

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СКРУЧИВАЕМОМ БРУСЕ КРУГОВОГО КОЛЬЦЕВОГО СЕЧЕНИЯ С ДВУМЯ РАЗРЕЗАМИ

КУЛИЕВ С. А.

Изучению проблемы концентрации напряжений в скручиваемых брусках различных поперечных сечений, ослабленных прямолинейными разрезами, посвящено значительное количество работ отечественных и зарубежных ученых. Это связано с актуальностью проблемы в научном и практическом отношении и одновременно ее трудностью, особенно при нахождении эффективного решения, доступного качественному и количественному анализу.

К настоящему времени хорошо изучены и практически применимы лишь решения указанного ряда задач для деталей относительно простой формы. Важные аспекты этой проблемы рассмотрены в [1-5] и других.

Рассмотрим задачу кручения круглого, кольцевого бруса с двумя симметрично расположенными прямолинейными разрезами (фигура).

Обозначим через S поперечное сечение тела, расположенного в плоскости $z = x + iy$. Его границу, состоящую из двух окружностей и прилегающих к внутренней окружности двух разрезов, расположенных по прямой, принимаемой за ось абсцисс, — соответственно через L_1 и L_2 , радиус внутренней окружности — через r , а радиус наружной окружности L_2 — через R .

Пусть $\pm a$ — координаты конечной точки разреза. Начало декартовой системы координат совместим с центром сечения S . Обход L_1 и L_2 будем считать происходящим в положительном направлении относительно области S .

Для определения искомой, регулярной в области S комплексной функции кручения $\varphi_1(z)$ имеем следующие граничные условия [4]:

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) + \overline{\varphi_1(\bar{t})} &= t\bar{t} + C_1 \quad \text{на } L_1 \\ \varphi_1(t) + \overline{\varphi_1(\bar{t})} &= t\bar{t} + C_2 \quad \text{на } L_2 \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь t — аффикс точки кривой L_1 и L_2 ; C_1 и C_2 — некоторые постоянные. Одну из них, например C_1 , можно взять равной нулю.

Введем на внешней окружности L_2 вспомогательную неизвестную чисто мнимую функцию $\omega(t)$ согласно условию:

$$\varphi_1(t) - \overline{\varphi_1(\bar{t})} = 2\omega(t) \quad \text{на } L_2 \quad (2)$$

Сложив почленно равенства (1) и (2), получим соотношение $\varphi_1(t) = \omega(t) + C_2$ на L_2 . Используя далее свойства интегралов типа Коши, перепишем его в следующем виде:

$$\varphi_1(t_0) - \frac{1}{2\pi i} \int_{\substack{L_2 \\ z \rightarrow t_0 \\ \text{изнутри } L_2}} \frac{\omega(t_2)}{t_2 - z} dt_2 - C_2 = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\substack{L_2 \\ z \rightarrow t_0 \\ \text{извне } L_2}} \frac{\omega(t_2)}{t_2 - z} dt_2 \quad (3)$$

Введем в исходной области S новую регулярную в ней функцию $\varphi(z)$ согласно условию:

$$\varphi(z) = \varphi_1(z) - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_2)}{t_2 - z} dt_2 - C_2 \quad (4)$$

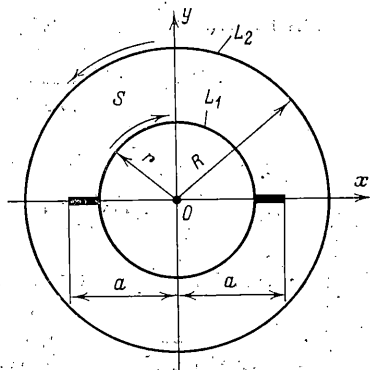
Функция $\varphi(z)$ в силу правой части соотношения (3) аналитически продолжима вне L_2 ; значит, она регулярна всюду вне L_1 и обращается в нуль на бесконечности. Из условия (4) имеем в области S :

$$\varphi_1(z) = \varphi(z) + \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\omega(t_2)}{t_2 - z} dt_2 + C_2 \quad (5)$$

