

ТРАНСФОРМАЦИЯ ЖЕСТКОСТИ ОБОЛОЧКИ ЗНАКОПЕРЕМЕННОЙ КРИВИЗНЫ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ РАЗМЕРОВ

НЕДЕШЕВ Ю. Б., ЧЕРНЫШЕВ Г. Н.

Рассмотрены составные оболочки вращения, содержащие участки отрицательной гауссовой кривизны. Отдельные соотношения геометрических параметров, названные в работе особыми размерами, оболочечных конструкций подобного вида приводят к существенному изменению степени деформативности последних и смене типа напряженно-деформируемого состояния, возникающего в оболочках под действием одних и тех же нагрузок. Приведены формулы для определения размеров, придающих оболочкам максимальную жесткость и податливость.

1. Существование особых размеров тесно связано с некорректностью безмоментной краевой задачи. В частности, размеры, при которых безмоментная задача теории оболочек при заданном виде нагрузки не имеет решения, принято называть собственными. Для оболочек вращения отрицательной кривизны такие случаи изучались, например, в [1–3]. Нагрузка, действующая на оболочку, может быть произвольной, важно только, чтобы она совершала достаточно большую работу на перемещениях, близких к изгибаниям. В оболочках собственного размера такие нагрузки вызывают либо преимущественно моментное напряженное состояние, либо напряженное состояние с краевым эффектом высокой интенсивности [4], т. е. напряжения максимальны у краев оболочки.

Особые размеры оболочек отрицательной кривизны влияют на поведение последних только при граничных условиях, допускающих тангенциально возможные изгибания, т. е. когда перемещения, не вызывающие деформаций растяжения — сжатия, удовлетворяют тангенциальным составляющим полных граничных условий. Возможны разные варианты таких условий, например сопряжение двух оболочек или подвижное шарнирное опирание. Последние имеют вид (здесь приняты обозначения монографии [5]):

$$T_1 = G_1 = w = u_2 = 0 \quad (1.1)$$

Получим особые размеры для составных оболочек-моделей реальных гибких элементов волновых герметичных передач, представленных на фиг. 1, а. Оболочки гладкие, без разрывов и изломов срединной поверхности, края шарнирно оперты. Все линейные величины обезразмерены относительно $r_{i \min}$, где $r_i = r_i(\alpha_i)$ — уравнение образующей оболочки.

Оболочка в общем случае несимметрична, т. е. участки отрицательной кривизны могут отличаться друг от друга длиной и геометрией образующей. Для внутренних усилий условия сопряжения в точках $\alpha_1 = 0$, α_{12} в рамках безмоментной теории имеют вид

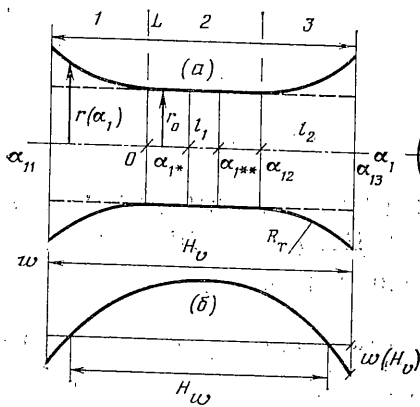
$$T_1^{(1,3)} - T_1^{(2)} = 0, \quad S^{(1,3)} - S^{(2)} = 0 \quad (1.2)$$

Цифрами в верхних скобках обозначены номера участков, в которых действуют силовые факторы.

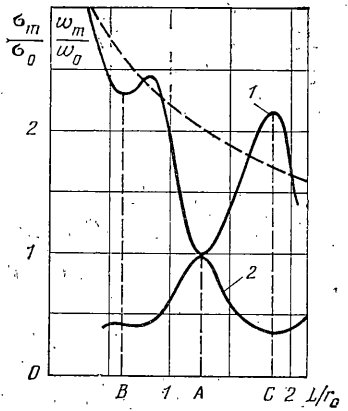
Проинтегрируем однородные безмоментные уравнения для участков отрицательной кривизны. Задаваясь решениями этих уравнений в виде тригонометрических рядов по α_2 ($T_i = \sum T_{im} \cos m\alpha_2$, $S = \sum S_m \sin m\alpha_2$), можно свести их к одному обыкновенному дифференциальному уравнению второго порядка для каждой гармоники m :

