

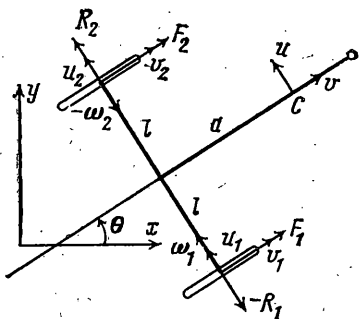
УДК 531.8

О ТОРМОЖЕНИИ ТРЕХКОЛЕСНОГО ЭКИПАЖА

ЛЮБИМЦЕВ Я. К., ФУФАЕВ Н. А.

Задача о торможении трехколесного экипажа, движущегося вдоль плоскости, при определенных предположениях сводится к изучению динамики системы с неустойчивыми кинематическими связями. Проводится оценка времени торможения и максимальных значений переменных, характеризующих положение экипажа.

1. Рассмотрим движение трехколесного экипажа, который совершает плоскопараллельное перемещение, при следующих упрощающих предположениях: экипаж — это твердое тело, симметричное относительно продольной средней плоскости, центр масс экипажа находится на расстоянии a от оси задних колес; самоориентирующееся переднее колесо считается гладкой опорой; два задних колеса — жесткие диски, взаимодействующие с опорной плоскостью и тормозными колодками посредством сил сухого трения, подчиняющихся закону Кулона — Амонтона.



При сделанных предположениях задача о торможении экипажа сводится к изучению динамики системы с неустойчивыми кинематическими связями, так как задние колеса могут катиться без скольжения (связь наложена) и со скольжением (кинематическая связь отсутствует).

Эта система в частном случае, когда $a=0$, рассмотрена в [1], где при записи выражений для сил сухого трения допущена неточность. Составим уравнения движения экипажа, используя теорию движения систем с качением [2]¹. В качестве обобщенных координат возьмем декартовы координаты x и y центра масс экипажа, угол θ между продольной осью экипажа и осью x , а также углы φ_1 и φ_2 собственного вращения правого и левого колес (фигура). Введем характеристики $\pi_1 \equiv \omega_1 = \dot{\varphi}_1$, $\pi_2 \equiv \omega_2 = \dot{\varphi}_2$, $\pi_3 \equiv \dot{\omega} = \dot{\theta}$, $\pi_4 \equiv u = -\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta$, $\pi_5 \equiv v = \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta$. Отметим, что π_4 и π_5 являются квазикоординатами. Выразим через них поперечные u_1 , u_2 и продольные v_1 , v_2 составляющие скоростей скольжения правого и левого колес $u_1 = u_2 = u - a\omega$, $v_1 = v + l\omega - r\omega_1$, $v_2 = v - l\omega - r\omega_2$. Составим выражения виртуальной работы сил сухого трения

$$\delta A = F_1 (\delta \pi_5 + l \delta \pi_3 - r \delta \pi_1) + F_2 (\delta \pi_5 - l \delta \pi_3 - r \delta \pi_2) + (R_1 + R_2) (\delta \pi_4 - a \delta \pi_3) + M_1 \delta \pi_1 + M_2 \delta \pi_2$$

и найдем обобщенные реакции

$$\begin{aligned} \Pi_1 &= M_1 \delta \pi_1 - r F_1, & \Pi_2 &= M_2 \delta \pi_2 - r F_2 \\ \Pi_3 &= l(F_1 - F_2) - a(R_1 + R_2), & \Pi_4 &= R_1 + R_2, & \Pi_5 &= F_1 + F_2 \end{aligned} \quad (1.1)$$

¹ Фуфаев Н. А. К теории движения колесных экипажей. — В кн.: Тез. докл. I Всесоюз. научн. конф. «Научн.-техн. сотрудничество «Предприятие — вуз». М.: Изд-во МГУ, 1980, ч. 2, с. 34—35.

В (1.1) реакции $F_1 = -v_1 K_1$, $R_1 = -u_1 K_1$, $K_1 = \nu N(u_1^2 + v_1^2)^{-1/2}$, если $u_1 \neq 0$ и (или) $v_1 \neq 0$, и принимают любое значение в области $0 < (F_1^2 + R_1^2)^{1/2} < \nu N$, если $u_1 = v_1 = 0$. Здесь ν — коэффициент трения скольжения, N — сила нормального давления на колесо, предполагаемая в дальнейшем постоянной.