Равенство, сопряженное с граничным значением (5) на L_1 , принимает вид (t — аффикс контура L_1):

$$\overline{\varphi_1(\bar{t})} = \overline{\varphi(\bar{t})} - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\overline{\omega(t_2)}}{\bar{t}_2 - \bar{t}} d\bar{t}_2 + C_2 \quad (6)$$

На окружности L_2 имеем $t\bar{t} = R^2$. Так как функция $\omega(t_2)$ чисто мнимая, то $\overline{\omega(t_2)} = -\omega(\bar{t}_2)$. Кроме того, на контуре L_2 имеем $d\bar{t}_2 = -(R^2/t_2^2) dt_2$, $d\bar{t}_2/(\bar{t}_2 - \bar{t}) = -R^2 dt_2/(t_2^2(R^2/t_2 - t)) = -dt_2/(t_2(1 - t\bar{t}_2/R^2))$.



Учитывая эти соотношения, придадим условию (6) следующий вид:

$$\overline{\varphi_1(t)} = \overline{\varphi(t)} + \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\overline{\omega(t_2)}}{t_2(1-t_2\bar{t}/R^2)} dt_2 + C_2 \quad (7)$$

Поскольку $|t_2\bar{t}/R^2| < 1$, справедливо разложение

$$\left[1 - \frac{t_2\bar{t}}{R^2}\right]^{-1} = \sum_{h=0}^{\infty} \frac{t_2^h(\bar{t})^h}{R^{2h}}$$

тогда формулу (7) можно записать

$$\overline{\varphi_1(t)} = \overline{\varphi(t)} + \sum_{h=0}^{\infty} \left(\frac{\bar{t}}{R}\right)^h \frac{1}{2\pi i R^h} \int_{L_2} \overline{\omega(t_2)} t_2^{h-1} dt_2 + C_2 \quad (8)$$

Введя далее обозначение

$$\overline{\alpha}_h = \frac{1}{2\pi i R^h} \int_{L_2} \overline{\omega(t_2)} t_2^{h-1} dt_2 \quad (9)$$

запишем выражение (8) и сопряженное с ним в следующем виде

$$\begin{aligned} \overline{\varphi_1(t)} &= \overline{\varphi(t)} + \sum_{h=0}^{\infty} \left(\frac{\bar{t}}{R}\right)^h \overline{\alpha}_h + C_2 \\ \varphi_1(t) &= \varphi(t) + \sum_{h=0}^{\infty} \left(\frac{t}{R}\right)^h \alpha_h + C_2 \quad \text{на } L_1 \end{aligned}$$

Учитывая два последних равенства, запишем граничное условие (4):

$$\varphi(t) + \overline{\varphi(\bar{t})} = t\bar{t} - \sum_{h=0}^{\infty} \left[\alpha_h \left(\frac{t}{R}\right)^h + \overline{\alpha}_h \left(\frac{\bar{t}}{R}\right)^h \right] + C_2 \quad \text{на } L_1 \quad (10)$$

Отображающая функция внешности контура L_1 на внешности единичной окружности в плоскости ξ имеет следующий вид [6]:

$$z = g(\xi) = r \left[\frac{\alpha}{2} \left(\xi + \frac{1}{\xi} \right) + \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} \left(\xi + \frac{1}{\xi} \right)^2 - 1} \right] \quad (11)$$

Далее в области S положим $\varphi(z) = \varphi[g(\xi)] = \chi(\xi)$, где $\chi(\xi)$ — регулярная функция вне единичной окружности в плоскости переменной ξ .

