frac{\partial W_2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1} d\theta \end{aligned} \quad (1.11)$$

Так как перемещения x_1 , y_1 ротора вызваны дефектами опор гиromотора, т. е. внутренними силами взаимодействия ротора гиromотора и рамки поплавка, то в качестве возмущающего момента гироскопа следует рассматривать момент внешних сил, обусловленный взаимодействием упругой цилиндрической оболочки поплавка со слоем жидкости.

Постоянная по времени составляющая главного момента определяется формулой

$$\langle L_z \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} L_z d\tau \quad (1.12)$$

2. Нелинейные связанные задачи упругогидродинамики (1.3), (1.5)–(1.8) и (1.3), (1.5)–(1.7), (1.9) решаются методом возмущений. За малый параметр, характеризующий задачу, принимается относительный эксцентриситет $\lambda \ll 1$ [1]. При этом граничные условия (1.7) сносятся на невозмущенные поверхности $\xi=1$ и $\xi=0$ с разложением гидродинамических параметров в ряд Тейлора, как это принято в механике жидкости [4].

В нулевом приближении по λ получается линейная система уравнений, решение которой ищется в виде рядов Фурье по времени τ , коэффициенты которых разложены в ряды Фурье по углу θ , но оставлена первая гармоника [1]. При этом зависимость упругих безразмерных продольного и окружного перемещений W_1 , W_2 , а также безразмерного прогиба W_3 корпуса поплавка от ζ представлена многочленами третьей, второй и четвертой степени соответственно, удовлетворяющими условиям (1.7) жесткой заделки корпуса на торцах и условиям симметрии задачи по ζ .

Подставим указанный вид решения в линеаризованные уравнения упругогидродинамики (1.5), (1.6) и опустим правые части первого и второго уравнений (1.6), так как они порядка ε по сравнению с правой частью третьего уравнения системы (1.6) в нулевом приближении по λ . Приравняв нулю коэффициенты при различных тригонометрических функциях от τ и θ и применяя процедуру метода Бубнова–Галеркина

по ξ в первом приближении к уравнениям динамики оболочки (1.6), найдем искомое решение. В силу громоздкости оно не приводится. Подставляя это решение в формулы (1.10), находим N_x, N_y — компоненты главного вектора, которые вместе с формулами (1.1), (1.2) подставляем в уравнения (1.3). Из этих уравнений находим выражения коэффициентов рядов Фурье (1.2) через коэффициенты рядов Фурье (1.1). Тем самым находим закон движения рамки поплавка при внутреннем источнике вибрации за счет перемещений ротора гидромотора в опорах, из-за их несовершенства, относительно рамки поплавка.

Подставляя найденное в нулевом приближении по λ решение в формулу (1.11) для вибрационного возмущающего момента, получаем, что после интегрирования по θ от 0 до 2π этот момент обращается в нуль, так как в найденном решении θ входит только под знаком косинуса и синуса.

Следовательно, для определения $\langle L_z \rangle$ необходимо найти решение задачи упругогидродинамики в первом приближении по λ [4].

Представляя решение в первом приближении по λ в таком же виде, как и в нулевом приближении, т. е. в виде рядов Фурье по τ , но с коэффициентами, не зависящими от θ , получаем, что в этом приближении система уравнений (1.5), (1.6) распадается на две. Одна из них, состоящая из второго уравнения (1.5) и второго уравнения (1.6), содержит только необходимые далее величины u_0, W_2 , а другая система не содержит их и не рассматривается.

Найденная система уравнений упругогидродинамики в первом приближении по λ решается теми же методами, что и в нулевом приближении по λ . Находя это решение, подставим его в формулу (1.11), преобразованную с помощью системы уравнений (1.6) к виду

$$L_z = -2\pi\rho_0 h_0 R^2 \omega^2 v_m \lambda \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 W_{21}}{\partial \tau^2} d\theta \right) l_1 d\xi + \quad (2.1)$$

$$+ 2\pi R_1 \frac{\rho v \omega e \lambda}{\varepsilon^2} \int_{-1}^1 \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial u_{01}}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} d\theta \right) l_1 d\xi$$

Здесь второй индекс 1 указывает на первое приближение по λ . Используя найденное решение в нулевом приближении по λ и учитывая, что согласно фиг. 2:

$$e \cos \psi = -x_m \sum_{n=1}^{\infty} (a_{nc} \sin n\omega t - b_{nc} \cos n\omega t)$$

$$e \sin \psi = -y_m \sum_{n=1}^{\infty} (a_{ns} \sin n\omega t - b_{ns} \cos n\omega t)$$

