

УДК 531.8

ДИНАМИКА И УПРАВЛЕНИЕ МАНИПУЛЯТОРОМ ПРИ ОБРАБОТКЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

БАЛАКИРЕВА Т. Н., ВОРОБЬЕВ Е. И.

1. В публикуемой работе решается задача построения динамической модели и управления движением автоматического манипулятора при выполнении им операций по обработке поверхностей (шлифования, полирования и т. д.). Выполнение таких операций связано с необходимостью управления силовым воздействием манипулятора на обрабатываемую поверхность и скоростью движения инструмента по поверхности. Указанная задача решается как обратная задача динамики [1-5]. Особенностью работы является построение алгоритма управления, обеспечивающего постоянную величину силы прижима инструмента к поверхности переменной кривизны и постоянную скорость его движения, с учетом динамики манипулятора.

2. Выведем уравнения движения плоского m -звенного манипулятора с дополнительной связью (фиг. 1), используя принцип Даламбера. Выражения для главного вектора сил инерции и главного момента сил инерции k -го звена имеют вид [6]:

$$F_k^u = -m_k a_{ck}, \quad M_k^u = Q_k E_k + \Omega_k \times Q_k \Omega_k \quad (2.1)$$

Здесь m_k — масса k -го звена, a_{ck} — ускорение центра масс k -го звена, Q_k — тензор инерции k -го звена, E_k — абсолютное угловое ускорение, Ω_k — абсолютная угловая скорость.

Выражения для скорости и ускорения центра масс k -го звена имеют вид

$$v_{ck} = \frac{dr_{ck}}{dt} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial r_{ck}}{\partial q_i} \dot{q}_i \quad (2.2)$$

$$a_{ck} = \frac{dv_{ck}}{dt} = \sum_{i=1}^m \frac{\partial r_{ck}}{\partial q_i} \ddot{q}_i + \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2 r_{ck}}{\partial q_i \partial q_j} \dot{q}_i \dot{q}_j$$

Выражения для абсолютной угловой скорости и абсолютного углового ускорения запишем в виде

$$\Omega_k = \sum_{i=1}^k \omega_i = \sum_{i=1}^k e_i \dot{q}_i \quad (2.3)$$

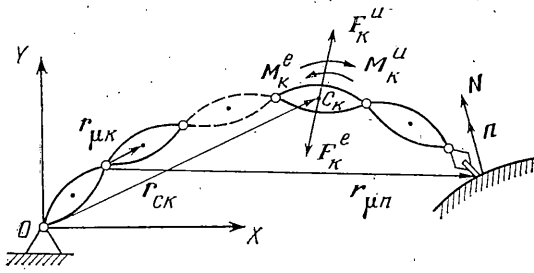
$$E_k = \frac{d\Omega_k}{dt} = \sum_{i=1}^m e_i \ddot{q}_i + \sum_{i=2}^m \sum_{s=1}^m q_s \dot{q}_i (e_s \times e_i)$$

Здесь ω_i — относительная угловая скорость k -го звена, e_i , e_s — единичные векторы осей кинематических пар.

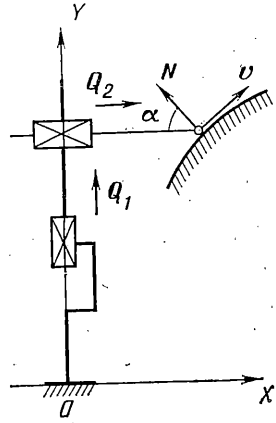
Для плоской системы выражения для главного момента сил инерции и абсолютного углового ускорения k -го звена имеют вид

$$M_k^u = -J_{ck} E_k, \quad E_k = \sum_{i=1}^k \varepsilon_i = \sum_{i=1}^k \ddot{q}_i \quad (2.4)$$

Здесь J_{ck} — момент инерции k -го звена, ε_i — относительное ускорение k -го звена относительно $(k-1)$ -го звена.



Фиг. 1



Фиг. 2

Учитывая выражения (2.1)–(2.4), запишем уравнения движения системы на основе принципа Даламбера

$$\sum_{h=v}^m (F_h^e + F_h^u) e_v + N n e_v + Q_v = 0 \quad (2.5)$$

$$\sum_{h=\mu}^m (M_h^e + M_h^u) e_\mu + \sum_{h=\mu}^m [r_{\mu h} \times (F_h^e + F_h^u)] e_\mu + N (r_{\mu n} \times n) e_\mu + Q_\mu = 0$$

Здесь Q_v — обобщенная сила привода в v -й паре, v — номера поступательных пар, e_v — единичный вектор, Q_μ — обобщенный момент привода в μ -й паре, μ — номера вращательных пар, n — единичный вектор нормали к поверхности.