Введем обозначения τ для аффикса точки единичной окружности. Таким образом получим

$$\varphi(t) + \overline{\varphi(\bar{t})} = \chi(\tau) + \overline{\chi(\bar{\tau})} \quad \text{на } L_1 \quad (12)$$

На единичной окружности в плоскости ξ представим $t = g(\tau)$ в виде ряда:

$$t = R \sum_{n=-1}^{\infty} \gamma_n \tau^{-n} \quad (13)$$

Тогда

$$\left(\frac{t}{R}\right)^h = \gamma_{-1}^h \tau^h \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^{(h)} \tau^{-n}, \quad \delta_n = \frac{\gamma_{n-1}}{\gamma_{-1}} \quad (14)$$

$$\left(\frac{\bar{t}}{R}\right)^h = \gamma_{-1}^h \tau^{-h} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^{(h)} \tau^n, \quad \delta_0 = 1$$

После некоторых преобразований отображающая функция (11) может быть приведена к виду

$$t = \frac{r\alpha}{2} \left(\tau + \frac{1}{\tau} \right) \left[1 + \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^\nu C_{1/2}^\nu \left(\frac{\alpha}{2} \right)^{-\nu} \sum_{\hbar=2\nu}^{\infty} C_{-2\nu}^{\hbar} \tau^{-\hbar} \right] \quad (15)$$

Сравнивая коэффициенты при одинаковых степенях в выражениях (13) и (15), найдем все значения γ_n ; $\delta_n^{(k)}$ определяются последовательно из рекуррентных формул (заметим, что при рассмотрении числового примера в рядах (20) и (22) были сохранены первые шесть членов). Здесь $\delta_{n_1}^{(1)} = \delta_n$:

$$\delta_n^{(k)} = \sum_{n_1=0}^n \delta_{n_1}^{(1)} \delta_{n-n_1}^{(k-1)} \quad (k=2; 3; \dots; n=0; 1; \dots)$$

Учитывая разложения (10), (12)–(14), граничное условие на L_1 приведем к виду

$$\begin{aligned} \varphi(t) + \overline{\varphi(t)} = \chi(\tau) + \overline{\chi(\tau)} = R^2 \sum_{n=-1}^{\infty} \gamma_n \tau^{-n} \sum_{n=-1}^{\infty} \gamma_n \tau^n - \\ - \sum_{k=0}^{\infty} \left[\alpha_k \gamma_{-1}^k \tau^k \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^{(k)} \tau^{-n} + \overline{\alpha}_k \gamma_{-1}^k \tau^{-k} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^{(k)} \tau^n \right] - 2C_2 \end{aligned} \quad (16)$$

Регулярная функция $\chi(\xi)$ на единичной окружности представима так:

$$\begin{aligned} \chi(\tau) = \sum_{v=0}^{\infty} \beta_v \tau^{-v}, \quad \overline{\chi(\tau)} = \sum_{v=0}^{\infty} \overline{\beta}_v \tau^v \\ \chi(\tau) + \overline{\chi(\tau)} = \sum_{v=0}^{\infty} \beta_v \tau^{-v} + \sum_{v=0}^{\infty} \overline{\beta}_v \tau^v \quad \text{на } L_1 \end{aligned} \quad (17)$$

Учитывая выражение (17), запишем граничное условие (16):

$$\begin{aligned} \sum_{v=0}^{\infty} \beta_v \tau^{-v} + \sum_{v=0}^{\infty} \overline{\beta}_v \tau^v = R^2 \sum_{n=-1}^{\infty} \gamma_n \tau^{-n} \sum_{n=-1}^{\infty} \gamma_n \tau^n - 2C_2 - \\ - \sum_{k=0}^{\infty} \left[\alpha_k \gamma_{-1}^k \tau^k \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^{(k)} \tau^{-n} + \overline{\alpha}_k \gamma_{-1}^k \tau^{-k} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^{(k)} \tau^n \right] \quad \text{на } L_1 \end{aligned} \quad (18)$$

Первое слагаемое в правой части выражения (18) преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \sum_{n=-1}^{\infty} \gamma_n \tau^{-n} \sum_{n=-1}^{\infty} \gamma_n \tau^n = \sum_{n=1}^{\infty} \tau^{-n} \sum_{k=n}^{\infty} \gamma_{k-n-1} \gamma_{k-1} + \\ + \sum_{n=1}^{\infty} \tau^n \sum_{k=n}^{\infty} \tau^n \gamma_{k-1} \gamma_{k-n-1} + \sum_{n=-1}^{\infty} \gamma_n^2 \end{aligned} \quad (19)$$

Аналогично преобразуем второе и третье слагаемые, входящие в правую часть выражения (18):

