

УДК 539.3

ВОЛНОВЫЕ И ОТКОЛЬНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В СЛОИСТЫХ ОБОЛОЧКАХ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

ПЕТРОВ И. Б.

Численно исследуются волновые и откольные явления, возникающие при импульсном нагружении двух- и четырехслойных упругопластических цилиндрических оболочек конечной толщины, подкрепленных с тыльной стороны ребрами жесткости. Используется динамическая система двумерных уравнений механики деформируемого тела (два уравнения движения, четыре определяющих уравнения, одно уравнение для расчета пластической работы) и упруго идеально пластическая модель Прандтля — Рейсса [1]; для учета откольных явлений используется подход, разработанный и подробно описанный в [2], основанный на использовании критерия нарушения сплошности по главным напряжениям.

Задача о нестационарном нагружении однослойных упругих цилиндрических полостей рассматривалась в [3, 4] (в [4] — с учетом откольного разрушения); исследование поведения слоистых цилиндрически упругих оболочек (с привлечением уравнений теории оболочек) можно найти в [5, 6], распространение упругих волн в слоистой плите исследовалось в [7], в слоистом упругом полупространстве — в [8]. Пример решения стационарной задачи о давлении плоского штампа на многослойный упругопластический пакет приведен в [9]; численное изучение волновых явлений в однослойной цилиндрической упругопластической полости с учетом конечных деформаций приведено в [10]; численное решение задачи о движении однослойной упругопластической толстостенной цилиндрической оболочки под действием продуктов детонации дано в [11, 12]; возможность выделения границы раздела слоев с различными прочностными характеристиками при решении нестационарных двумерных задач в случае упруговязкопластического материала рассматривалась в [13], особенности процессов высокоскоростного соударения со слоистыми преградами рассмотрены в [14, 15]. В [16, 17] исследуется явление неограниченной кумуляции, возникающее в системах периодически чередующихся слоев из легкого и тяжелого материалов, в [18] экспериментально и численно (в одномерном приближении) изучается затухание ударных волн в слоистых материалах периодической структуры.

Важно отметить, что численное исследование процессов распространения волн в слоистых средах представляет весьма сложную задачу, что предъявляет определенные требования к реализуемому численному методу (так, наличие осцилляций разностного происхождения может полностью исказить картину взаимодействия фронтов разрывов с границами раздела сред, со свободными или жестко закрепленными поверхностями; наличие значительной аппроксимационной вязкости схемы приводит к существенному «размытию» фронта и соответственно к «стиранию» указанных особенностей). То же самое относится и к выбору метода для численного исследования процессов откольного разрушения, имеющих, как известно, волновое происхождение; разностные осцилляции могут привести к образованию нефизических откольных областей, а значительная аппроксимационная вязкость — к нечеткой их фиксации во времени и пространстве, что, в свою очередь, может существенно повлиять на численное решение во всей области интегрирования.

В публикуемой работе, для численного исследования ударно-волновых процессов в слоистых деформируемых телах с учетом откольных явлений предлагается использовать явную сеточно-характеристическую схему первого порядка точности [19] и, как показано в [20], имеющую минимальную аппроксимационную вязкость среди явных двуслойных схем такого типа, что является важным свойством при сквозном расчете разрывных решений без явного выделения поверхностей разрывов (особенно при наличии поверхностей раздела сред и отколов). Отметим, что для улучшения качества численных решений такого рода задач можно эффективно применять разностные схемы, разработанные и реализованные в [21, 22] (это подтверждается многочисленными одно- и двумерными расчетами в условиях слоистых волновых взаимодействий). Используемая в работе разностная схема успешно применялась для численного решения задач аэрогидродинамики (см., например, [19] [23]), динамики плазмы [24], динамики твердого деформируемого тела [14, 25, 26].

