**МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 3 • 1986**

УДК 531.383

О СТАБИЛИЗАЦИИ ОРИЕНТАЦИИ ГИРОСТАТА НА КРУГОВОЙ ОРБИТЕ В НЬЮТОНОВСКОМ ПОЛЕ СИЛ

ВОРОТНИКОВ В. И.

Приводятся являющиеся «неаналитическими» функциями фазовых переменных законы управления, стабилизирующие ориентацию гиростата на круговой орбите в ньютоновском поле сил.

Задача об устойчивости и стабилизации движений гиростата, управляемого моментам внутренних сил, приложенных к вращающимся роторам, изучалась в работах многих ученых (см. напр. [1–8]). Так, в цикле работ [1–3] показано, что применение роторов существенно расширяет класс возможных стационарных движений системы и область ее устойчивости. Задача аналитического конструирования оптимального регулятора для обеспечения стабилизации гиростата изучалась в [6–8]. В публикуемой работе в отличие от [1–8], дается решение задачи стабилизации гиростата, движущегося по круговой орбите в ньютоновском поле сил, с помощью подхода, изложенного в [9–11]; это позволяет установить экспоненциальную асимптотическую устойчивость исследуемого движения гиростата.

1. Рассмотрим гиростат (твердое тело с тремя маховиками — роторами), движущийся по круговой орбите в ньютоновском поле сил. Рассмотрим следующие системы координат [5, 8]: $O_1X_1X_2X_3$ — инерциальная, O_1 — притягивающий центр; $ox_1x_2x_3$ — жестко связанная с гиростатом и направленная по его главным осям инерции; $ox_1'x_2'x_3'$ — полуподвижная, ось ox_3' совпадает с осью ox_3 (оси ox_1' и ox_2' не участвуют во вращении гиростата вокруг оси ox_3). Оси вращения роторов, приводимых в движение специальными двигателями, совпадают с осями $ox_1x_2x_3$ (фигура).

Уравнения движения гиростата на круговой орбите имеют вид [5, 7, 8]:

$$MX_i^{\cdot\cdot}=\partial U/\partial X_i \quad (i=1,\ 2,\ 3) \tag{1.1}$$

$$(A-J)\,q_1^{\cdot}=-(A-J)\,q_2\varphi_1^{\cdot}+(q_3+\varphi_1^{\cdot})\sum_{i=1}^{3}(h_i-L_i)\,\beta_{i2}-q_2\sum_{i=1}^{3}(h_i-L_i)\,\beta_{i3}+M_{x_1'}-u_1$$

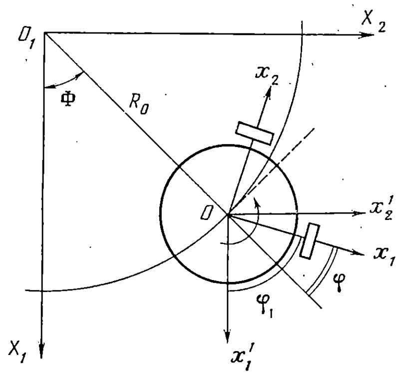
$$(A-J)\,q_2^{\cdot}=(A-J)\,q_1\varphi_1^{\cdot}-(q_3+\varphi_1^{\cdot})\sum_{i=1}^{3}(h_i-L_i)\,\beta_{i1}+q_1\sum_{i=1}^{3}(h_i-L_i)\,\beta_{i3}+M_{x_2'}-u_2$$

$$(C-J)\,(q_3^{\cdot}+\varphi_1^{\cdot})^{\cdot}=q_2\sum_{i=1}^{3}(h_i-L_i)\,\beta_{i1}-q_1\sum_{i=1}^{3}(h_i-L_i)\,\beta_{i2}+M_{x_3'}-u_3$$

$$\beta_{i1}^{\cdot}+q_2\beta_{i3}-q_3\beta_{i2}=0 \quad (i=1,\ 2,\ 3) \quad (1\,2\,3)$$

Здесь $A=B\neq C$ — моменты инерции гиростата относительно осей $ox_1x_2x_3$ соответственно (симметричный гиростат); $J_1=J_2=J_3=J$ — осевые моменты инерции маховиков; q_1, q_2, q_3 — проекции мгновенной угловой скорости гиростата на оси $ox_1'x_2'x_3'$; h_1, h_2, h_3 — проекции вектора кинетического момента гиростата относительно центра O_1 на оси $O_1X_1X_2X_3$; L_1, L_2, L_3 — проекции кинетического момента центра масс на оси $ox_1'x_2'x_3'$; β_{ij} — направляющие косинусы углов между осями $O_1X_1X_2X_3$ и $ox_1'x_2'x_3'$; M — масса гиростата; U — силовая функция гравитационных сил, а $M_{x_1'}$, $M_{x_2'}$, $M_{x_3'}$ —