Для плоской системы уравнения (2.5) примут вид

$$m_h \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial r_{ch}}{\partial q_i} e_v q_i \ddot{} + \sum_{h=v}^m \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m \frac{\partial^2 r_{ch}}{\partial q_i \partial q_j} e_v q_i \dot{q}_j \dot{} - \sum_{h=v}^m F_h^e e_v - N n e_v = Q_v \quad (2.6)$$

$$\sum_{h=\mu}^m M_h^e - \sum_{h=\mu}^m \sum_{i=1}^m J_{ch} q_i \ddot{} + \sum_{h=\mu}^m (r_{\mu h} \times F_h^e) e_\mu - m_h \sum_{h=\mu}^m \sum_{i=1}^m \left(r_{\mu h} \times \frac{\partial r_{ch}}{\partial q_i} \right) e_\mu q_i \ddot{} - m_h \sum_{h=\mu}^m \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m \left(r_{\mu h} \times \frac{\partial^2 r_{ch}}{\partial q_i \partial q_j} \right) e_\mu q_i \dot{q}_j \dot{} + N (r_{\mu n} \times n) e_\mu = Q_\mu$$

Приведенные уравнения (2.6) описывают движение плоского манипулятора общего вида.

3. Решим задачу определения управляющих воздействий для случая, когда задано уравнение обрабатываемой поверхности при условии постоянства нормальной реакции N в точке контакта рабочего инструмента с поверхностью и скорости движения рабочего инструмента по поверхности обрабатываемой детали на примере манипулятора, изображенного на фиг. 2.

Запишем уравнения движения системы для указанного манипулятора

$$m_2 \ddot{x} = Q_2 + N n i, \quad (m_1 + m_2) \ddot{y} = -P_1 - P_2 + Q_1 + N n j \quad (3.1)$$

Здесь m_1, m_2 — массы первого и второго звена манипулятора, x, y —

координаты центров масс звеньев в неподвижной системе координат OXY , P_1, P_2 — вес первого и второго звена манипулятора, Q_1, Q_2 — силы, развиваемые приводами манипулятора в первом и втором шарнирах, N — модуль вектора нормальной силы в точке контакта рабочего инструмента и обрабатываемой поверхности, $\mathbf{n} = \text{grad } f / |\text{grad } f|$, где $f(x, y) = 0$ — уравнение кривой, по которой необходимо осуществить движение инструмента при обработке поверхности, $|\text{grad } f| = [(\partial f / \partial x)^2 + (\partial f / \partial y)^2]^{1/2}$, \mathbf{i}, \mathbf{j} — единичные орты.

Учитывая, что $\text{grad } f = (\partial f / \partial x)\mathbf{i} + (\partial f / \partial y)\mathbf{j}$, перепишем уравнения (3.1) в виде

$$m_2 x'' = Q_2 + N(\partial f / \partial x) / G \quad (3.2)$$

$$(m_1 + m_2) y'' = -P_1 - P_2 + Q_1 + N(\partial f / \partial y) / G, \quad G = |\text{grad } f|$$

Предположим, что движение манипулятора осуществляется от электро-механических приводов, дифференциальные уравнения которых примем в виде

$$U_s = I_s R_s + k_\omega \alpha_s \quad (s=1, 2) \quad (3.3)$$

$$M_s = Q_s r_s / i_s, \quad I_s = M_s / k_M$$

Здесь U_s — управляющее напряжение s -го привода, I_s, R_s — ток и сопротивление якорной цепи, α_s — угловая скорость выходного вала, M_s — момент s -го двигателя, k_M, k_ω, r_s, i_s — постоянные параметры приводов.