1. Для описания поведения твердой деформируемой среды под действием динамических нагрузок, заданных в виде распределенного по углу-

вой координате радиального давления, воспользуемся системой нестационарных многомерных уравнений [1], которые могут быть записаны (в эйлеровой системе координат) в матричной форме

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + A_1 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_1} + A_2 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_2} = \mathbf{f}, \quad x_1 = \varphi, \quad x_2 = R \quad (1.1)$$

Здесь $\mathbf{u} = \{v_1, v_2, \sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, A\}$ — вектор искомых функций, \mathbf{f} — вектор-столбец правых частей (A_1, A_2 — квадратные матрицы)

$$\mathbf{f} = \left\{ \frac{1}{R} \left(\frac{2\sigma_{12}}{\rho} - v_1 v_2 \right); \frac{1}{R} \left(\frac{\sigma_{22} - \sigma_{11}}{\rho} + v_1^2 \right); q_{1111} \frac{v_R}{R}; q_{1211} \frac{v_R}{R}; \right. \\ \left. q_{2211} \frac{v_R}{R}; q_{3311} \frac{v_R}{R}; \frac{s_{11} \cdot v_R - s_{12} v_\varphi}{R} \right\}$$

$$A_1 = \frac{1}{R} \begin{pmatrix} v_\varphi & 0 & -1/\rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v_\varphi & 0 & -1/\rho & 0 & 0 & 0 \\ -q_{1111} & -1/2 (q_{1111} + q_{1121}) & v_\varphi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -q_{1211} & -1/2 (q_{1212} + q_{1221}) & 0 & v_\varphi & 0 & 0 & 0 \\ -q_{2211} & -1/2 (q_{2212} + q_{2221}) & 0 & 0 & v_\varphi & 0 & 0 \\ -q_{3311} & -1/2 (q_{3312} + q_{3321}) & 0 & 0 & 0 & v_\varphi & 0 \\ -s_{11} & -s_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & v_\varphi \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} v_R & 0 & 0 & -1/\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & v_R & 0 & 0 & -1/\rho & 0 & 0 \\ -1/2 (q_{1112} + q_{1121}) & -q_{1122} & v_R & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/2 (q_{1212} + q_{1221}) & -q_{1222} & 0 & v_R & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 (q_{2212} + q_{2221}) & -q_{2222} & 0 & 0 & v_R & 0 & 0 \\ 1/2 (q_{3312} + q_{3321}) & -q_{3322} & 0 & 0 & 0 & v_R & 0 \\ -s_{12} & -s_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & v_R \end{pmatrix}$$

$$\rho = \rho_0 \exp \left(-\frac{1}{3} \sigma_{ij} / K \right)$$

v_φ, v_R — компоненты вектора скоростей смещений, $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ — компоненты симметричного тензора напряжений Коши, s_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) — компоненты деватора тензора напряжений, A — пластическая работа, ρ, ρ_0 — текущая и начальная плотности, K — коэффициент объемного сжатия, q_{ijkl} — тензор четвертого ранга (модель Прандтля — Рейсса) $q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{jk} \delta_{il}) - H(f) s_{ij} s_{kl} / k^2$, λ, μ — постоянные Ламе, k — предел текучести на чистый сдвиг, δ_{ij} — символ Кронекера, $H(f)$ — функция Хевисайда, f — функция текучести Мизеса; $f = s_{ij} s_{ij} - 2k^2$.

Для учета конечных смещений частиц рассматриваемой среды вводятся лагранжевы координаты, связанные с эйлеровыми известными формулами, и делается соответствующее преобразование координат (подробно эта процедура изложена в [25]). Откольные явления учитываются при помощи известной вычислительной процедуры, подробно изложенной в [2] и широко используемой в ряде работ (например, в [4]); при помощи известного критерия по значениям главных напряжений исследовались области возможных откольных разрушений при высокоскоростном ударе в [25, 26] и ряде других работ; учет сдвиговых разрушений может быть проведен, например, по величине пластической работы [26]. Такой учет разрушений может быть назван дискретным, так как суть его сводится к тому, что при выполнении критерия разрушения некоторые функции изменяются дискретно (например, как принято в данном подходе, обнуляются главные напряжения, могут быть изменены прочностные константы и т. д.) Этот подход наиболее эффективен, когда численное решение улавливает образование отдельных трещин (здесь многое зависит от качества численного решения), менее эффективен, когда образуются области разрушений, при расчете которых имеет смысл использовать реологию разрушенного материала, что можно сделать при помощи континуальных моделей разрушения (их недостатки — значительное количество эмпирических констант и, в основном, эмпирический характер). Отметим, что простота и доступность использования дискретных моделей даже в инженерных расчетах, их хорошее согласование с экспериментом (по крайней мере, в условиях квазихрупкого разрушения), возможность численного получения

отдельных трещин (что показали проведенные расчеты) делают необходимым развитие обоих направлений в численной практике.