моменты гравитационных сил относительно осей $ox_1'x_2'x_3'$, имеющие вид [7] ($\varkappa$ — гравитационная постоянная):



$$U=\varkappa M/R+{}^1/_2\varkappa(C-A)/R^3-{}^3/_2\varkappa(C-A)/R^3$$

$$(X_1\beta_{13}+X_2\beta_{23}+X_3\beta_{33})^2,\ R=\sqrt{X_1^2+X_2^2+X_3^2}$$

$$M_{x_1'}=3\varkappa(C-A)\left(\sum_{i=1}^{3}X_i\beta_{i2}\right)\times$$

$$\times\left(\sum_{i=1}^{3}X_i\beta_{i3}\right)\Big/R^5$$

$$M_{x_2'}=-3\varkappa(C-A)\left(\sum_{i=1}^{3}X_i\beta_{i1}\right)\times$$

$$\times\left(\sum_{i=1}^{3}X_i\beta_{i3}\right)\Big/R^5,\qquad M_{x_3'}=0$$

Управляющие моменты u_1, u_2, u_3 относительно осей $ox_1'x_2'x_3'$ связаны с управляющими моментами v_1, v_2, v_3 вокруг осей маховиков зависимостями $u_1=v_1\cos\varphi_1-v_2\sin\varphi_1$, $u_2=v_1\sin\varphi_1+v_2\cos\varphi_1$, $u_3=v_3$, $\varphi_1^{\cdot}=\varphi^{\cdot}+\Phi^{\cdot}\beta_{33}$.

Уравнения (1.1) допускают частное решение $X_1=R_0\cos\omega_1 t$, $X_2=R_0\sin\omega_1 t$, $X_3=0$; $\varphi_1^{\cdot}=\omega_1+\omega=\omega^*$, $q_i=0$, $\beta_{ik}=1$ $(i=k)$; $\beta_{ik}=0$ $(i\neq k)$, $u_i=0$ $(i=1,\ 2,\ 3)$, $h_1^0=h_2^0=0$, $h_3^0=MR_0^2\omega_1+C\omega^*+g_0$, которое соответствует случаю, когда центр масс гиростата o движется в плоскости $O_1X_1X_2X_3$ по круговой орбите радиуса R_0 с постоянной угловой скоростью ω_1. Гиростат вращается равномерно вокруг оси симметрии ox_3, направленной перпендикулярно к плоскости орбиты; при этом маховики, оси которых лежат вдоль осей ox_1 и ox_2 неподвижны (g_0 — кинетический момент маховика, вращающегося вокруг оси ox_3).

Рассмотрим задачу стабилизации корпуса гиростата в выделенном движении. Для этого, вводя новые переменные $\xi_i=q_i$ $(i=1,\ 2,\ 3)$, $\xi_4=\beta_{11}-1$, $\xi_5=\beta_{12}$, $\xi_6=\beta_{13}$, $\xi_7=\beta_{21}$, $\xi_8=\beta_{22}-1$, $\xi_9=\beta_{23}$, $\xi_{10}=\beta_{31}$, $\xi_{11}=\beta_{32}$, $\xi_{12}=\beta_{33}-1$, составим систему уравнений возмущенного движения (в предположении, что в нем центр масс гиростата продолжает двигаться по той же круговой орбите), которая в несколько иных обозначениях приводится в [7, 8]:

$$\xi_1^{\cdot}=-\omega^*\xi_2+\omega^*[h_{11}\xi_5+h_{12}\xi_8+h_{13}\xi_{11}]+\xi_6\gamma\sin 2\omega_1 t+2\xi_9\gamma\sin^2\omega_1 t+h_{11}G_4+$$
$$+h_{12}G_5+h_{13}G_{12}+2\gamma[\xi_5\cos\omega_1 t+\xi_8\sin\omega_1 t][\xi_6\cos\omega_1 t+\xi_9\sin\omega_1 t]+u_1^*\triangleq G_1+u_1^*\tag{1.2}$$