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k \gamma_{-1}^k \tau^k \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^{(k)} \tau^{-n} = \sum_{k=1}^{\infty} \tau^k \sum_{n=k}^{\infty} \alpha_n \gamma_{-1}^n \delta_{n-k}^{(n)} + \sum_{k=0}^{\infty} \tau^{-k} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \gamma_{-1}^n \delta_{n+k}^{(n)} \\ \sum_{k=0}^{\infty} \overline{\alpha}_k \gamma_{-1}^k \tau^{-k} \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n^{(k)} \tau^n = \sum_{k=1}^{\infty} \tau^{-k} \sum_{n=k}^{\infty} \overline{\alpha}_n \delta_{n-k}^{(n)} \gamma_{-1}^n + \sum_{k=0}^{\infty} \tau^k \sum_{n=0}^{\infty} \overline{\alpha}_n \gamma_{-1}^n \delta_{n+k}^{(n)} \end{aligned} \quad (20)$$

Учитывая равенства (19), (20) в граничном условии (18) и сравнивая в нем коэффициенты при одинаковых степенях τ , получим

$$\begin{aligned} \overline{\beta}_v = R^2 \sum_{n=v}^{\infty} \gamma_{n-v-1} \gamma_{n-1} - \sum_{n=v}^{\infty} \alpha_n \gamma_{-1}^n \delta_{n-v}^{(n)} - \sum_{n=0}^{\infty} \overline{\alpha}_n \gamma_{-1}^n \delta_{n+v}^{(n)} \\ \beta_v = R^2 \sum_{n=v}^{\infty} \gamma_{n-1} \gamma_{n-v-1} - \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \gamma_{-1}^n \delta_{n+v}^{(n)} - \sum_{n=v}^{\infty} \overline{\alpha}_n \gamma_{-1}^n \delta_{n-v}^{(n)} \end{aligned} \quad (21)$$

Для уравнения при нулевой степени τ имеем

$$-2C_2 + R^2 \sum_{n=-1}^{\infty} \gamma_n^2 - \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{-1}^n \alpha_n \delta_n^{(n)} - \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_{-1}^n \bar{\alpha}_n \delta_n^{(n)} = \beta_0 + \bar{\beta}_0 \quad (22)$$

Теперь преобразуем граничное условие на L_2 . На этом контуре справедливо разложение для $\omega(t_2)$ и сопряженное с ним

$$\begin{aligned} \omega(t_2) &= \sum_{n=0}^{\infty} d_n \left(\frac{t_2}{R}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left(\frac{R}{t_2}\right)^n, \\ \overline{\omega(t_2)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \bar{d}_n \left(\frac{R}{t_2}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{D}_n \left(\frac{t_2}{R}\right)^n. \end{aligned} \quad (23)$$

Так как $\omega(t_2) = \overline{\omega(t_2)}$, то из (23) получаем $\bar{d}_n = D_n$. Подставляя значения $\omega(t_2)$ и $\overline{\omega(t_2)}$ в граничное условие (3) на L_2 и учитывая (5), имеем

$$\varphi(t_2) - \overline{\varphi(t_2)} = \sum_{n=0}^{\infty} d_n \left(\frac{t_2}{R}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left(\frac{R}{t_2}\right)^n \quad (24)$$

Функция $\varphi(z)$, регулярная всюду вне контура L_1 (а значит, и на контуре L_2), представима вне единичной окружности в плоскости ξ в следующем виде:

$$\varphi(z) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \beta_{\nu} \tau^{-\nu} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \beta_{\nu} \left[\frac{1}{2\alpha} \left(\frac{z}{r} + \frac{r}{z} \right) + \sqrt{\frac{1}{4\alpha^2} \left(\frac{z}{r} + \frac{r}{z} \right) - 1} \right]^{-\nu} \quad (25)$$