Реакции $F_2 = -v_2 K_2$, $R_2 = -u_2 K_2$, $K_2 = \nu N(u_2^2 + v_2^2)^{-1/2}$, если $u_2 = u_1 \neq 0$ и (или) $v_2 \neq 0$, и принимают любое значение в области $0 < (F_2^2 + R_2^2)^{1/2} < \nu N$, если $u_2 = v_2 = 0$; тормозные моменты $M_{1,2}^0 = -M_{1,2} \text{sign } \omega_{1,2}$, если $\omega_{1,2} \neq 0$, и $-M_{1,2} < M_{1,2}^0 < M_{1,2}$, если $\omega_{1,2} = 0$.

При качении обоих колес со скольжением уравнения движения экипажа имеют вид

$$\begin{aligned} I_0 \omega_1^* &= \Pi_1, & I_0 \omega_2^* &= \Pi_2, & I_0 \omega^* &= \Pi_3, \\ m u^* &= \Pi_4 - m \omega v, & m v^* &= \Pi_5 + m \omega u \end{aligned} \quad (1.2)$$

где m — масса экипажа, I — центральный момент инерции относительно оси, перпендикулярной плоскости качения, I_0 — осевой момент инерции колеса; обобщенные силы Π_1, \dots, Π_5 определяются выражениями (1.1).

Уравнения (1.2) описывают движение изображающей точки в пятимерном фазовом пространстве $\Phi_5(u, v, \omega, \omega_1, \omega_2)$.

Для определения траектории движения центра масс и угла поворота θ экипажа необходимо добавить уравнения $x = -u \sin \theta + v \cos \theta$, $\theta^* = \omega$, $y^* = u \cos \theta + v \sin \theta$.

Кроме движения, при котором происходит скольжение колес как по опорной плоскости, так и относительно тормозных колодок, возможны другие режимы движения: заблокировано правое колесо ($\omega_1 = 0$); заблокировано левое колесо ($\omega_2 = 0$); заблокированы оба колеса ($\omega_1 = \omega_2 = 0$); правое колесо катится без скольжения ($u_1 = v_1 = 0$); левое колесо катится без скольжения ($u_2 = v_2 = 0$); оба колеса катятся без скольжения ($u_1 = u_2 = v_1 = v_2 = 0$).

Запишем уравнения движения и условия реализации этих режимов [2].

При блокировке правого колеса изображающая точка движется в фазовом пространстве Φ_5 по гиперплоскости $\omega_1 = 0$ согласно системе (1.2) без первого уравнения. Это движение реализуется в области G_{ω_1} , определяемой соотношениями

$$r v_1 K_1 - M_1 \leq 0, \quad r v_1 K_1 + M_1 \geq 0 \quad (1.3)$$

которые при знаке равенства дают границы $\Gamma_{\omega_1}^+$ и $\Gamma_{\omega_1}^-$ области G_{ω_1} .

При блокировке второго колеса уравнения движения изображающей точки по гиперплоскости $\omega_2 = 0$ — это уравнения (1.2) без второго из них. Данный режим реализуется в области G_{ω_2} , определяемой соотношениями

$$r v_2 K_2 - M_2 \leq 0, \quad r v_2 K_2 + M_2 \geq 0 \quad (1.4)$$

которые при знаке равенства дают границы $\Gamma_{\omega_2}^+$ и $\Gamma_{\omega_2}^-$ области G_{ω_2} .

Уравнения движения в случае, когда заблокированы оба колеса, имеют вид

$$\begin{aligned} I \omega^* &= l(v_2 K_2 - v_1 K_1) + a(u_2 K_2 + u_1 K_1) \\ m u^* &= -u_1(K_1 + K_2) - m \omega v, & m v^* &= -v_1 K_1 - v_2 K_2 + m \omega u \\ u_1 &= u - a \omega, & v_1 &= v + l \omega, & v_2 &= v - l \omega \end{aligned}$$

Они описывают движение изображающей точки в области $G_{\omega_1, \omega_2} = G_{\omega_1} \cap G_{\omega_2}$ до тех пор, пока одновременно выполняются условия (1.3) и (1.4).