$$\xi_2^{\cdot}=\omega^*\xi_1+\omega^*[h_{11}\xi_4+h_{12}\xi_7+h_{13}\xi_{10}]-2\xi_6\gamma\cos^2\omega_1 t-\xi_9\gamma\sin 2\omega_1 t+h_{11}G_5+$$
$$+h_{12}G_8+h_{13}G_{11}-2\gamma[\xi_4\cos\omega_1 t+\xi_7\sin\omega_1 t][\xi_6\cos\omega_1 t+\xi_9\sin\omega_1 t]+u_2^*\triangleq$$
$$\triangleq G_2+u_2^*$$

$$\xi_3^{\cdot}=h_{31}G_6+h_{32}G_9+h_{33}G_{12}+u_3^*\triangleq G_3+u_3^*$$

$$\xi_4^{\cdot}=\xi_3\xi_5-\xi_2\xi_6\triangleq G_4,\quad \xi_5^{\cdot}=-\xi_3(1+\xi_4)+\xi_1\xi_6\triangleq G_5$$

$$\xi_6^{\cdot}=\xi_2(1+\xi_4)-\xi_1\xi_5\triangleq G_6,\quad \xi_7^{\cdot}=\xi_3(1+\xi_8)-\xi_2\xi_9\triangleq G_7$$

$$\xi_8^{\cdot}=\xi_1\xi_9-\xi_3\xi_7\triangleq G_8,\quad \xi_9^{\cdot}=-\xi_1(1+\xi_8)+\xi_2\xi_7\triangleq G_9$$

$$\xi_{10}^{\cdot}=-\xi_2(1+\xi_{12})+\xi_3\xi_{11}\triangleq G_{10},\quad \xi_{11}^{\cdot}=\xi_1(1+\xi_{12})-\xi_3\xi_{10}=G_{11}$$

$$\xi_{12}^{\boldsymbol{\cdot}}=\xi_2\xi_{10}-\xi_1\xi_{11}\triangleq G_{12}$$

$$h_j/(A-J)=h_{1j},\ h_j/(c-J)=h_{3j}\quad (j=1,\ 2)$$

$$(h^0+h_3)/(A-J)=h_{13},\quad (h^0+h_3)/(c-J)=h_{33}$$

$$\gamma=3\varkappa(C-A)/(2R_0^3(A-J)),\ h^0=h_3^0-MR_0^2\omega_1$$

$$(A-J)u_1^*=-u_1+\omega^*h_2,\quad (A-J)u_2^*=-u_2-\omega^*h_1$$

$$(c-J)u_3^*=-u_3$$

причем h_1, h_2, h_3 — начальные возмущения кинетического момента гиростата.

Найдем законы управления u_i^* ($i=1$, 2, 3) такие, что невозмущенное движение $\xi_i=0$ ($i=1,\ldots,12$) системы (1.2) экспоненциально асимптотически устойчиво (по всем переменным $\xi_1,\ldots,\xi_{12}$. Решение поставленной задачи кратко сводится к следующему. Используя процедуры [9—11], построим законы управления u_i^* ($i=1$, 2, 3) такие, что движение $\xi_i=0$ ($i=1,\ldots,12$) системы (1.2) будет экспоненциально асимптотически устойчиво по отношению к части переменных [12, 13], например, по переменным ξ_7, ξ_9, ξ_{10} Покажем, что фактически проведенная стабилизация по отношению к части переменных [3] оказывается стабилизацией по всем переменным ξ_i ($i=1,\ldots,12$).

Теорема 1. Если законы управления u_i^* ($i=1$, 2, 3) имеют вид

$$u_1^*=Q_1(\xi)/(1+\xi_8)+\xi_7/(1+\xi_8)u_2^* \tag{2.1}$$

$$u_2^*=\frac{(1+\xi_8)Q_2(\xi)}{(1+\xi_8)(1+\xi_{12})-\xi_9\xi_{11}},\qquad u_3^*=\frac{Q_3(\xi)}{1+\xi_8}+\frac{\xi_9}{1+\xi_8}u_2^*$$

$$Q_1=-(1+\xi_8)G_1(\xi)+G_2(\xi)\xi_7+\xi_2G_7(\xi)-\xi_1G_8(\xi)-L_5\xi_9-L_6\mu_3$$

$$Q_2=\xi_3G_{11}(\xi)+\xi_{11}G_3(\xi)+\xi_{11}Q_3(\xi)/(1+\xi_8)-\xi_2G_{12}(\xi)-$$
$$-G_2(\xi)(1+\xi_{12})-L_3\xi_{10}-L_4\mu_2$$

$$Q_3=-(1+\xi_8)G_3(\xi)-\xi_3G_8(\xi)-\xi_9G_2(\xi)+\xi_2G_9(\xi)+$$
$$+L_1\xi_7+L_2\mu_1.$$

$$\mu_1=G_7(\xi),\ \mu_2=G_{10}(\xi),\ \mu_3=G_9(\xi),\ L_i=\mathrm{const}<0\ (i=1,\ldots,6)$$