По-видимому, наиболее перспективным представляется дискретно-континуальный подход, при котором расчет в разрушенных областях приводится с помощью реологических моделей разрушенного тела (континуальные модели), образование отдельных трещин учитывается в рамках дискретных моделей; здесь перспективным представляется использование гибридных разностных схем [22], имеющих первый порядок точности вблизи разрывов и более высокий — на гладких решениях).

При использовании для аппроксимации системы уравнений (1.1) сеточно-характеристического метода [19] расчетными формулами во внутренних узловых точках (x_{1m}, x_{2l}) , $m=1, 2, \dots, M-1$; $l=1, 2, \dots, L-1$ будут соотношения:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{mi}^{n+1} &= \mathbf{u}_{mi}^n + \tau \mathbf{f}_{mi}^n + \mathbf{b}_{1mi}^n + \mathbf{b}_{2mi}^n \\ \mathbf{b}_{1mi}^n &= \tau \left[(\Omega_1^{-1} \Lambda_1 + \Omega_1)_{mi}^n \frac{\mathbf{u}_{m-1,l}^n - \mathbf{u}_{mi}^n}{h_1} - (\Omega_1^{-1} \Lambda_1 - \Omega_1)_{mi}^n \frac{\mathbf{u}_{m+1,l}^n - \mathbf{u}_{mi}^n}{h_1} \right] \\ \mathbf{b}_{2mi}^n &= \tau \left[(\Omega_2^{-1} \Lambda_2 + \Omega_2)_{mi}^n \frac{\mathbf{u}_{m,l-1}^n - \mathbf{u}_{mi}^n}{h_2} - (\Omega_2^{-1} \Lambda_2 - \Omega_2)_{mi}^n \frac{\mathbf{u}_{m,l+1}^n - \mathbf{u}_{mi}^n}{h_2} \right] \end{aligned} \quad (1.2)$$

в которых $\Lambda_k^{\pm} = 1/2 (\Lambda_k \pm |\Lambda_k|)$, $|\Lambda_k| = \{|\lambda_i^k|\}$, $\Lambda_k = \{\lambda_i^k\}$ ($i=1, \dots, 7$) — диагональные матрицы, λ_i^k — собственные значения матриц A_k ($k=1, 2$), определяемые из характеристических уравнений $\text{Det}(A_k - \lambda^k E) = 0$, $\Omega_k = \{\omega_{ij}^k\}$ — неособенные матрицы, строками которых являются линейно независимые левые собственные векторы ω_i^k матриц A_k , определяемые с точностью до их длины из совокупности линейных однородных систем уравнений $(A_k^T - \lambda_i^k E) \omega_i^k = 0$ ($i=1, \dots, 7$), Ω_k^{-1} — обратные к Ω_k матрицы, A_k^T — транспонированные матрицы к A_k .

Конкретный вид матриц A_k , Λ_k^{\pm} , Λ_k , Ω_k , Ω_k^{-1} приведен в [25].

Умножая (1.2) скалярно на собственные векторы, получаем соотношения

$$\begin{aligned} (\omega_i^2)_{mi}^n \mathbf{u}_{mi}^{n+1} &= B_i^2 = (\omega_i^2)_{mi}^n (\mathbf{u}_{mi}^n + \tau \mathbf{f}_{mi}^n + \mathbf{b}_{2mi}^n \pm \\ &\pm \tau / h^2 (\lambda_i^2)_{mi}^n (\omega_i^2)_{mi}^n (\mathbf{u}_{m,l \mp 1}^n - \mathbf{u}_{mi}^n)) \quad (i=1, \dots, 7), \end{aligned}$$

аппроксимирующие с первым порядком точности условия совместности вдоль линий пересечения характеристических поверхностей системы (1.1) и координатной плоскости $x_1 = x_{1m}$ (с уравнениями $dx_2 = \lambda_i^2 dt$): $\omega_i^2 \mathbf{u}_1 + \lambda_i^2 \omega_i^2 \mathbf{u}_{x_2} = \omega_i^2 (\mathbf{f} - A_1 \mathbf{u}_{x_2})$.