В случае, когда правое колесо катится без скольжения, уравнения движения изображающей точки по гиперплоскости $u_1 = v_1 = 0$ — это уравнения (1.2), в которых Π_i ($i = 1, 2, \dots, 5$) определяются соотношением (1.1), где $F_2 = \nu N \text{sign } v_2$ и $R_2 = 0$, F_1 и R_1 остаются неизвестными. Разрешая их относительно ω_1 , ω_2 и v_2 , получаем

$$\begin{aligned} \Delta \omega_1^* &= -r^{-1} M_1 I_1 \text{sign } \omega_1 - \nu N I_2 \text{sign } v_2 - 0,5 m^2 a r \omega_1 (r \omega_1 - r \omega_2 - v_2) + \\ &+ 0,25 m a l^{-2} I_1 (r \omega_1 - r \omega_2 - v_2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_0 \omega_2 &= r v N \operatorname{sign} v_2 - M_2 \operatorname{sign} \omega_2 \\
\Delta v_2 &= -M_1 I_2 \operatorname{sign} \omega_1 + M_2 (I_1 + m r^2 I_0^{-1} I_3) \operatorname{sign} \omega_2 - \\
&- 2 r v N I_4 (I_3 I_0^{-1} + 2 l^2 r^{-2}) \operatorname{sign} v_2 + m a I_4 \omega_1 (r \omega_1 - r \omega_2 - v_2) + \\
&+ 0,25 m a r l^{-2} I_2 (r \omega_1 - r \omega_2 - v_2)^2 \\
I_1 &= I + m (a^2 + l^2), \quad I_2 = I + m (a^2 - l^2), \quad I_3 = I + m a^2 \\
I_4 &= I_0 + 0,5 m r^2, \quad \Delta = m r I_3 + r^{-1} I_0 I_1
\end{aligned} \tag{1.5}$$

а остальные фазовые переменные определяются формулами

$$\begin{aligned}
u &= a \omega, \quad v = 0,5 (r \omega_1 + r \omega_2 + v_2) \\
\omega &= (2l)^{-1} (r \omega_1 - r \omega_2 - v_2)
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Движение по гиперплоскости $u_1 = v_1 = 0$ реализуется в области $G_{u_1 v_1}$, определяемой соотношением

$$\begin{aligned}
\{v N [a l I^{-1} \sin \theta_1 - (m^{-1} + r^2 I_0^{-1} + l^2 I^{-1}) \cos \theta_1 + (l^2 I^{-1} - m^{-1}) \operatorname{sign} v_2] + \\
+ r M_1 I_0^{-1} \operatorname{sign} \omega_1 + \omega u\} \cos \theta_1 - \{v N [(m^{-1} + a^2 I^{-1}) \sin \theta_1 - \\
- a l I^{-1} \cos \theta_1 + a l I^{-1} \operatorname{sign} v_2] + \omega v\} \sin \theta_1 \leq 0
\end{aligned} \tag{1.7}$$

которое должно выполняться для θ_1 из интервала $0 \leq \theta_1 < 2\pi$ при заданных значениях параметров и фазовых переменных. При знаке равенства соотношения (1.7) определяют границу $\Gamma_{u_1 v_1}$ области $G_{u_1 v_1}$.

Когда левое колесо катится без скольжения, уравнения движения изображающей точки на гиперплоскости $u_2 = v_2 = 0$ — это вновь уравнения (1.2), в которых Π_i ($i=1, \dots, 5$) определяются соотношениями (1.1), где $F_1 = -v N \operatorname{sign} v_1$, $R_1 = 0$, а F_2 и R_2 неизвестны.

После перехода к переменным ω_1 , ω_2 , v_1 уравнения совпадут с (1.5), (1.6), если в них индексы 1 и 2 поменять местами.

Движение по гиперплоскости $u_2 = v_2 = 0$ реализуется в области $G_{u_2 v_2}$, определяемой соотношением

$$\begin{aligned}
\{v N [-a l I^{-1} \sin \theta_2 - (m^{-1} + r^2 I^{-1} + l^2 I^{-1}) \cos \theta_2 + \\
+ (l^2 I^{-1} - m^{-1}) \operatorname{sign} v_1] + r M_2 I_0^{-1} \operatorname{sign} \omega_2 + \omega u\} \cos \theta_2 - \\
- \{v N [(m^{-1} + a^2 I^{-1}) \sin \theta_2 + a l I^{-1} \cos \theta_2 - a l I^{-1} \operatorname{sign} v_1] + \omega v\} \sin \theta_2 \leq 0
\end{aligned} \tag{1.8}$$

которое для заданных значений параметров и фазовых переменных должно выполняться при $0 \leq \theta_2 < 2\pi$. При знаке равенства (1.8) определяют границу $\Gamma_{u_2 v_2}$ области $G_{u_2 v_2}$.