$$\Phi_m'' + r^{-1} r'' (m^2 - 1) \Phi_m = 0, \quad T_{1m} = A r^{-2} \Phi_m \quad (1.3)$$

$$T_{2m} = r' A^{-1} r^{-1} \Phi_m, \quad S_m = (\Phi_m r' - \Phi_m' r) r^{-2} m^{-1}, \quad A = \sqrt{1 + (r')^2}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Здесь Φ_m — функция напряжений; штрихи означают производные по осевой координате α_1 . Запишем решение (1.3) для участков отрицательной кривизны:

$$\Phi_m^{(1)} = C_1 f_1 + C_2 f_2, \quad \Phi_m^{(2)} = B_1 z_1 + B_2 z_2 \quad (1.4)$$

Здесь $B_i, C_i, i=1, 2$ — произвольные константы, $f_i(\alpha_1), z_i(\alpha_1), i=1, 2$ — линейно независимые решения (1.3) для разных участков отрицательной кривизны.

Для дальнейшего изложения необходимо выписать условие существования собственного размера шарнирно опертой оболочки отрицательной кривизны [6]:

$$f_1(\alpha_{11}) f_2(\alpha_{13}) - f_1(\alpha_{13}) f_2(\alpha_{11}) = 0 \quad (1.5)$$

Здесь α_{11}, α_{13} — координаты краев оболочки. Условие (1.5) получают приравняв нулю главный определитель системы уравнений, полученной после подстановки решения (1.4) в тангенциальные граничные условия из (1.1), которые для функции напряжений могут быть записаны в виде $\Phi_m^{(1,2)} = 0$ при $\alpha_1 = \alpha_{11}, \alpha_{13}$. Равенство нулю этого определителя свидетельствует о некорректности безмоментной задачи в случае действия произвольной нагрузки.

Безмоментные уравнения для цилиндрического участка после отделения окружной координаты могут быть проинтегрированы непосредственно. Решение имеет следующий вид:

$$T_{1m}^{(2)} = -m D_1 \alpha_1 + D_2, \quad T_{2m}^{(2)} = 0, \quad S_m^{(2)} = D_1,$$

где $D_i, i=1, 2$ — произвольные константы. Подставляя (1.4) в формулы (1.3) и внося величины T_{1m}, S_m в (1.2) и в силовое граничное условие, после преобразований, учитывающих гладкость и неразрывность срединной поверхности, получим систему шести линейных алгебраических уравнений с шестью неизвестными константами:

$$\begin{aligned} C_1 f_1(0) + C_2 f_2(0) - D_2 = 0, \quad C_1 f_1'(0) + C_2 f_2'(0) + m D_1 = 0 \\ B_1 z_1(\alpha_{12}) + B_2 z_2(\alpha_{12}) + m D_1 \alpha_{12} - D_2 = 0 \\ B_1 z_1'(\alpha_{12}) + B_2 z_2'(\alpha_{12}) + m D_1 = 0 \\ C_1 f_1(\alpha_{11}) + C_2 f_2(\alpha_{11}) = 0, \quad B_1 z_1(\alpha_{13}) + B_2 z_2(\alpha_{13}) = 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Условие для определения собственных размеров получим приравняв нулю главный определитель системы (1.6) аналогично условию (1.5). После преобразований имеем

$$[f_1(0) f_2(\alpha_{11}) - f_1(\alpha_{11}) f_2(0)] [z_2'(\alpha_{12}) z_1(\alpha_{13}) - z_2(\alpha_{13}) z_1'(\alpha_{12})] -$$