Обезразмеривание исходной системы уравнений проводилось по формулам $\rho = \rho^p / \rho_*$, $x = x^p / x_*$, $\sigma = \sigma^p / \sigma_*$, $v = v^p / (\sigma_* / \rho_*)^{1/2}$, $t = t^p / (x_* / (\sigma_* / \rho_*)^{1/2})$, $\lambda = \lambda^p / \sigma_*$, $\mu = \mu^p / \sigma_*$, $k = k^p / \sigma_*$.

2. Область интегрирования ($0 \leq \varphi \leq \pi$; $R_1 - r \leq R \leq R_1$) ограничена слева и справа плоскостями симметрии (с граничными условиями симметрии и верхней границей оболочки, нагруженной давлением $p^\circ(t, \varphi)$), так, что

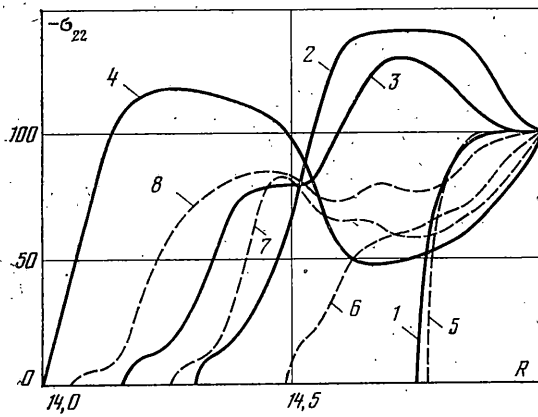
$$\sigma_r(t, \varphi, R_1) = 0, \quad \sigma_\varphi(t, \varphi, R_1) = p^\circ(t, \varphi) = \begin{cases} -p(t) \cos \varphi & (0 \leq \varphi \leq \pi/2) \\ 0 & (\pi/2 \leq \varphi \leq \pi) \end{cases}$$

и нижней границей, на которой: $\sigma_r(t, \varphi, R_1 - r) = \sigma_n(t, \varphi, R_1 - r) = 0$ на свободной части границы и $v_1(t, \varphi, R_1 - r) = v_2(t, \varphi, R_1 - r) = 0$ на закрепленных участках (ребра жесткости или стрингера).

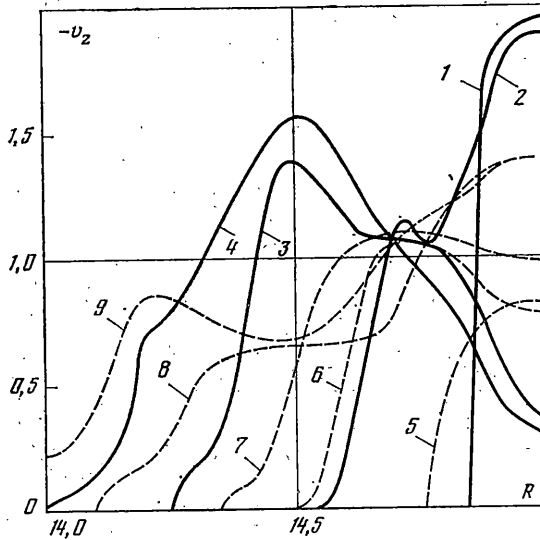
Характерные величины: $\rho_* = 2,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; $x_* = 10^{-2} \text{ м}$; $\sigma_* = 3,49 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2$, $v_* = 113,7 \text{ м/с}$, $t_* = 1,23 \cdot 10^{-3} \text{ с}$. Безразмерные величины: $R_1 = 1,5 \cdot 10^{-1}$ (внешний радиус цилиндрической оболочки); $R_1 - r = 1,4 \cdot 10^{-1}$ (внутренний радиус); $\rho_1 = 1$; $\lambda_1 = 1925,5$; $\mu_1 = 716,3$; $k_1 = 1$; $\rho_2 = 2,89$; $\lambda_2 = 2647,6$; $\mu_2 = 2255,0$; $k_2 = 3,4$; $\rho_3 = 1,0$ (индексы 1, 2 относятся к прочностным характеристикам рассматриваемых материалов).