На основе (3.3) запишем дифференциальные уравнения приводов в виде (J_s — момент инерции s -го привода):

$$U_s = Q_s k_1 + Q_s k_2 \quad (3.4)$$

$$k_1 = r_s R_s / (i_s k_M), \quad k_2 = k_\omega r_s / (i_s J_s)$$

Найдем выражение для силы Q_2 из первого уравнения (3.2):

$$Q_2 = m_2 x'' - N(\partial f / \partial x) / G \quad (3.5)$$

Продифференцировав (3.5), получим

$$Q_2' = -\frac{N'}{G} \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{N}{G} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} x' + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} y' \right) \left[1 - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 / G^2 \right] + \\ + \frac{N}{G^3} \frac{\partial f}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} x' + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} y' \right) + m_2 x''' \quad (3.6)$$

Решая совместно (3.5), (3.6) и (3.4), получим выражение для управляющего воздействия

$$U = -\frac{k_1 N'}{G} \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{k_1 N}{G} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} x' + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} y' \right) \left[1 - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \frac{1}{G^2} \right] + \\ + \frac{k_1 N}{G^3} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} x' + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} y' \right) - \frac{k_2 N}{G} \frac{\partial f}{\partial x} + k_2 m_2 x'' + k_1 m_2 x''' \quad (3.7)$$

Найдем такое управляющее воздействие, которое уравнение (3.7) обращает в уравнение вида (N^* — программное значение силы реакции):

$$N' = \lambda(N - N^*), \quad \lambda < 0 \quad (3.8)$$

Для этого выразим N' из (3.7) и приравняем его правой части выражения (3.8). Из полученного выражения, выполнив необходимые преобразования, получим значение управляющего воздействия в виде

$$U = -\frac{k_1 \lambda}{G} (N - N^*) \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{k_1 N}{G} \left[\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} x' + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} y' \right) \left(1 - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 \frac{1}{G^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial f}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} x' + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} y' \right) \frac{1}{G^2} \right] - \frac{k_2 N}{G} \frac{\partial f}{\partial x} + k_1 m_2 x''' + k_2 m_2 x'' \quad (3.9)$$

Достоверность того, что управляющее воздействие обеспечивает динамический процесс по N заданного вида (3.8), проверяется непосредственной подстановкой (3.9) в (3.7). Таким образом, для формирования управляющего воздействия, реализующего постоянно нормальную силу N , достаточно использовать лишь один из приводов Q_2 . Имеющуюся избыточность по второй координате используем для реализации условия постоянства скорости движения по поверхности. Это условие, имеющее смысл обеспечения устойчивого значения скорости рабочего инструмента, равной v^* , при движении его по обрабатываемой поверхности, зададим в виде

$$v^* = \gamma(v - v^*), \quad \gamma < 0 \quad (3.10)$$

где v — модуль скорости. Условие (3.10) с учетом $v = (x^2 + y^2)^{1/2}$ (x^* , y^* — проекции скорости на декартовы координаты) можно представить в виде

$$\gamma(v - v^*) = x^* \dot{x}^* / v + y^* \dot{y}^* / v \quad (3.11)$$

В уравнении (3.11) y^* можно заменить, используя уравнение движения манипулятора (3.2) по координате y . Используя (3.11) и (3.2), найдем управляющее воздействие, реализующее условие (3.10)

$$\gamma(v - v^*) = x^* \dot{x}^* / v + y^* [-P_1 - P_2 + Q_1 + N(\partial f / \partial y) / G] / (m_1 + m_2) v \quad (3.12)$$

Продифференцировав (3.12) по времени, получим

$$\begin{aligned} Q_1^* &= y^* (m_1 + m_2) v^* [\gamma(v - v^*) - x^* \dot{x}^* / v] / (y^*)^2 + y^* (m_1 + m_2) \times \\ &\times v [\gamma v^* - ((x^*)^2 + x^* \dot{x}^*) / v] / (y^*)^2 - \left\{ \frac{N}{G} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{N}{G} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} y^* + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} x^* \right) \right\} \times \\ &\times \left(1 - \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \frac{1}{G^2} - \frac{N}{G^3} \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} y^* + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} x^* \right) \right\} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Учитывая дифференциальное уравнение привода (3.4) и выражения (3.12) и (3.13), можно аналогично предыдущему записать выражение для управляющего напряжения

$$\begin{aligned} U^* &= [y^* (m_1 + m_2) v^* (\gamma(v - v^*) - x^* \dot{x}^* / v) / (y^*)^2 + y^* (m_1 + m_2) v / \gamma v^* - \\ &- ((x^*)^2 + x^* \dot{x}^*) / (y^*)^2 - \left(\frac{N}{G} \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{N}{G} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} y^* + \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} x^* \right) \right) \times \\ &\times \left(1 - \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \frac{1}{G^2} - \frac{N}{G^3} \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} y^* + \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} x^* \right) \right)] k_1 + \\ &+ [v (m_1 + m_2) (\gamma(v - v^*) - x^* \dot{x}^* / v) / y^* + P_1 + P_2 - N(\partial f / \partial y) / G] k_2 \end{aligned} \quad (3.14)$$

Синтезированный алгоритм вычисления управляющих воздействий на приводы манипулятора (3.14) построен в предположении, что уравнение обрабатываемой поверхности задано.