$$\begin{aligned}
 & - [z_1(\alpha_{12})z_2(\alpha_{13}) - z_1(\alpha_{13})z_2(\alpha_{12})] [f_1(\alpha_{11})f_2'(0) - f_1'(0)f_2(\alpha_{11})] - \\
 & - \alpha_{12} [f_1(\alpha_{11})f_2'(0) - f_1'(0)f_2(\alpha_{11})] [z_2'(\alpha_{12})z_1(\alpha_{13}) - \\
 & - z_2(\alpha_{13})z_1'(\alpha_{12})] = 0
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Проводя аналогичные выкладки для симметричной относительно центрального сечения оболочки, можно показать, что ее собственный размер не будет зависеть от длины цилиндрического участка, если удвоенная длина участков отрицательной кривизны удовлетворяет (1.5), что позволяет отыскивать собственный размер в этом случае, пользуясь уравнением (1.5) вместо относительно более сложного выражения (1.7).

Можно указать размеры оболочек, которые для выполнения (1.7) требуют равенства нулю Вронскиана уравнения (1.3) для его же линейно независимых решений, что, естественно, невозможно. Для симметричной составной оболочки это произойдет, например, когда участки отрицательной кривизны вместе составят оболочку, размеры которой удовлетворяют условию

$$f_1(\alpha_{12})f_2'(\alpha_{11}) - f_1'(\alpha_{11})f_2(\alpha_{12}) = 0 \tag{1.8}$$

Эти размеры назовем особыми размерами второго типа.

Таким образом, у составных оболочек вращения, имеющих в своем составе участки отрицательной кривизны, существует два типа особых размеров: размеры, удовлетворяющие (1.7) (собственные размеры), которые, как будет показано, придают оболочкам повышенную податливость на соответствующие нагрузки, и особые размеры второго типа, которые, что также будет показано, значительно ужесточают оболочку.

2. Влияние особых размеров на напряженно-деформированное состояние составных оболочек рассмотрим на примере поведения оболочек, представленных на фиг. 1, а. На участке $\alpha_{1*} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{1**}$ введена удвоенная толщина и конструктивная ортотропия, имитирующие зубчатый венечный гибких элементов волновых зубчатых передач.

На гибкий элемент действует нагрузка, которую можно приближенно аппроксимировать следующим образом: на участках $\alpha_{1*} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{1**}$, $-\varphi \leq \alpha_2 \leq \varphi$, $\pi - \varphi \leq \alpha_2 \leq \pi + \varphi$ она постоянна и равна P_0 , остальная поверхность оболочки не нагружена.

Учитывая симметрию нагружения, разложим нагрузки в ряд Фурье по четным функциям:

$$P(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{4P_0\varphi}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \sum_{m=2}^{\infty} \cos m\alpha_2 \right) \quad (m=2, 4, 6 \dots)$$

Поскольку на практике задано перемещение зубчатого венца, то решение строилось следующим образом: определялись перемещения и напряжения в оболочке от единичной нагрузки ($P_0=1$), вычислялось отношение заданного перемещения — натяга, с которым колесо посажено на генератор волн, и полученного перемещения, а затем решение для единичной силы домножалось на это отношение. Напряжения и перемещения определялись численно, при помощи метода ортогональной прогонки С. К. Годунова [7], на основе полных моментных уравнений теории оболочек.

На фиг. 2 сплошной линией 1 представлена зависимость максимальных напряжений, возникающих в симметричной составной оболочке с торowymi участками отрицательной кривизны от осевого размера конструкции L , а линией 2 — зависимость от той же величины максимальных перемещений w_m , нормированных относительно заданного натяга w_0 . Фиксировались следующие размеры: радиус торового участка $R_T=2$, длина цилиндрического участка $\alpha_{12}=0,67$, полутолщина оболочки $h=0,0083$, модуль зуба $m_z=0,01$ при числе зубьев $z=200$, длина зубчатого венца $l_1=0,4$.

У оболочек такой геометрии размер $L=1,26$ (точка А на осях абсцисс) удовлетворяет уравнение (1.7) и является собственным для гармоники $m=2$. Длина оболочки $L=1,78$ (точка С) для той же гармоники удовлетворяет (1.8). Размер $L=0,57$ является собственным для $m=4$ (точка В).