найдем постоянную составляющую $\langle L_z \rangle$ (1.12) в виде

$$\langle L_z \rangle = -\frac{m_4 \omega^2}{\varepsilon \text{Re}} x_{m1} y_{m1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{m_2^2 \omega^4 n^4}{M_{c1}^2 + M_{c2}^2} (b_{n1c} a_{n1s} - a_{n1c} b_{n1s}) \left\langle [G + 0,5Z_n H] M_3 + 2 \left\{ \frac{4}{15} F + \left[\frac{8}{35} - \frac{8}{15} \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^2 + \right. \right. \right. \quad (2.2)$$

$$+ 8 \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^4 Q_1 - \frac{8}{15} (1-F) G \frac{R_1}{l_1} \text{cth} \frac{l_1}{R_1} \left. \left. \left. \right\} (K_2 Y_n F - K_1 X_n) + \right. \right.$$

$$+ \frac{0,125}{\beta} \left\{ \left[-\frac{512}{315} + \frac{512}{105} \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^2 - \frac{256}{5} \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^4 + 768 \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^6 Q_1 + \right. \right.$$

$$\left. \left. \left. + \frac{256}{15} \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^2 (1-F) Q_1 \right] (K_3^2 + K_4^2) M_1 + {}^{32/15} F (M_1 K_4 + M_2 K_3) \right\} \right\rangle$$

$$M_1 = [12\gamma n (\text{sh } \beta + \sin \beta) + 2\alpha\beta^2 (\text{sh } \beta - \sin \beta)] (\text{ch } \beta + \cos \beta)^{-1}$$

$$M_2 = [12\gamma n (\text{sh } \beta - \sin \beta) - 2\alpha\beta^2 (\text{sh } \beta + \sin \beta)] (\text{ch } \beta + \cos \beta)^{-1}$$

$$M_3 = [12\gamma n (1 + \text{ch } \beta \cos \beta) + 2\alpha\beta^2 \text{sh } \beta \sin \beta] (\text{ch } \beta + \cos \beta)^{-2}$$

$$M_4 = [12\gamma n \text{sh } \beta \sin \beta - 2\alpha\beta^2 (1 + \text{ch } \beta \cos \beta)] (\text{ch } \beta + \cos \beta)^{-2}$$

$$K_2 = M_3 V_1 - M_4 V_2, \quad K_1 = M_3 D_2 - M_4 \beta_{34} d_1$$

$$K_3 = X_n \beta_{34} d_1 - Y_n V_2 F, \quad K_4 = X_n D_2 - Y_n V_1 F$$

$$V_1 = 2\alpha\beta^2 D_2 - 12\gamma n \beta_{34} d_1, \quad V_2 = 2\alpha\beta^2 \beta_{34} d_1 + 12\gamma n D_2$$

$$V_3 = M\omega^2 n^2 D_2 - K\omega n \beta_{34} d_1, \quad V_4 = M\omega^2 n^2 \beta_{34} d_1 + K\omega n D_2$$

$$V_5 = M\omega^2 n^2 V_1 - K\omega n V_2, \quad V_6 = M\omega^2 n^2 V_2 + K\omega n V_1$$

$$X_n = \frac{4}{3} \frac{R^2 \omega^2 n^2}{c^2 D_3} (d_2 - 0,8d_1), \quad Y_n = \frac{16}{15} \frac{R^2 \omega^2}{c^2 D_3} \frac{d_1}{\varepsilon \text{Re}} \frac{\rho R_1}{\rho_0 h_0}$$

$$Z_n = X_n D_3 [R^2 l_1^{-2} (1 - \mu) (1 + 4a^2) (d_2 - 0,8d_1) - 0,6 X_n D_3]^{-1}$$

$$M\omega^2 n^2 = \frac{m_4 \omega^2}{\varepsilon \text{Re}} 2\alpha\beta^2, \quad K\omega n = \frac{m_4 \omega^2}{\varepsilon \text{Re}} 12\gamma n$$

$$m_3 = 2\pi R 2l_1 h_0 \rho_0, \quad m_4 = \pi R_1^2 2l_1 \rho$$

$$M_{c1} = n_0 - (m_1 + m_3 + m_2) \omega^2 n^2 - GM\omega^2 n^2 + m_3 \omega^2 n^2 \frac{1}{3} \frac{X_n D_2}{d_2 - 0,8d_1} \times$$