Рассмотрим некоторые результаты расчетов по нестационарному нагружению внешней границы рассматриваемых цилиндрических оболочек, представленные на фиг. 1-6.

На фиг. 1, 2 приводятся кривые, показывающие распространение упругопластической волны в четырехслойной оболочке при нагружении ее верхней границы длительным импульсом давления (время действия импульса больше характерного аку-



Фиг. 1

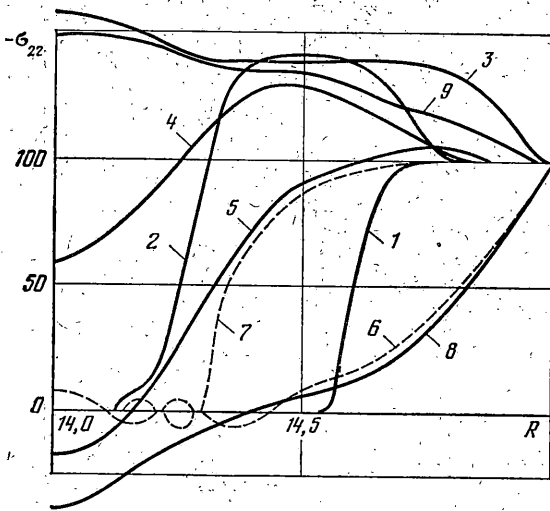


Фиг. 2

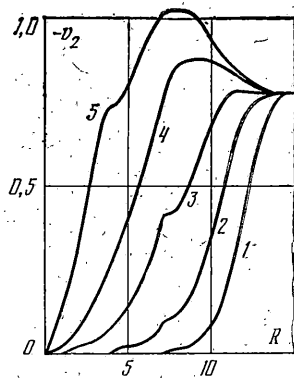
стического времени; композиционные материалы имеют прочностные характеристики, соответствующие индексам 1 и 2 — алюминий и сталь; чередование слоев — периодическое, толшины — равные). Сплошные линии соответствуют верхнему слою из первого материала, штриховые — из второго (кривые 1–8 соответствуют моментам времени $t=4,27 \cdot 10^{-3}$; $1,1 \cdot 10^{-2}$; $1,3 \cdot 10^{-2}$; $2,03 \cdot 10^{-2}$; $3,63 \cdot 10^{-2}$; $8,51 \cdot 10^{-2}$; $1,2 \cdot 10^{-1}$; $1,47 \cdot 10^{-1}$).

Хорошо видно прохождение волны через первую границу раздела из среды менее «жесткой» в более «жесткую» (кривая 2 на фиг. 1 и соответствующая кривая 2 на фиг. 2); нормальное напряжение при этом значительно увеличивается (скорость, соответственно, уменьшается), волна сжатия распадается на прямую, распространяющуюся во втором слое, и отраженную, идущую обратно к верхней границе; при прохождении второй контактной границы (кривая 3 на фиг. 1 и 3 на фиг. 2) из среды более жесткой в менее жесткую наблюдается резкое падение нормального напряжения и соответствующее увеличение нормальности скорости; схема вполне удовлетворительно улавливает и прохождение волны через третью границу раздела (кривые 4 на фиг. 1 и 4 на фиг. 2), после чего происходит увеличение напряжения (уменьшение скорости) и третий распад волны на прямую и отраженную; участие немонотонности в рассматриваемых профилях — результаты взаимодействия отраженных от границ раздела сред волн; прослеживается также движение упругого предвестника.