После некоторых математических преобразований выражение (25) приводится к следующему выражению:

$$\varphi(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{z}\right)^n \sum_{i=n-E(n/2)}^n S_{n-i} A_i(i), \quad A_i(i) = \sum_{l=i-E(i/2)}^i \beta_l C^{(i-l)/2}(\alpha)^l$$

$$\alpha = (a^2 + r^2) / (2ar)$$

$$H_m^{(\nu)} = \sum_{k=0}^m S_k^{*} H_k^{(1)} H_{m-k}^{(\nu-1)}, \quad H_k^{(1)} = H_m(\alpha)$$

$$H_m(\alpha) = \sum_{n=0}^{m/2} (-1)^n \varepsilon C_{1/2}^n(2\alpha) 2^n C_{-2n}^{(m-2n)/2}; \quad \varepsilon = \begin{cases} 1/2 & \text{при } n=0 \\ 1 & \text{при } n \neq 0 \end{cases}$$

Величины S_j определяются из условия $S_j + \sum_{n=1}^j S_{j-n} q_n = 0$, $q_n = \frac{H_m^{(\nu)}}{H_0^{(\nu)}}$, $n=1, \dots, j$.

Звездочки означают, что индекс суммирования при переходе к следующему слагаемому, увеличивается на два.

Подставляя граничные значения функции $\varphi(z)$ в (24) и учитывая, что на контуре L_2 справедливо равенство $t_2 \bar{t}_2 = R^2$, получим

$$\begin{aligned} \varphi(t_2) - \overline{\varphi(t_2)} &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{t_2}\right)^n \sum_{i=n-E(n/2)}^n S_{n-i} A_i(i) - \\ &- \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{t_2}{R}\right)^n \left(\frac{r}{R}\right)^n \sum_{i=n-E(n/2)}^n S_{n-i} \bar{A}_i(i) = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} d_n \left(\frac{t_2}{R}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left(\frac{R}{t_2}\right)^n \quad \text{на } L_2 \end{aligned}$$

Таблица 1

	I	II	III
β_2/R^2	$0,98230 \cdot 10^{-2}$	$0,0384850$	$0,96282 \cdot 10^{-2}$
β_4/R^2	$0,88279 \cdot 10^{-2}$	$0,0309245$	$0,90410 \cdot 10^{-2}$
β_6/R^2	$0,80448 \cdot 10^{-2}$	$0,0232456$	$0,84956 \cdot 10^{-2}$
β_8/R^2	$0,70434 \cdot 10^{-2}$	$0,01456$	$0,78158 \cdot 10^{-2}$
β_{10}/R^2	$0,58269 \cdot 10^{-2}$	$0,007183$	$0,72167 \cdot 10^{-2}$
d_2/R^2	$-0,25382 \cdot 10^{-2}$	$-0,0107522$	$-0,56132 \cdot 10^{-2}$
d_4/R^2	$-0,6321 \cdot 10^{-3}$	$-0,0030458$	$-0,251993 \cdot 10^{-2}$
d_6/R^2	$-0,1701 \cdot 10^{-3}$	$-0,9951 \cdot 10^{-3}$	$-0,13085 \cdot 10^{-2}$
d_8/R^2	$-0,47062 \cdot 10^{-4}$	$-0,3412 \cdot 10^{-3}$	$-0,62516 \cdot 10^{-3}$
d_{10}/R^2	$-0,13416 \cdot 10^{-4}$	$0,1275 \cdot 10^{-3}$	$-0,33584 \cdot 10^{-3}$

Таблица 2

z/R	$\tau_{xz}/\mu\tau R$			$\tau_{yz}/\mu\tau R$		
	I	II	III	I	II	III
0,61	—	—	—	0,76	—	—
1,0	—	—	—	1,02	4,08	1,07
0,5i	-0,492	-0,52	-0,59	—	—	—
1,0i	-0,994	-0,98	0,989	—	—	—
0,71	—	—	—	—	0,83	—
0,81	—	—	—	—	—	0,97

Сравнивая в последнем равенстве коэффициенты при одинаковых степенях R/t_2 , будем иметь

$$\left(\frac{r}{R}\right)^n \sum_{i=n-E(n/2)}^n S_{n-i} A_i(i) = -\bar{d}_n, \quad \left(\frac{r}{R}\right)^n \sum_{i=n-E(n/2)}^n S_{n-i} \bar{A}_i(i) = -\bar{d}_n \quad (26)$$

К этим уравнениям следует присоединить уравнения для свободных членов (они отвечают нулевой степени переменной t): $\beta_0 - \beta_0 = \alpha_0$. В системах (25) учтены соотношения $\alpha_n = \bar{\alpha}_n = -\bar{D}_n$, полученные в силу равенств (9) и (23).