$$\times \left(d_3 + \frac{\beta_{34}^2 \alpha_{11} d_1}{D_2} + 1,6d_2 - 0,64d_1 \right) + {}^{16/15} F X_n V_3 - {}^{8/15} F^2 Y_n V_5$$

$$M_{c2} = GK\omega n + m_3 \omega^2 n^2 / 3 X_n \beta_{34} (d_2 - 0,8d_1) - {}^{16/15} F X_n V_4 + {}^{8/15} F^2 Y_n V_6$$

$$d = \alpha_{22} \alpha_{13} - \alpha_{12} \alpha_{23}, \quad d_3 = \alpha_{11} \alpha_{34} + \alpha_{13}^2$$

$$d_2 = \alpha_{12} \alpha_{13} - \alpha_{11} \alpha_{23}, \quad d_1 = \alpha_{11} \alpha_{22} - \alpha_{12}^2$$

$$D_2 = \alpha_{34} d_1 - \alpha_{23} d_2 + \alpha_{13} d, \quad D_3 = D_2^2 + \beta_{34}^2 d_1^2$$

$$B_0 = \frac{R^2 \omega^2 \rho R_1}{c^2 \varepsilon \text{Re } \rho_0 h_0} \left[-\frac{256}{315} + \frac{256}{105} \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^2 - \frac{128}{5} \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^4 + 384 \left(R_1 / l_1 \right)^6 Q_1 + \right. \\ \left. + {}^{128/15} (R_1 / l_1)^2 (1 - F) Q_1 \right]$$

$$\alpha_{11} = {}^{16/105} \frac{R^2 \omega^2 n^2}{c^2} - 1,6 \left(\frac{R}{l_1} \right)^2 - {}^{8/105} (1 - \mu), \quad \alpha_{12} = {}^{4/15} \frac{R}{l_1} (1 + \mu)$$

$$\alpha_{13} = {}^{64/105} R \mu / l_1, \quad \alpha_{22} = {}^{16/15} R^2 \omega^2 n^2 c^{-2} - {}^{4/3} (1 - \mu) (R / l_1)^2 (1 + 4a^2) - {}^{16/15} (1 + a^2)$$

$$\alpha_{23} = -{}^{32/35} (1 + a^2) - {}^{32/15} (2 - \mu) (R / l_1)^2 a^2$$

$$\alpha_{34} = -{}^{256/315} R^2 \omega^2 n^2 c^{-2} + {}^{256/315} (1 + a^2) + {}^{128/5} a^2 (R / l_1)^4 + {}^{512/105} a^2 (R / l_1)^2 + 2\alpha\beta^2 B_0$$

$$\beta_{34} = -12\gamma n B_0$$

$$2\alpha\beta^2 = \alpha \text{Re } n = n \frac{\beta^3 G_1}{G_1^2 + G_2^2}, \quad 12\gamma = -\frac{\beta^3 G_2}{G_1^2 + G_2^2}, \quad \beta = \left(\frac{1}{2} \text{Re } n \right)^{1/2}$$

$$G_1 = \frac{1}{2} \left(\beta - \frac{\sin \beta + \text{sh } \beta}{\cos \beta + \text{ch } \beta} \right), \quad G_2 = \frac{1}{2} \frac{\sin \beta - \text{ch } \beta}{\cos \beta + \text{ch } \beta}$$

$$Q_1 = 1 - 3 \frac{R_1}{l_1} \text{cth } \frac{l_1}{R_1} + 3 \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^3, \quad F = 1 - 15 Q_1 \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^3 \text{th } \frac{l_1}{R_1}$$

$$G = 1 - \frac{R_1}{l_1} \text{th } \frac{l_1}{R_1}, \quad H = 1 - 3 \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^2 + 3 \left(\frac{R_1}{l_1} \right)^3 \text{th } \frac{l_1}{R_1}$$

Формулы (2.2), (2.3) пригодны как для случая очень узких торцевых щелей $z_0 \ll \delta$ (закрытые торцы), при котором следует положить $F = G = H = 1$, так и для случая очень широких торцевых щелей $z_0 \gg \delta$ (открытые торцы), при котором F, G, H вычисляются согласно их определениям.