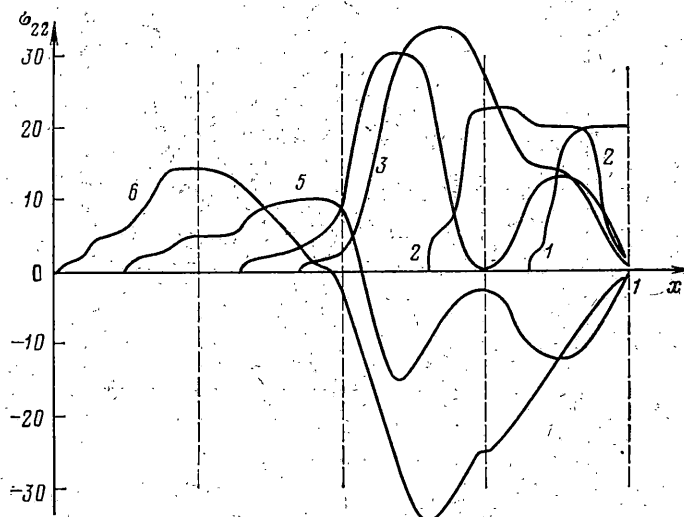
Аналогичные взаимодействия волны сжатия с контактными границами, ее трехкратный «распад» на прямую и отраженную волны (их движения и взаимодействия с контактными границами, между собой) в случае, когда верхний слой жесткий, можно проследить из кривых 5–8 на фиг. 1, 2 (штриховые линии). Видно, что и при такой достаточно сложной компоновке (четырёхслойная оболочка) разностная схема вполне удовлетворительно передает ход волнового процесса (имеет достаточно малую зону «размыва» фронта волны при полном отсутствии осцилляций разностного происхождения, передает физическую картину явления — многократные взаимодей-



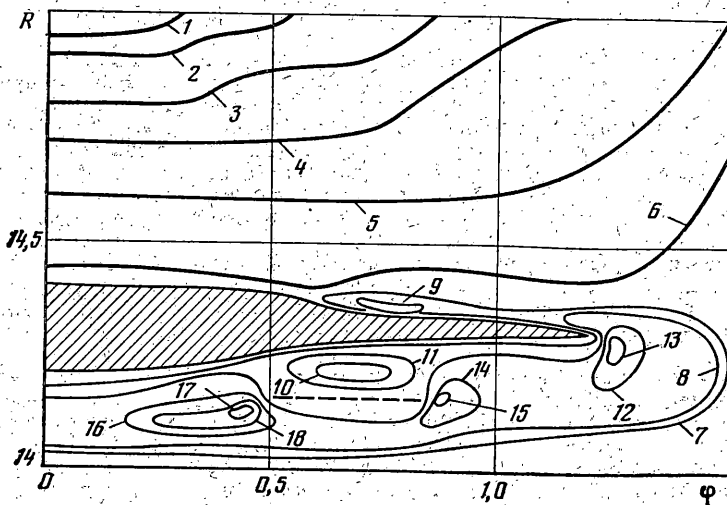
Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

ствия волнового фронта с контактными границами, распространение упругого предвестника и т. д.); расчеты показали, что схема способна передавать особенности волновых взаимодействий и при большем количестве компоновочных слоев.

Пример расчета с образованием откольной разрушения представлен на фиг. 3 (двухслойная оболочка; в верхней части — первый материал, в нижней — второй; толщины слоев равные; на нижней границе условия непротекания, т. е. ребро жесткости). Известно, что при отражении волны сжатия от свободной поверхности наблюдается явление растягивающих напряжений, что может привести к откольным явлениям; в данном случае разрушения возникают вблизи жестко закрепленной тыльной поверхности (полагается, что прочность контактного сцепления со стрингером выше откольной прочности материала оболочки). Кривые 1, 2 показывают прохождение волны сжатия к тыльной стороне оболочки (при этом хорошо видно увеличение нормального напряжения на границе раздела сред); кривая 3 — взаимодействие волны с поверхностью непротекания (при этом напряжение также заметно увеличивается); кривые 4, 5 показывают ослабление волны за счет взаимодействия с контактной границей, далее наблюдается разрушение материала (кривые 6, 7; области, соответствующие нулевым значениям напряжения — откольные); на фиг. 6 наблюдается образование двух изолированных трещин, далее — кривая 7 — появляется откольная зона (кривые 1, 7 соответствуют моментам времени $7 \cdot 10^{-3}$; $1,37 \cdot 10^{-2}$; $2,04 \cdot 10^{-2}$; $4,7 \cdot 10^{-2}$; $7,43 \cdot 10^{-2}$; $6,08 \cdot 10^{-2}$; $1,08 \cdot 10^{-1}$; кривые 8 и 9 — расчеты без учета разрушения).