Как видно из графиков, величины максимальных напряжений и перемещений существенно меняются при подходе к отмеченным особым точкам. Изменение длин оболочки от размера А до размеров С (разница по длине около 30%) влечет за

собой более чем двукратное увеличение напряжений и снижение податливости в 2,6 раза. Собственным размерам отвечают минимумы на кривой 1 (абсолютный для $m=2$ и локальный для $m=4$) и максимумы на кривой 2. Таким образом, оболочка при подходе к собственным размерам для одной из гармоник нагрузки приобретает повышенную податливость и, наоборот, при подходе к особым размерам второго типа напряжения становятся максимальными, а податливость минимальной.

Для сравнения на фиг. 2 штрихами нанесена зависимость максимальных напряжений, возникающих под действием той же нагрузки в шарнирно опертой цилиндрической оболочке с радиусом, толщиной и размерами зубчатого венца, совпадающими с приведенными выше (см. штриховую линию на фиг. 1, а). Никаких максимумов и минимумов на этой кривой нет, поскольку цилиндрические оболочки особых размеров иметь не могут. Кривая плавно убывает с увеличением длины цилиндра.

Отметим также, что составная конструкция, имеющая участки отрицательной кривизны, на собственных размерах значительно податливее, а на особых размерах второго рода — жестче, нежели цилиндрические оболочки тех же габаритов. Напряжения в первом случае различаются в два раза.

Для объяснения такого поведения оболочек были установлены вклады различных гармоник нагрузки в напряженно-деформированное состояние и зависимость величин этих вкладов от размеров конструкции, что позволило сделать следующие выводы.

На собственных размерах основной вклад в перемещения оболочки вносит именно та гармоника, для которой этот размер и существует. Например, в районе размера A вклад в компоненту перемещения w от гармоники нагрузки $m=2$ почти равен 80% от полного перемещения, около размера B вклад от гармоники $m=4$ порядка 50%. Поскольку перемещения от этих компонент нагрузки являются псевдоизгибаниями [1, 4], то и полные перемещения оболочки от рабочей нагрузки близки к изгибаниям.

Таким образом, деформации растяжения — сжатия, вызываемые этими перемещениями, невелики, что в свою очередь ведет к резкому снижению безмоментных напряжений, из-за чего и происходит падение максимальных напряжений от полной нагрузки при подходе к размерам A и B . Общая податливость конструкции на действие рабочей нагрузки увеличивается, так как оболочка работает в основном на изгиб, а изгибная жесткость тонкостенной оболочки в h^{-2} раз меньше жесткости на растяжение — сжатие.

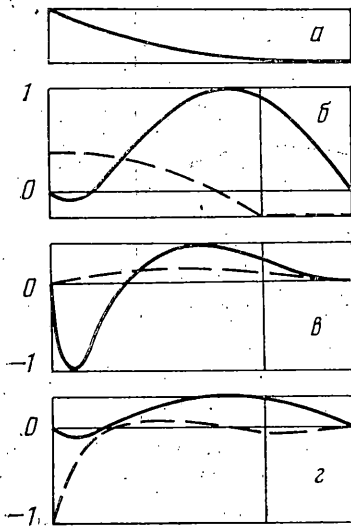
Поскольку максимальные напряжения становятся при собственных размерах преимущественно моментными, то в реальных конструкциях гибких элементов волновых передач рабочие напряжения можно дополнительно уменьшить, меняя в определенных пределах толщину оболочки. Действительно, численный расчет по полной моментной теории дает для размеров A при $h=0,0133 \sigma_m \sigma_0^{-1}=2,46$, а при $h=0,0083 \sigma_m \sigma_0^{-1}=1$, таким образом, $\sigma \sim h^{1,98}$, что подтверждает определяющее влияние изгибных напряжений (моментных напряжений) на напряженное состояние в целом.