то движение $\xi_i=0$ ($i=1$, 2, 3) замкнутой системы (1.1), (2.1) экспоненциально асимптотически устойчиво.

Доказательство. Опуская промежуточные выкладки, получим, что переменные ξ_7, ξ_9, ξ_{10} μ_1, μ_2, μ_3 замкнутой системы (1.1), (2.1) удовлетворяют уравнениям

$$\xi_7^{\boldsymbol{\cdot}}=\mu_1,\ \mu_1^{\boldsymbol{\cdot}}=L_1\xi_7+L_2\mu_1 \tag{2.2}$$

$$\xi_9^{\boldsymbol{\cdot}}=\mu_3,\ \mu_3^{\boldsymbol{\cdot}}=L_5\xi_9+L_6\mu_3$$

$$\xi_{10}^{\boldsymbol{\cdot}}=\mu_2,\ \mu_2^{\boldsymbol{\cdot}}=L_3\xi_{10}+L_4\mu_2$$

Поскольку $L_i=\mathrm{const}<0$ ($i=1,\ldots,6$), то движение $\xi_7=\xi_9=\xi_{10}=\mu_1=\mu_2=\mu_3=0$ системы (2.2) экспоненциально асимптотически устойчиво и, следовательно, движение $\xi_i=0$ ($i=1,\ldots,12$) системы (1.2), (2.1) экспоненциально асимптотически устойчиво относительно ξ_7, ξ_9, ξ_{10}. Из геометрических соотношений

$$\sum_{i=1}^{3}\beta_{ij}^2=1,\qquad \sum_{i=1}^{3}\beta_{1i}\beta_{2i}=\sum_{i=1}^{3}\beta_{1i}\beta_{3i}=\sum_{i=1}^{3}\beta_{2i}\beta_{3i}=0$$

связывающих направляющие косинусы, выводим равенства

$$(\xi_4+1)^2+\xi_5^2+\xi_6^2=1,\ \xi_7^2+(\xi_8+1)^2+\xi_9^2=1 \tag{2.3}$$

$$\xi_{10}^2+\xi_{11}^2+(\xi_{12}+1)^2=1, \quad (\xi_4+1)\xi_7+\xi_5(\xi_8+1)+\xi_6\xi_9=0$$

$$(\xi_4+1)\xi_{10}+\xi_5\xi_{11}+\xi_6(\xi_{12}+1)=0, \ \xi_7\xi_{10}+(\xi_8+1)\xi_{11}+\xi_9(\xi_{12}+1)=0$$

Решая систему, состоящую из второго, третьего и шестого уравнений (2.3), получаем

$$\xi_8(t)=-1\pm\sqrt{1-\xi_7^2(t)-\xi_9^2(t)} \tag{2.4}$$

$$\xi_{11}(t)=\frac{-\xi_7(t)\xi_{10}(t)-\xi_9(t)[1+\xi_{12}(t)]}{1+\xi_8(t)} \tag{2.5}$$

$$[1+\xi_{12}(t)]^2+\frac{\{-\xi_7(t)\xi_{10}(t)-\xi_9(t)[1+\xi_{12}(t)]\}^2}{[1+\xi_8(t)]^2}=1-\xi_{10}^2(t) \tag{2.6}$$

Уравнение (2.6) является квадратным уравнением относительно $1+\xi_{12}(t)$, поэтому

$$\xi_{12}(t)=-1-\frac{\xi_7(t)\xi_9(t)\xi_{10}(t)}{[1+\xi_8(t)]^2+\xi_9^2(t)}\pm$$

$$\pm\sqrt{\frac{\xi_7^2(t)\xi_9^2(t)\xi_{10}^2(t)}{\{[1+\xi_8(t)]^2+\xi_9^2(t)\}^2}-\frac{\xi_7^2(t)\xi_{10}^2(t)-[1-\xi_{10}^2(t)][1+\xi_8(t)]^2}{[1+\xi_8(t)]^2+\xi_9^2(t)}} \tag{2.7}$$