Поведение нормальной скорости смещения при прохождении волны сжатия через двухслойный полный цилиндр видно из фиг. 4 (кривым 1—5 соответствуют моменты времени $6,54 \cdot 10^{-2}$; $1,01 \cdot 10^{-1}$; $1,45 \cdot 10^{-1}$; $1,95 \cdot 10^{-1}$; $2,45 \cdot 10^{-1}$); верхний слой в данном случае более жесткий, нижний менее (соответственно второй и первый материалы). В практике работы с конструкциями, в которых происходят откольные процессы, кроме указанных случаев нарушения сплошности (отколы вблизи свободной и закрепленной нижних границ) наблюдаются контактные и лицевые отколы, которые могут происходить, например, при резком падении напряжения на верхней границе оболочки. Возможность получения таких отколов показана на фиг. 5 (импульс длительностью $7 \cdot 10^{-3}$ приложен к верхней границе четырехслойной пластины). Видно, что после взаимодействия с первой контактной границей к верхней свободной от напряжений границе подходит импульс сжатия, напряжения после взаимодействия с ней становятся положительными; второй растягивающий импульс образуется в результате взаимодействия волны сжатия со второй контактной границей (первый материал менее жесткий, чем второй) — после взаимодействия двух импульсов растяжения во втором слое образуются значительные положительные напряжения, что может привести к образованию отколов (понятно, что откольные процессы могут быть инициированы и каждым из двух растягивающих импульсов). В этом расчете принималось: $\rho=1$; $\lambda_1=1185,2$; $\mu_1=605,1$; $k_1=1$; $\rho_2=6,98$; $\lambda_2=5348,8$; $\mu_2=4343,8$; $k_2=1,793$; $H=1$ (толщина плиты); $t=3,3 \cdot 10^{-3}$; $6,74 \cdot 10^{-3}$; $1,13 \cdot 10^{-2}$; $1,36 \cdot 10^{-2}$; $1,71 \cdot 10^{-2}$; $2,05 \cdot 10^{-2}$ (кривые 1—6).

Наглядная «двумерная» картина образования откольных зон и изоповерхностей максимального напряжения представлена на фиг. 6 (заштрихованная область соответствует разрушенной области, штриховая линия — изолированной трещине; в данном случае разрушение произошло в результате взаимодействия волн разгрузки, распространяющихся от свободной нижней границы к верхней и от контактной границы — к нижней, вверх — первый материал, вниз — второй; изоповерхности 1—18 соответствует следующим значениям главных напряжений: —95; —90; —70; —50; —10; —1; 0; 1,0; 1,0; 1,2; 1,0; 1,5; 1,8; 1,9; 1,5; 1,5; 1,9; 1,8). Отметим следующие особенности: возможность не только получать разрушенные зоны, но и отдельные трещины (что было получено и в других примерах); получены зоны концентраций напряжений вблизи трещины и края откольной зоны, которая переходит в трещину, являющуюся самостоятельными источниками нестационарных возмущений.

Автор приносит искреннюю благодарность А. С. Холодову и В. И. Кондаурову за внимание к данной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1973. Т. 1. 536 с. Т. 2. 584 с.
2. Майнчен Дж., Сак С. Метод расчета «Тензор». — В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967, с. 185—211.
3. Кошов А. Н., Нещеретов И. И. О дифракции нестационарной поперечной волны на цилиндрической полости. — Изв. АН СССР. МТТ, 1982, № 5, с. 72—77.
4. Зеленский А. С., Нещеретов И. И. Учет откольного разрушения в задаче о взаимодействии продольной волны с цилиндрической полостью. — Изв. АН СССР. МТТ, 1984, № 1, с. 125—129.
5. Корбут Б. А., Нагорный Ю. И. Распространение упругих волн в цилиндрической оболочке, содержащей наполнитель. — Изв. АН СССР. МТТ, 1972, № 6, с. 73—81.
6. Пожухов В. И. Неосесимметричные свободные волны в трехслойных цилиндрических оболочках. — Изв. АН СССР. МТТ, 1981, № 4, с. 141—148.
7. Римский В. К., Сабодаш П. Ф. Численное моделирование динамической контактной (смешанной) задачи об ударе тупым клином по слоистой плите. — Изв. АН СССР. МТТ, 1981, № 2, с. 29—38.
8. Григорян С. С., Чердниченко Р. А. Распространение в слоистом полупространстве упругих волн, вызванных поверхностной динамической нагрузкой. — Изв. АН СССР. МТТ, 1976, № 1, с. 111—118.