Когда оба колеса катятся без скольжения, в области $G_{v_1 v_2} = G_{u_1 v_1} \cap G_{u_2 v_2}$ уравнения движения после исключения всех неизвестных, кроме ω_1 и ω_2 , принимают вид

$$\begin{aligned}
I_4 (\omega_1 + \omega_2) &= -M_1 \operatorname{sign} \omega_1 - M_2 \operatorname{sign} \omega_2 + I_5 (\omega_1 - \omega_2)^2 \\
I_6 (\omega_1 - \omega_2) &= -M_1 \operatorname{sign} \omega_1 + M_2 \operatorname{sign} \omega_2 - I_5 (\omega_1^2 - \omega_2^2) \\
I_5 &= m a r^2 / (4l), \quad I_6 = I_0 + I_3 r^2 / (2l^2)
\end{aligned} \tag{1.9}$$

Остальные фазовые переменные определяются по формулам $u = a \omega$, $\omega = v/l$, $v = r(\omega_1 - \omega_2)/2$.

Изображающая точка движется в области $G_{v_1 v_2}$ до тех пор, пока выполняются условия

$$\begin{aligned}
v N (m^{-1} + m_1^{-1} \sin 2\theta_i) + [v N a^2 I^{-1} \sin \theta_i + m_1 F_{3-i} + (4l)^{-1} r^2 (\omega_1^2 - \omega_2^2)] \sin \theta_i + \\
+ [(l^2 I^{-1} - m^{-1}) F_{3-i} + (l^2 I^{-1} + r^2 I_0^{-1}) v N \cos \theta_i - r I_0 M_{3-i} \operatorname{sign} \omega_{3-i} - \\
- (2l)^{-2} a r^2 (\omega_1 - \omega_2)^2] \cos \theta_i \geq 0, \quad m_i = (-1)^i I / (a l) \quad (i=1, 2)
\end{aligned}$$

Здесь F_1 и F_2 определяются из выражений

$$\begin{aligned} rI_4(F_1+F_2) &= (I_0-I_4)(\text{sign } \omega_1+\text{sign } \omega_2)-I_0I_5(\omega_1-\omega_2)^2 \\ rI_6(F_1-F_2) &= (I_0-I_6)(\text{sing } \omega_1-\text{sign } \omega_2)+I_0I_5(\omega_1^2-\omega_2^2) \end{aligned}$$

для всех θ_1, θ_2 из интервала $(0, 2\pi)$ при заданных значениях параметров и фазовых переменных.

Сформулируем задачу: при заданных $u_0, v_0, \omega_0, \omega_{10}, \omega_{20}, x_0, y_0, \theta_0$ дать оценку времени торможения T экипажа и максимальных значений переменных x, y, θ в зависимости от физических параметров.

2. Проведем оценку времени торможения и величин координат. Воспользуемся методом функций Ляпунова. Рассмотрим положительно-определенную в пространстве $u, v, \omega, \omega_1, \omega_2$ функцию

$$2V(u, v, \omega, \omega_1, \omega_2) = m(u^2+v^2) + I\omega^2 + I_0(\omega_1^2 + \omega_2^2) \quad (2.1)$$

полная производная которой по времени, вычисленная с использованием (1.4), — отрицательно-определенная в том же пространстве функция

$$\begin{aligned} dV/dt = V^*(u, v, \omega, \omega_1, \omega_2) &= -M_1|\omega_1| - M_2|\omega_2| - \\ -\nu N\{[(u-a\omega)^2 + (v+l\omega-r\omega_1)^2]^{1/2} + [(u-a\omega)^2 - (v-l\omega-r\omega_2)^2]^{1/2}\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Следовательно, выполняются условия теоремы об устойчивости в целом решения $u=v=\omega=\omega_1=\omega_2=0$ [3] и экипаж останавливается, каковы бы ни были начальные значения величин $u_0, v_0, \omega_0, \omega_{10}, \omega_{20}$.