Исключая из рассмотрения решения, не принадлежащие достаточно малой окрестности начала координат $\xi_i=0$ $(i=1,\ldots,12)$ из равенства (2.4), (2.7) оставляем следующие уравнения (выражение (2.7) преобразовано при помощи (2.4)):

$$\xi_8(t)=-1+\sqrt{1-\xi_7^2(t)-\xi_9^2(t)} \tag{2.8}$$

$$\xi_{12}(t)=\frac{-1+\xi_7^2(t)-\xi_7(t)\xi_9(t)\xi_{10}(t)+\sqrt{1-R_1(t)}}{1-\xi_7^2(t)}$$

$$R_1=2\xi_8+\xi_8^2-\xi_{10}^2-2\xi_8\xi_{10}^2-\xi_8^2\xi_{10}^2-\xi_7^2-2\xi_8\xi_7^2-\xi_8^2\xi_7^2-$$

$$-\xi_7^2\xi_{10}^2-2\xi_8\xi_7^2\xi_{10}^2-\xi_7^2\xi_8^2\xi_{10}^2$$

Решая систему, состоящую из первого, четвертого и пятого уравнений (2.3) получим равенства

$$(1+\xi_4)^2=R_2^2/R_2^2+R_3^2+R_4^2$$

$$\xi_5=(1+\xi_4)R_3/R_2, \quad \xi_6=(1+\xi_4)R_4/R_2$$

$$R_2=(1+\xi_8)(1+\xi_{12})-\xi_9\xi_{11}\overset{\Delta}{=}1+R_5$$

$$R_3=-\xi_7(1+\xi_{12})+\xi_9\xi_{10}, \quad R_4=-(1+\xi_8)\xi_{10}-\xi_7\xi_{11}.$$

Исключая из решения, не принадлежащие достаточно малой окрестности точки, получим

$$\xi_4(t)=-1+\sqrt{1-\xi_5^2(t)-\xi_6^2(t)} \tag{2.9}$$

$$\xi_5(t)=R_3(t)/R^*(t), \quad \xi_6(t)=R_4(t)/R^*(t)$$

$$R^*=\sqrt{R_2^2+R_3^2+R_4^2}$$

Наконец, из седьмого, девятого и десятого уравнений системы (1.2) заключаем, что

$$\xi_1(t)=[-\xi_9^{\cdot}(t)+\xi_2(t)\xi_7(t)]/(1+\xi_8(t)) \tag{2.10}$$

$$\xi_2(t)=[-\xi_7^{\cdot}(t)-\xi_{10}(t)(1+\xi_8(t))]/R_5(t)$$

$$\xi_3(t)=[\xi_7^{\cdot}(t)(1+\xi_{12}(t))-\xi_9(t)\xi_{10}(t)]/R_5(t)$$

В силу экспоненциальной асимптотической (ξ_7, ξ_9, ξ_{10}) — устойчивости движения $\xi_i=0$ $(i=1,\ldots,12)$ системы (1.2), (2.1) найдутся числа Δ, δ такие, что из $|\xi_{i0}|<\delta$ $(i=1,\ldots,12)$ следует оценка $|1-\xi_7^2(t)|>\Delta$ и следовательно, из (2.9) следует

$$|\xi_{12}(t)|\leqslant\Delta^{-1}|-1+\xi_7^2(t)-\xi_7(t)\xi_9(t)\xi_{10}(t)+\sqrt{1-R_1(t)}|$$

Это значит, что из (2.8), (2.15) вытекает экспоненциальная асимптотическая устойчивость движения $\xi_i=0$ $(i=1,\ldots,12)$ системы (1.2), (2.1) не только по отношению к ξ_7, ξ_9, ξ_{10}, но и по ξ_8, ξ_{12}. Но тогда найдутся числа Δ', δ' такие, что из $|\xi_{i0}|<\delta'$ $(i=1,\ldots,12)$ следует $|1+\xi_8(t)|>\Delta'$, $|R_2(t)|>\Delta'$, $|R_5(t)|>\Delta'$ и из (2.5), (2.9) получим, что

$$|\xi_{11}(t)|\leqslant|-\xi_7(t)\xi_{10}(t)-\xi_9(t)[1+\xi_{12}(t)]|/\Delta'$$

$$|\xi_5(t)|\leqslant|R_3(t)|/\Delta',\quad |\xi_6(t)|\leqslant|R_4(t)|/\Delta'$$

Следовательно, движение $\xi_i=0$ $(i=1,\ldots,12)$ также экспоненциально асимптотически устойчиво и по ξ_{11}, ξ_5, ξ_6. Наконец, из равенств (2.9), (2.10) заключаем, что движение $\xi_i=0$ $(i=1,\ldots,12)$ системы (1.2), (2.1) экспоненциально асимптотически устойчиво по всем переменным. Теорема доказана.