4. Рассмотрим теперь решение поставленной задачи для случая, когда уравнение обрабатываемой поверхности не задано.

Пусть α — угол наклона силы N к оси X неподвижной системы координат $\alpha = \text{arctg}(N_y / N_x)$ или $\alpha = \text{arctg}(v_x / v_y)$.

Здесь v_x , v_y — проекции скорости v на неподвижные оси координат, N_x , N_y — проекции силы N , измеряемые силовым датчиком.

Тогда уравнения движения манипулятора (фиг. 2) запишутся в виде

$$m_2 \ddot{x}^* = Q_2 - N \cos \alpha \quad (4.1)$$

$$(m_1 + m_2) \ddot{y}^* = Q_1 + N \sin \alpha + P_1 + P_2$$

Из первого уравнения (4.1) выразим величину нормальной реакции

$$N = (Q_2 - m_2 \ddot{x}^*) / \cos \alpha \quad (4.2)$$

Продифференцировав (4.2) по времени, получим

$$N' = [(Q_2 \dot{} - m_2 x''') \cos \alpha + (Q_2 - m_2 x'') \alpha' \sin \alpha] / \cos^2 \alpha \quad (4.3)$$

Запишем дифференциальное уравнение, обеспечивающее требуемый вид переходного процесса по силе N (N^* — заданная величина нормальной силы в точке контакта рабочего инструмента и детали):

$$N' = \lambda(N - N^*), \quad \lambda < 0 \quad (4.4)$$

Найдем такое управляющее воздействие, которое обращает уравнение (4.3) в уравнение вида (4.4). Для этого, решая совместно (4.3) и (4.4), получим

$$\lambda(N - N^*) = [(Q_2 \dot{} - m_2 x''') \cos \alpha + (Q_2 - m_2 x'') \alpha' \sin \alpha] / \cos^2 \alpha \quad (4.5)$$

Проекция скорости инструмента на ось X равна $v_x = \operatorname{tg} \alpha v_y$. Дифференцируя это выражение по времени, получим

$$v_x'' = x''' = [\cos^2 \alpha (y'' \alpha' + \alpha'' y') + 2(\alpha')^2 y' \cos \alpha \sin \alpha] / \cos^4 \alpha + y'' \alpha' / \cos^2 \alpha + y''' \operatorname{tg} \alpha \quad (4.6)$$

Решая систему уравнений (4.5) и (4.6) относительно x''' , y''' , имеем

$$x''' = [Q_2 \dot{} + (Q_2 - m_2 x'') \operatorname{tg} \alpha \alpha' - \lambda(N - N^*) \cos \alpha] / m_2 \quad (4.7)$$

$$y''' = [Q_2 \dot{} - \lambda(N - N^*) \cos \alpha] / m_2 \operatorname{tg} \alpha + (Q_2 - m_2 x'') \alpha' / m_2 - (2y'' \alpha' + \alpha'' y') / \sin \alpha \cos \alpha - 2(\alpha')^2 y' / \cos^2 \alpha \quad (4.8)$$

Из второго уравнения (4.1) находим $N = [(m_1 + m_2) y'' - Q_1 - P_1 - P_2] / \sin \alpha$. Дифференцируя данное равенство, получим

$$N' = [(m_1 + m_2) y''' - Q_1 \dot{}] / \sin \alpha - [(m_1 + m_2) y'' - Q_1 - P_1 - P_2] \alpha' \cos \alpha / \sin^2 \alpha \quad (4.9)$$