9. *Власенко Ю. Е., Кузьменко В. И., Фень Г. А.* Контактная задача для упруго-пластического многослойного пакета с учетом отставания слоев.— Изв. АН СССР. МТТ, 1978, № 5, с. 67—73.
10. *Кондауров В. И., Кукуджанов В. Н.* Об определяющих уравнениях и численном решении некоторых задач динамики упругопластических сред с конечными деформациями.— Сборник по численным методам в механике твердого деформируемого тела. М.: ВЦ АН СССР, 1978, с. 84—122.
11. *Одинцов В. А., Селиванов В. В., Чудов Л. А.* Расширение толстостенной цилиндрической оболочки под действием взрывной нагрузки.— Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 5, с. 161—168.
12. *Каширский А. В., Коровин Ю. В., Одинцов В. А., Чудов Л. А.* Численное решение двумерной нестационарной задачи о движении оболочки под действием продуктов осевой детонации.— ПМТФ, 1974, № 2, с. 167—168.
13. *Булычев Г. Г., Веденягин Е. Н.* Характеристический метод численного интегрирования задач распространения упруговязкопластических волн в слоисто-однородных телах.— В кн.: Численные методы в механике твердого деформируемого тела. М.: ВЦ АН СССР, 1984, с. 23—31.
14. *Петров И. Б.* Численное исследование волновых процессов в слоистой преграде при соударении с жестким телом вращения.— Изв. АН СССР. МТТ, 1985, № 4, с. 125—129.
15. *Крошко Е. А., Чубарова Э. В.* Численное моделирование высокоскоростного удара по многослойным пластинам.— В кн.: Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Материалы VI Всесоюз. конф. Новосибирск: Изд-е Ин-та теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1980, ч. 1, с. 91—104.
16. *Забабалин Е. И.* Явления неограниченной кумуляции.— В кн.: Механика в СССР за 50 лет. М.: Наука, 1970, т. 2, с. 313—342.
17. *Сапожников Г. А., Фомин В. М.* К численному моделированию явления неограниченной кумуляции в слоистых средах.— В кн.: Численные методы решения задач теории упругости и пластичности. Материалы VI Всесоюз. конф. Новосибирск: Изд-е Ин-та теорет. и прикл. механики СО АН СССР, 1980, ч. 1, с. 151—161.
18. *Нестеренко В. Ф., Фомин В. М., Ческидов П. А.* Затухание сильных ударных волн в слоистых материалах.— ПМТФ, 1983, № 4, с. 130—138.
19. *Магомедов К. Ж., Холодов А. С.* О построении разностных схем для уравнений гиперболического типа на основе характеристических соотношений.— Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1969, т. 9, № 2, с. 373—386.
20. *Холодов А. С.* О построении разностных схем с положительной аппроксимацией для уравнений гиперболического типа.— Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1978, т. 18, № 6, с. 1476—1492.
21. *Холодов А. С.* О построении разностных схем повышенного порядка точности для уравнений гиперболического типа.— Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1980, т. 20, № 6, с. 1601—1620.
22. *Петров И. Б., Холодов А. С.* О регуляризации разрывных численных решений для уравнений гиперболического типа.— Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1984, т. 24, № 8, с. 1172—1188.
23. *Белоцерковский С. М., Турчак Л. И., Холодов А. С.* Продольные колебания тель вращения и потока при сверхзвуковых скоростях.— Изв. АН СССР. МЖТ, 1975, № 5, с. 110—115.
24. *Белоцерковский О. М., Демченко В. В., Косарев В. И., Холодов А. С.* Численное моделирование некоторых задач лазерного сжатия оболочек.— Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1978, т. 18, № 2, с. 420—444.
25. *Петров И. Б., Холодов А. С.* Численное исследование некоторых динамических задач механики деформируемого твердого тела сеточно-характеристическим методом.— Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1984, т. 24, № 5, с. 722—739.
26. *Кондауров В. И., Петров И. Б., Холодов А. С.* Численное моделирование процесса внедрения жесткого тела вращения в упругопластическую преграду.— ПМТФ, 1984, № 4, с. 132—139.

Москва

Поступила в редакцию
4.III.1985