Выражения для V и V^* несколько упрощаются в различных областях G . Например, в области $G_{\omega_1\omega_2}$ (оба колеса заблокированы):

$$V^* = -\nu N\{[(u-a\omega)^2 + (v+l\omega)^2]^{1/2} + [(u-a\omega)^2 + (v-l\omega)^2]^{1/2}\}$$

В области $G_{v\omega_2}$ (оба колеса катятся без скольжения) $8l^2V(\omega_1, \omega_2) = (r^2I_1 + 4I_0l^2)(\omega_1^2 + \omega_2^2) - 2r^2I_2\omega_1\omega_2$, а производная $V^* = -M_1|\omega_1| - M_2|\omega_2|$.

Оценим время торможения экипажа и значения функций $|x(t)|, |y(t)|, |\theta(t)|$. Рассмотрим частный случай, когда за время торможения экипаж движется со скольжением. Используя выражения (2.1) и (2.2), определим верхнюю границу $|V^*|$ и покажем, что существует число $A > 0$, для которого $|V^*| \geq A\nu N(2V)^{1/2}$. Рассмотрим разность

$$\begin{aligned} V^* - 2VA^2\nu^2N^2 &= M_1^2\omega_1^2 + 2M_1M_2|\omega_1||\omega_2| + \\ + M_2^2\omega_2^2 + B_1^2 + B_2^2 + 2(M_1|\omega_1| + M_2|\omega_2|)(B_1 + B_2) + 2B_1B_2 - A^2B_3^2 \\ B_i &= \nu N[(u-a\omega)^2 + (v+l\omega-r\omega_i)^2]^{1/2} \quad (i=1, 2) \\ B_3 &= \nu N[m(u^2+v^2) + I\omega^2 + I_0(\omega_1^2 + \omega_2^2)]^{1/2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Она заведомо неотрицательна, если неотрицательна квадратичная форма $(L_1 = M_1\nu^{-1}N^{-1}, L_2 = M_2\nu^{-1}N^{-1})$:

$$\begin{aligned} M_1^2\omega_1^2 + M_2^2\omega_2^2 + B_1^2 + B_2^2 - A^2B_3^2 &= \nu^2N^2\{ (2-mA^2)(u^2+v^2) + \\ + [2(a^2+l^2) - IA^2]\omega^2 + (L_1^2+r^2-I_0A^2)\omega_1^2 + (L_2^2+r^2-I_0A^2)\omega_2^2 - \\ - 4au\omega - 2r[v(\omega_1+\omega_2) + l\omega(\omega_2-\omega_1)] \} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Легко показать, что форма (2.4) неотрицательна при $0 \leq A \leq A^*$, где A^* — наименьший положительный корень уравнения, являющийся функцией физических параметров системы:

$$\Delta_5 \equiv \begin{vmatrix} 2 - mA^2 & 0 & -2a & 0 & 0 \\ 0 & 2 - mA^2 & 0 & -r & -r \\ -2a & 0 & 2(a^2 + l^2) - IA^2 & -lr & lr \\ 0 & -r & -lr & L_1^2 + r^2 - I_0A^2 & 0 \\ 0 & -r & lr & 0 & L_2^2 + r^2 - I_0A^2 \end{vmatrix} = 0$$

Истинное значение $A = A_0$, при котором (2.3) неотрицательна, больше A^* .

При $A=A_0$ имеем $V \leq -A_0 v N (2V)^{1/2}$, откуда

$$\begin{aligned} D &= [m(u^2+v^2) + I\omega^2 + I_0(\omega_1^2 + \omega_2^2)]^{1/2} \leq \\ &\leq [m(u_0^2+v_0^2) + I\omega_0^2 + I_0(\omega_{10}^2 - \omega_{20}^2)]^{1/2} - A_0 v N (t-t_0) = \\ &= D_0 - A_0 v N (t-t_0) = D_1 \end{aligned} \quad (2.5)$$

В момент остановки экипажа $u=v=\omega=\omega_1=\omega_2=0$, поэтому время торможения

$$T \leq T_0 = D_0 (A_0 v N)^{-1} \quad (2.6)$$

Оценим модули функций $x(t)$, $y(t)$, $\theta(t)$. Из соотношений $u^2+v^2 = x^2+y^2$, $\omega=\theta'$ и (2.5) имеем $|x'(t)| \leq m^{-1/2} D_1$, $|y'(t)| \leq m^{-1/2} D_1$, $|\theta'(t)| \leq I^{-1/2} D_1$ и после интегрирования