При подходе к точке C наблюдается прямо противоположная картина деформирования оболочки. В перемещениях, как и прежде, максимальным остается вклад гармоники $m=2$, но он уже составляет примерно треть полного перемещения w . Вклад остальных гармоник с увеличением их номера уменьшается медленнее, чем в случае собственных размеров ($m=4$ примерно 25%, $m=6$ и $m=8$ в сумме составляют около 10% и т. д.). Перемещения далеки от изгибаний, деформации растяжения — сжатия существенны; определяющий вклад в основное напряженное состояние вносят безмоментные напряжения.

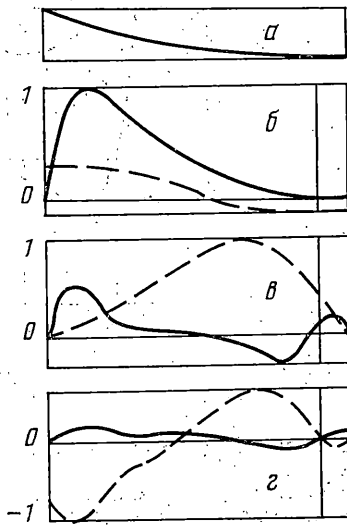
На фиг. 3, 4 приведены графики распределения напряжений вдоль оси оболочки, состоящей из участка отрицательной кривизны, выполненного в форме катеноида ($r_1 = \text{ch } \alpha_1$) и цилиндрического участка. Край оболочки шарнирно оперт, нагрузка равномерно распределена вдоль меридиана по всему участку отрицательной кривизны и по закону $\cos 2\alpha_2$ по окружности. Собственные размеры оболочки в этом случае могут быть определены по формуле (1.7), которая после подстановки решений уравнения (1.3) для катеноида преобразуется к виду

$$\alpha_{12} = -\text{tg}(\sqrt{m^2 - 1} l_2) (m^2 - 1)^{-1} \quad (2.1)$$

Здесь l_2 и α_{12} — длины, соответственно, катеноидного и цилиндрического участков, отнесенные к r_0 . Для $m=2$ особые размеры второго типа лежат в диапазонах



Фиг. 3



Фиг. 4

$l_2 < \pi/2\sqrt{3}$ и $l_2 > \pi/\sqrt{3}$. В этих областях условие (2.1) выполнено быть не может, так как иначе α_{12} станет меньше нуля.

На фиг. 3 для случая собственных размеров ($l_2=1,4$, $\alpha_{12}=0,5$) и на фиг. 4 для случая особых размеров второго типа ($l_2=2$, $\alpha_{12}=0,27$) приведена картина распределения перемещений и напряжений вдоль оси оболочки.

На графиках фиг. 3, а и 4, а представлены образующие оболочек указанных размеров и геометрии. Как видно, разница в геометрии незначительна (радиус цилиндрического участка одинаков), однако поведение оболочек под воздействием одной и той же нагрузки существенно различается.

На фиг. 3, б и фиг. 4, б представлены нормальные прогибы w — сплошные линии и тангенциальные перемещения u — штриховые линии оболочек; на фиг. 3, в, г и 4, в, г сплошными линиями представлены изгибные напряжения, а штриховыми — напряжения растяжения — сжатия, причем на фиг. 3, в, 4, в напряжения, действующие в направлении α_1 , а на фиг. 3, г и 4, г — α_2 . На всех графиках по оси абсцисс отложена длина оси оболочки.

Из графиков можно заключить, что при собственном размере напряженное состояние оболочки вдали от линий действия краевого эффекта практически чисто моментное, и наоборот, при размерах второго типа в основном напряженном состоянии преобладают безмоментные компоненты. Отметим, что в первом случае напряжения краевого эффекта значительно превосходят максимальные напряжения основного напряженного состояния, тогда как во втором случае эти напряжения соизмеримы между собой. При изменении осевого размера всего на 19% (от собственных до особых размеров второго типа) безмоментные напряжения, а с ними и напряжения основного состояния увеличились в десятки раз. Об этом можно судить сравнивая соответствующие величины графиков фиг. 3, в и г, 4, в и г и учитывая, что напряжения краевого эффекта при таком переходе практически постоянны.