Проведенная стабилизация является частичной стабилизацией механической системы «корпус гиростата+роторы» по отношению к переменным, характеризующим положение корпуса гиростата и его угловую скорость [14, 15]; при этом роторы после отключения двигателей вращаются по инерции и стабилизации по всем параметрам, характеризующим состояние системы «корпус гиростата+роторы» не происходит. Это объясняется тем, что с помощью внутренних сил, приложенным к вращающимся роторам, невозможно изменить (а возможно лишь перераспределить) суммарный кинетический момент системы (см., напр. [8]).

В случае малых начальных возмущений приложенные к роторам управляющие моменты, построенные по предложенной методике, также малы по величине. Значит для реализации законов (2.1) достаточно двигателей малой мощности.

Учитывая явный вид решений системы (2.2) можно, как в [11] провести оценки области начальных возмущений.

Изменяя соответствующим образом в законах управления (2.1) постоянные L_i $(i=1,\ldots,6)$ можно удовлетворить некоторые заданные требования к качеству переходного процесса в системе (1.2), например, требование монотонности. Поэтому предлагаемый подход позволяет вести проектирование стабилизирующих законов управления для нелинейной системы (1.2) на основе линейных стационарных уравнений (2.2).

Автор благодарит В. В. Румянцева за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Румянцев В. В.* Об устойчивости движения гиростатов.— ПММ, 1961, т. 25, вып. 1, с. 9–16.
2. *Румянцев В. В.* Об устойчивости стационарных движений спутников. М.: ВЦ АН СССР, 1967. 141 с.
3. *Румянцев В. В.* Об оптимальной стабилизации управляемых систем.— ПММ, 1970, т. 34, вып. 3, с. 440–456.
4. *Румянцев В. В.* Об управлении ориентацией и о стабилизации спутника роторами.— Вестн. МГУ. Математика, механика, 1970, № 2, с. 83–96.
5. *Белецкий В. В.* Движение искусственного спутника относительно центра масс. М.: Наука, 1965. 416 с.
6. *Крементуло В. В.* Об оптимальной стабилизации твердого тела с неподвижной точкой при помощи маховиков.— ПММ, 1966, т. 30, вып. 1, с. 42–50.
7. *Крементуло В. В.* Об оптимальной стабилизации вращательного движения гиростата в ньютоновском поле сил.— ПММ, 1970, т. 34, вып. 5, с. 965–972.
8. *Крементуло В. В.* Стабилизация стационарных движений твердого тела при помощи вращающихся масс. М.: Наука, 1977. 263 с.
9. *Воротников В. И.* Об устойчивости движения относительно части переменных для некоторых нелинейных систем.— ПММ, 1979, т. 43, вып. 3, с. 441–450.
10. *Воротников В. И.* О полной управляемости и стабилизации движения относительно части переменных.— Автоматика и телемеханика, 1982, № 3, с. 15–21.

11. *Воротников В. И.* О стабилизации перманентных вращений тяжелого твердого тела, закрепленного в неподвижной точке.— Изв. АН СССР. МТТ, 1985, № 3, с. 16–18.
12. *Румянцев В. В.* Об устойчивости движения по отношению к части переменных.— Вестн. МГУ. Математика, механика, астрономия, физика, химия, 1957, № 4, с. 9–16.
13. *Озиранер А. С., Румянцев В. В.* Метод функций Ляпунова в задаче об устойчивости движения относительно части переменных.— ПММ, 1972, т. 36, вып. 2, с. 364–384.
14. *Румянцев В. В.* Об устойчивости стационарных движений свободных систем.— Космич. исследования, 1968, т. 6, вып. 5, с. 643–648.
15. *Румянцев В. В.* Некоторые задачи об устойчивости движения по отношению к части переменных.— В кн.: Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа. М.: Наука, 1972, с. 429–436.

Нижний Тагил

Поступила в редакцию
14.II.1985