Таким образом, задача сводится к решению совокупности четырех бесконечных систем линейных алгебраических уравнений (21), (26) относительно неизвестных $\beta_h, \bar{\beta}_h, \alpha_h$ и $\bar{\alpha}_h$.

Для каждого из заданных относительных размеров сечения в соответствующих системах сохраняются несколько первых уравнений; по их совместному решению определяются неизвестные коэффициенты $\beta_h, \bar{\beta}_h, \alpha_h$ и $\bar{\alpha}_h$. Постоянная C_2 определяется из (22).

При анализе названных систем уравнений установлено, что коэффициенты $\beta_h, \bar{\beta}_h, \alpha_h$ и $\bar{\alpha}_h$ отличны от нуля только при четных значениях индексов. При этом установлено, что $\beta_h = \bar{\beta}_h$ и $\alpha_h = \bar{\alpha}_h$, т. е. эти коэффициенты являются вещественными величинами. Следовательно, системы (21) тождественны между собой. Также тождественны и системы уравнений (26) и (43). Поэтому вместо четырех систем бесконечных линейных алгебраических уравнений (21), (26) достаточно взять две.

Затем из (5) можно определить регулярную в области S функцию $\varphi_1(z)$ и по известным [8] указываемым ниже формулам вычислить компоненты касательных напряжений τ_{xz} и τ_{yz} :

$$\tau_{xz} - i\tau_{yz} = i\mu\tau[\varphi_1'(z) - z'] \quad (27)$$

Для иллюстрации полученных решений рассмотрены три числовых примера при относительных размерах сечения: I. $r/R=0,5$, $a=0,6R$; II. $r/R=0,5$, $a=0,7R$; III. $r/R=0,7$, $a=0,8R$.

При этом из каждой системы линейных алгебраических уравнений были взяты пять первых уравнений. Найденные из них значения коэффициентов β_h и α_h даны в табл. 1.

По формуле (27) были определены компоненты касательных напряжений в характерных точках сечения (см. табл. 2).

Эти значения дают довольно четкое представление о характере изменения напряженного состояния среды при перемещении от вершины щели к наружному контуру.

Следует отметить резкое повышение величины соответствующей компоненты напряжения в концевых точках щели ($z = \pm a$). Это объясняется наличием особенности точного решения в конечных точках разреза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н. Х., Абрамян Б. Л. Кручение упругих тел. М.: Физматгиз, 1963. 686 с.
2. Баренблатт Г. И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении.— ПМТФ, 1961, № 4, с. 3—56.
3. Леонов М. Я. Элементы теории хрупкого разрушения.— ПМТФ, 1961, № 3, с. 85—92.
4. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
5. Панасюк В. В. Некоторые пространственные задачи теории равновесных трещин в деформируемом хрупком теле.— ПМТФ, 1962, № 6, с. 85—93.
6. Сидоров Ю. В., Федорюк М. В., Шабунин М. И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1980. 488 с.
7. Черепанов Г. П. О развитии трещины в сжатых телах.— ПММ, 1966, т. 30, вып. 1, с. 82—93.
8. Шерман Д. И. К вопросу о кручении эллиптического бруса, продольно ослабленного эллиптической же полостью.— Инж. сб., 1959, т. 25, с. 3—19.

Баку

Поступила в редакцию
10.IX.1985

Технический редактор Т. В. Скворцова

«Сдано в набор 05.03.86 Подписано к печати 03.10.86 Т-21219 Формат бумаги 70×108¹/₁₆
 Высокая печать Усл. печ. л. 16,8 Усл. кр.-отт. 24,2 тыс. Уч.-изд. л. 19,2 Бум. л. 5,0
 Тираж 1428 экз. Зак. 2830

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука»,
103717 ГСП, Москва, К-62, Подсоенский пер., 21

2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6