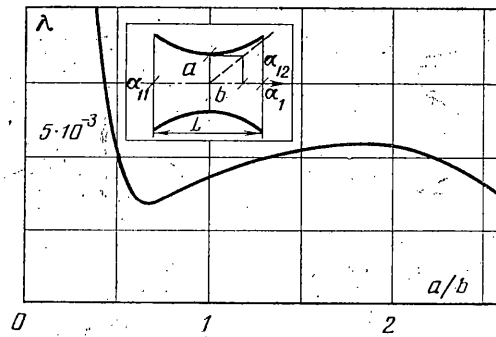
Максимальный прогиб w у оболочек собственного размера обычно располагается в зоне линии сопряжения участков, тогда как для других размеров оболочек характерным местом нахождения максимального прогиба является первая треть — середина участка отрицательной кривизны. Этот вывод важен для технического приложения, поскольку зубчатый венец в реальных конструкциях гибких элементов часто располагается именно в области сопряжения участков.

3. Так как величина частот свободных колебаний является некоторой интегральной характеристикой жесткости оболочки, то на основании приведенных результатов заранее утверждать, что при подходе к собственным размерам частоты оболочек будут снижаться, а около размеров второго типа — увеличиваться.

На фиг. 5 представлена численно полученная зависимость нижних частот колебаний однополостного гиперболоида вращения с размерами $|\alpha_{11}| = \alpha_{12} = b$ и при $m=2$ от величины отношения действительной и мнимой полуосей a/b . Величина $\lambda = a^2 \rho E^{-1} \omega^2$ является безразмерным частотным параметром [6].

Как видно, эта кривая действительно имеет минимум и максимум. Первый соответствует величине $a/b=0,6$, при которой выполняется условие (2.1), т. е. размер $L=2b$ становится собственным, второй — размеру $a/b=2$. Как будет показано, при последнем значении a/b размер $L=2b$ удовлетворяет условию (1.8), т. е. это особый размер второго типа.

Изучим влияние особых размеров на асимптотические оценки нижних частот свободных колебаний оболочек и установим степень соответствия этих оценок реальным зависимостям изменения частот от толщины (т. е. без стремления толщины оболочки к нулю) в разных диапазонах размеров.



Фиг. 5

Рассмотрим оболочки вращения, состоящие только из участка отрицательной кривизны. Как известно [8], нижние собственные частоты таких оболочек подчиняются оценке $\lambda \sim O(h^{3/2})$ при любых граничных условиях, что обычно хорошо подтверждается численным расчетом, начиная с толщин $h \leq 0,01$. Например в первом столбце приведены значения нижних частот однополостного гиперboloида с размерами $a=1$, $b=2,282$, $|\alpha_{11}|=3,795$, $\alpha_{12}=0,77$, заземленного по краю α_{11} и свободного по краю α_{12} . В данном диапазоне изменения толщины $\lambda \sim h^{0,72}$:

h	0,0115		0,017			
λ	0,0083	0,0074	0,035	0,103	0,0065	0,0034
h	0,00385		0,0017			
λ	0,0038	0,001	0,00074	0,0013	0,0023	0,00064
h	0,00256		0,00085			
λ	0,0028	0,00068	0,00037	0,00042	0,00157	—

Наличие собственного размера изменяет эту оценку, которая согласно [8] становится $\lambda \sim O(h^{1/2})$. Во втором столбце приведены нижние частоты свободных колебаний шарнирно опертого гиперboloида, имеющего следующие размеры: $L=2b$, $a/b=0,6$ (там, где это не будет оговорено, $\alpha_{11}=b$). Эти размеры являются собственными для $m=2$, на эти же формы приходится и наименьшие частоты оболочки [8]. Зависимость частоты от толщины имеет вид $\lambda \sim h^{0,52}$, что близко к асимптотической оценке, причем опять-таки с толщин $h \leq 0,01$.

Но существуют такие собственные размеры оболочек отрицательной кривизны, при которых изгибания, точно удовлетворяющие тангенциальным граничным условиям, с высокой степенью точности удовлетворяют и нетангенциальным граничным условиям. При этом известные асимптотические оценки частот таких оболочек в области реально встречающихся толщин не работают.