Из (4.4), (4.8) и (4.9) найдем выражение для силы Q_1

$$Q_1 = \lambda(N - N^*) [\sin \alpha \operatorname{tg} \alpha + \cos \alpha (m_1 + m_2) / m_2] / \alpha' - P_1 - P_2 + (m_1 + m_2) y'' + Q_1 \operatorname{tg} \alpha / \alpha' - (m_1 + m_2) \operatorname{tg} \alpha [(Q_2 \dot{} / m_2 \operatorname{tg} \alpha + (Q_2 - m_2 x'') \alpha' / m_2 - (2y'' \alpha' + \alpha'' y') / \sin \alpha \cos \alpha - 2y' (\alpha')^2 / \cos^2 \alpha] / \alpha' \quad (4.10)$$

Выражение (4.10) представляет собой дифференциальное уравнение первого порядка относительно Q_1 , из решения которого может быть найдена управляющая сила Q_1 , обеспечивающая требуемый вид переходного процесса (4.4) по силе N . Это может быть реализовано на основе использования микропроцессоров. Используем вторую координату для обеспечения необходимой скорости движения рабочего инструмента по поверхности обрабатываемой детали. Дифференциальное уравнение, описывающее требуемый вид переходного процесса по скорости движения схвата манипулятора с закрепленным в нем инструментом, имеет вид (3.10). При выполнении условия (4.4) движение схвата происходит без отрыва его от поверхности с заданной величиной реакции N , поэтому отслеживание траектории при обработке поверхности необязательно. Рассмотрим выполнение второго условия — постоянство скорости. Запишем $x' = v \sin \alpha$. Дифференцируя это выражение и учитывая условие (3.10), находим

$$\gamma(v - v^*) = (x'' - v \alpha' \cos \alpha) / \sin \alpha \quad (4.11)$$

Выразим x'' из первого уравнения (4.1):

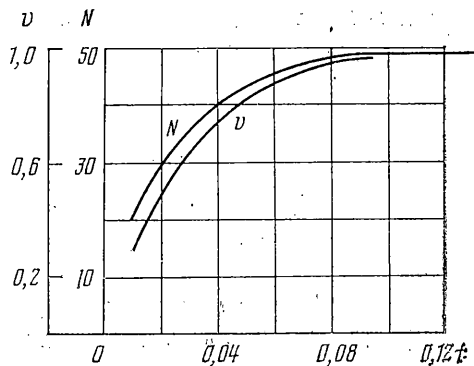
$$x'' = (Q_2 - N \cos \alpha) / m_2 \quad (4.12)$$

Решая совместно (4.11) и (4.12), найдем выражение для силы Q_2 .

развиваемой вторым приводом

$$Q_2 = m_2 \sin \alpha [\gamma (v - v^*) + v \alpha \operatorname{ctg} \alpha] + N \cos \alpha \quad (4.13)$$

Полученные законы управления (4.10) и (4.13) были исследованы путем математического моделирования на ЭВМ. Исследование проводилось при следующих исходных данных: $m_1 = 50$ кг, $m_2 = 30$ кг, $v(0) = 0$, $N(0) = 10$ Н, $\alpha(0) = 0,785$, $N^* = 50$ Н, $v^* = 1$ м/с. Полученные графические зависимости представлены на фиг. 3.



Фиг. 3

Анализ этих зависимостей показывает, что полученные законы управления позволяют реализовать движение рабочего инструмента по обрабатываемой поверхности с заданным силовым воздействием и скоростью. Эти законы управления могут быть реализованы с применением микропроцессоров в системе управления роботов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галиуллин А. С. Обратные задачи динамики. М.: Наука, 1981. 143 с.
2. Градецкий В. Г. Об управлении силой сжатия пневматических схватов промышленных роботов. — В кн.: Пневматика и гидравлика: Приводы и системы управления: М.: Машиностроение, 1984, вып. 11, с. 137—143.
3. Корнев Г. В. Целенаправленная механика управляемых манипуляторов. М.: Наука, 1979. 447 с.
4. Петров В. Н., Крутько П. Д., Попов Е. П. Построение алгоритмов управления как обратная задача динамики. Докл. АН СССР, 1979, т. 247, № 5, с. 1078—1081.
5. Воробьев Е. И. Построение уравнений программного движения пространственных механизмов с несколькими степенями свободы. — Машинovedение, 1981, № 5, с. 42—46.
6. Воробьев Е. И. Алгоритм моделирования динамики механизмов манипуляторов и промышленных роботов. — Механика машин: Сб. статей. М.: Наука, 1978, вып. 53, с. 8—16.

Москва

Поступила в редакцию
6.XII.1985