$$\begin{aligned} |x(t)| &\leq m^{-1/2} D_2 (t-t_0) + |x_0|, \quad |y(t)| \leq m^{-1/2} D_2 (t-t_0) + |y_0| \\ |\theta(t)| &\leq I^{-1/2} D_2 (t-t_0) + |\theta_0|, \quad (t \geq t_0), \quad D_2 = D_0 - A_0 v N (t-t_0) / 2 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Неравенства (2.6) и (2.7) дают оценку времени торможения и $|x(t)|$, $|y(t)|$, $|\theta(t)|$ в случае, когда движение происходит со скольжением. Проведение оценок в случаях, когда при торможении имеют место движения как со скольжением, так и без скольжения, усложняется. Покажем это на примере, когда сначала происходит движение со скольжением, а затем — движение в области G_{v,v_2} ($u_1=u_2=v_1=v_2=0$).

Пусть при $t=t_0$ имеем $u=u_0$, $v=v_0$, $\omega=\omega_0$, $\omega_1=\omega_{10}$, $\omega_2=\omega_{20}$, а с момента времени $t=t_1$ (которое пока неизвестно) до остановки экипажа $u_1=u_2=v_1=v_2=0$, $v_1=v+l\omega-r\omega_1=0$, $v_2=v-l\omega-r\omega_2=0$.

В соотношении (2.5) имеем $[2V(t_1)]^{1/2} \leq [2V(t_0)]^{1/2} - A_0 v N (t_1-t_0)$, откуда

$$t_1-t_0 \leq C_0^{-1} ([2V(t_0)]^{1/2} - [2V(t_1)]^{1/2}), \quad C_0 = A_0 v N \quad (2.8)$$

В области G_{v,v_2} функция Ляпунова и производная имеют вид соответственно

$$\begin{aligned} 2V(u, v, \omega, \omega_1, \omega_2) &= 2V_1(\omega_1, \omega_2) = (2l)^{-2} \{ [mr^2(a^2+l^2) + Ir^2 + \\ &+ 4I_0 l^2] (\omega_1^2 + \omega_2^2) - 2r^2 I_2 \omega_1 \omega_2 \}, \quad dV/dt = -M_1 |\omega_1| - M_2 |\omega_2| \end{aligned} \quad (2.9)$$

Вновь рассмотрим разность

$$\begin{aligned} V_1^2 - 2V_1 C_1^2 &= (M_1^2 - C^2 L^2) \omega_1^2 + (M_2^2 - C^2 L^2) \omega_2^2 + 2M_1 M_2 |\omega_1| |\omega_2| + \\ &+ m [Cr(a^2-l^2)]^2 \omega_1 \omega_2 / 2l^2, \quad L = (r^2 I_1 + 4l^2 I_0) / 2l \end{aligned}$$

Она неотрицательна при $C \leq ML^{-1} = C_1$, $M = \min(M_1, M_2)$. После несложных выкладок получаем

$$[2V_1(t_2)]^{1/2} \leq [2V_1(t_1)]^{1/2} - C_1 (t_2-t_1)$$

Но при $t=t_2$ экипаж останавливается и, следовательно

$$t_2-t_1 \leq C_1^{-1} [2V_1(t_1)]^{1/2} \quad (2.10)$$

Из (2.8) и (2.10) имеем

$$\begin{aligned} t_2 &\leq C_1^{-1} [2V_1(t_1)]^{1/2} + C_0^{-1} \{ [2V_1(t_0)]^{1/2} - [2V_1(t_1)]^{1/2} \} \leq \\ &\leq C_*^{-1} [2V_1(t_0)]^{1/2} = D_0 C_*^{-1}, \quad C_* = \min(C_0, C_1) \end{aligned}$$

Тем самым вновь получена оценка для времени торможения. Если в процессе движения будут иметь место несколько различных режимов, то необходимо провести оценку величин C_i и взять из них наименьшее. Тогда время торможения не превышает $D_0 (\min C_i)^{-1}$.

Можно также провести оценку функций $|x(t)|$, $|y(t)|$, $|\theta(t)|$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новожилов И. В. О заносе при торможении. — Изв. АН СССР. МТТ, 1973, № 4, с. 45–50.
2. Фуфаев Н. А. Динамика систем с освобождающими кинематическими связями. Динамика систем. Горький: Изд-е Горьк. ун-та, 1983, с. 27–38.
3. Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения. М.: Наука, 1971. 312 с.

Поступила в редакцию
24.XII.1984