ω	η_1	η_2	η_3	η_4
1	1	1	2,667	2,522
251	2,492	1	1,499	2,522
501	5,481	1	1,216	2,522
751	8,146	0,999	1,337	2,522
1 001	10,030	0,998	1,567	2,523
2 501	13,628	0,990	2,821	2,530
5 001	14,394	0,962	3,496	2,556
7 501	14,549	0,914	3,673	2,604
10 001	14,608	0,845	3,741	2,684
20 001	14,696	0,311	3,806	4,534
30 001	14,768	-0,864	3,814	0,466

Вычисления, приведенные по формулам (2.2), (2.3), показывают, что упругие деформации корпуса поплавка сказываются для широкого диапазона частот колебаний ротора в опорах как для закрытых, так и для открытых торцев. В то же время этот момент для закрытых торцев меньше, чем для открытых. Например, в гиросприборе со стальным корпусом поплавка и с параметрами $R_1=2 \cdot 10^{-2}$ м, $2l_1=5,7 \cdot 10^{-2}$ м, $h_0=5 \cdot 10^{-4}$ м, $E=1,961 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu=3 \cdot 10^{-4}$, $\rho_0=7,87 \cdot 10^3$ кг/м³, $\delta=1 \cdot 10^{-4}$ м, $\rho=2 \cdot 10^3$ кг/м³, $\nu=2,53 \cdot 10^{-4}$ м²/с, $m_1=2,54 \cdot 10^{-2}$ кг, $m_2=8,96 \cdot 10^{-2}$ кг, $n_0=0$ вибрационный возмущающий момент (2.2), учитывающий упругие деформации корпуса поплавка, больше, чем в гиросприборе с абсолютно жестким корпусом поплавка, для которого справедлива формула (2.2) при $X_n=Y_n=0$. В таблице приведены $\eta_1=\langle L_z \rangle^\circ / \langle L_z \rangle_\infty^\circ$ для стального корпуса поплавка; $\eta_2=\langle L_z \rangle^\circ / \langle L_z \rangle_\infty^\circ$ для бериллиевого корпуса поплавка; $\eta_3=\langle L_z \rangle_0 / \langle L_z \rangle^\circ$ для стального корпуса поплавка; $\eta_4=\langle L_z \rangle_0 / \langle L_z \rangle^\circ$ для бериллиевого корпуса поплавка; знак ∞ относится к абсолютно жесткому корпусу поплавка; градус означает закрытые торцы; нуль означает открытые торцы; ω приведено в рад/с. Для оценки влияния упругой податливости корпуса поплавка на вибрационный возмущающий момент движение центра масс ротора относительно рамки задается кинематически в форме эллиптической траектории. Так как собственная вибрация ротора в несовершенных опорах происходит в широком диапазоне частот, в таблице приведены результаты расчета параметров $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ в интервале частот от 1 до 30000 рад/с. Следует отметить, что влияние упругих деформаций на вибрационный возмущающий момент существенно уменьшается с уменьшением линейных размеров цилиндрического корпуса поплавка, увеличением его толщины, уменьшением плотности материала и с увеличением модуля Юнга материала корпуса поплавка. Например, в гиросприборе с бериллиевым корпусом поплавка и с параметрами $R_1=1 \cdot 10^{-2}$ м, $2l_1=3 \cdot 10^{-2}$ м, $h_0=1,25 \cdot 10^{-3}$ м, $E=2,943 \cdot 10^{11}$ Па, $\mu=1 \cdot 10^{-2}$, $\rho_0=1,84 \cdot 10^3$ кг/м³, $\delta=2,5 \cdot 10^{-4}$ м, $\rho=2 \cdot 10^3$ кг/м³, $\nu=3,25 \cdot 10^{-4}$ м²/с, $m_1=4,04 \cdot 10^{-3}$ кг, $m_2=1,049 \cdot 10^{-2}$ кг, $n_0=0$ величина η_2 меньше η_1 согласно таблице, из которой видно, что η_3 и η_4 больше единицы и, следовательно, вибрационный возмущающий момент меньше при закрытых, чем при открытых торцах. Следовательно, выгоднее иметь небольшой поплавок с толстым корпусом и закрытыми торцами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Городецкий О. М., Климов Д. М. О применимости квазистационарного метода для изучения динамики гироскопа с жидкостным подвесом. — Изв. АН СССР. МТТ, 1982, № 4, с. 10—20.
2. Буревиз А. Г., Завьялов Г. А. О влиянии сил инерции смазочного слоя на устойчивость движения шипа в подшипнике конечной длины. — Изв. вузов. Машиностроение, 1963, № 12, с. 38—48.
3. Андрейченко К. П., Могилевич Л. И. О динамике взаимодействия сдвливаемого слоя вязкой несжимаемой жидкости с упругими стенками. — Изв. АН СССР. МТТ, 1982, № 2, с. 162—172.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
5. Бидерман В. Л. Механика тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1977. 488 с.

Саратов

Поступила в редакцию
20.V.1985