Действительно, обозначая собственный размер оболочки H_v , а размер, при котором обращается в нуль нормальная компонента изгибаний, — $w = H_w$ (пусть для определенности $H_w < H_v$) и учитывая малую изменчивость напряженно-деформированного состояния на нижних частотах, можно написать следующую оценку невязки в нетангенциальных граничных условиях (см. фиг. 1, б): $w(H_v) = 1/2 w'(H_w) \cdot (H_v - H_w)$, $w'(H_w) \sim 1$.

При малой разности $H_v - H_w$ невязка $w(H_v)$ является малой величиной и, следовательно, краевой эффект значительно ослабляется. Поскольку первое приближение частоты на собственном размере зависит в основном от этой величины [6], то при малой разнице $H_v - H_w$ в диапазоне реальных толщин будут получаться частоты, пропорциональные более высокой степени h .

В качестве примера в третьем и четвертом столбцах приведены первые собственные частоты шарнирно опертых оболочек с $\alpha_{12}=0,268b$ и $m=3$, $\alpha_{12}=0$, $m=4$ (у обоих $a/b=0,6$). Частотные параметры пропорциональны соответственно h^1 и $h^{1,84}$. Как показывает расчет и анализ изгибаний, в первом случае $2(H_v - H_w) = 0,01b$, а во втором, при $\alpha_1 = \alpha_{11}$: $H_v - H_w = 0,005b$ и $H_v - H_w = 0$ при $\alpha_1 = 0$, причем частота становится почти релеевской.

Условием существования особых размеров второго типа для оболочек отрицательной кривизны является равенство (1.8). Действительно, при его выполнении, уравнение (1.5) не может иметь решений; так как его левая часть преобразуется в определитель Вронского дифференциального уравнения (1.3), а функции f_1 и f_2 являются линейно независимыми решениями последнего.

Например, для однополостного гиперboloида вращения в случае $m=2$ выражение (1.8) будет справедливо при $\alpha_{12}=0$ для любых соотношений a и b и, наоборот, при $a/b=2$ — для любого значения α_{12} . Последнему случаю и соответствует максимум на частотной кривой фиг. 5. В пятом столбце приведены нижние частоты такой оболочки ($\alpha_{12}=b$) для случая $m=2$. Как можно убедиться, в этом случае $\lambda \sim h^{0,32}$, т. е. слабо зависит от толщины оболочки. Однако наименьшие частоты в этом случае соответствуют большей изменчивости ($m=4$) и подчиняются общей асимптотической зависимости для оболочек отрицательной кривизны начиная с $h \leq 0,01$ (см. шестой столбец таблицы, где $\lambda \sim h^{0,74}$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гольденвейзер А. Л. Математическая жесткость поверхностей и физическая жесткость оболочек. — Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 6, с. 65—77.
2. Власов В. З. К теории безмоментных оболочек вращения. — Изв. АН СССР. ОТН, 1955, № 5, с. 55—84.
3. Шачнев В. А. О корректности некоторых задач безмоментной теории оболочек отрицательной кривизны. — ПММ, 1969, т. 33, вып. 4, с. 676—687.
4. Гольденвейзер А. Л. Геометрический критерий безмоментности напряженного состояния упругой тонкой оболочки. — В сб.: Проблемы механики сплошной среды. М.: Изд-во АН СССР, 1961, с. 114—127.
5. Гольденвейзер А. Л. Теория упругих тонких оболочек. 2-е изд., перераб. М.: Наука, 1976. 512 с.
6. Недёшев Ю. Б. Расчет свободных колебаний оболочки отрицательной кривизны, используемой в качестве гибкого элемента волновой передачи. — Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 5, с. 144—149.
7. Годунов С. К. О численном решении краевых задач для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений. — Успехи матем. н., 1961; т. 16, вып. 3, с. 171—174.
8. Гольденвейзер А. Л., Лидский В. Б., Товстик П. Е. Свободные колебания тонких упругих оболочек. М.: Наука, 1979. 384 с.

Москва

Поступила в редакцию
23.I.1985