

УДК 531.8

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ СБОРОЧНОГО РОБОТА  
С ПЕРЕМЕННОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ  
И ОГРАНИЧЕНИЯМИ НА НОРМАЛЬНЫЕ СИЛЫ

БАЛАКИРЕВА Т. И., ВОРОБЬЕВ Е. И.

В работе решается задача определения управляющих воздействий для промышленного робота на операции сборки в функции фазового состояния системы. Учитывается переменность динамической модели системы и ограничения на величину нормальных сил. Построенные законы управления обеспечивают переход системы в заданное конечное состояние и устойчивость процесса. Проведено математическое моделирование на ЭВМ.

В [1] построены алгоритмы управления высокого уровня роботами при многооперационной сборке. В публикуемой работе с использованием метода решения обратных задач динамики [2-5] строятся алгоритмы управления нижнего уровня для сборочных промышленных роботов с учетом переменности динамической модели манипулятора в процессе сопряжения деталей и ограничений на нормальные силы реакций. Последнее условие важно для сохранения качества поверхностей сопрягаемых деталей в процессе сборки.

1. Рассмотрим задачу построения управления сборочным промышленным роботом с упругим элементом в схвате на примере сборки гладкого цилиндрического соединения. Будем считать, что манипулятор (схват) может совершать плоскопараллельное движение в плоскости  $XOY$ , а деталь закреплена в нем при помощи упругих элементов (фиг. 1). Для составления уравнений движения системы введем следующие системы координат и обозначения. Система координат  $X_1C_1Y_1$  связана со штифтом, начало ее совпадает с его центром масс; система  $X_2C_2Y_2$  связана со схватом манипулятора, начало ее находится в геометрическом центре схвата. Система координат  $XOY$  связана с отверстием. Будем считать, что в положении равновесия система  $X_2C_2Y_2$  совпадает с системой  $X_1C_1Y_1$ ;  $x_1, y_1$  — координаты центра  $C_1$  в системе  $XOY$ ,  $x_2, y_2$  — координаты центра  $C_2$  в системе  $XOY$ ,  $\alpha$  — угловое положение штифта относительно отверстия,  $\beta$  — угловое положение схвата относительно оси отверстия.

Динамическую модель системы можно получить на основе уравнений плоского движения твердого тела.

Уравнения движения схвата манипулятора имеют вид

$$Mx_2'' = F_x - c_x(x_2 - x_1) \quad (1.1)$$

$$My_2'' = F_y - c_y(y_2 - y_1) - P_M, I_M\beta'' = F_\beta - c_\alpha(\beta - \alpha)$$

Здесь  $M$  — приведенная масса манипулятора,  $I_M$  — момент инерции схвата относительно горизонтальной оси вращения,  $F_x, F_y, F_\beta$  — управляющие силы двигателей по осям, связанным со схватом, и управляющий момент по углу  $\beta$ ;  $c_x, c_y, c_\alpha$  — коэффициенты жесткости механизма захвата штифта (принято  $c_x = c_y$ ),  $P_M$  — вес схвата манипулятора.

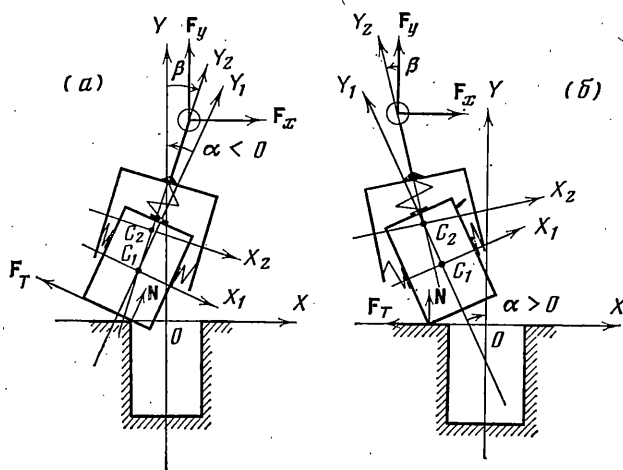
Уравнения движения штифта зависят от характера его касания с другой деталью. Рассмотрим весьма вероятный при «грубой» наводке случай, когда относительное положение собираемых деталей показано на фиг. 1.

Уравнения движения штифта для случая, изображенного на фиг. 1, а, имеют вид

$$mx_1'' = c_x(x_2 - x_1) + N(\sin \alpha - f \cos \alpha) \quad (1.2)$$

$$my_1'' = c_y(y_2 - y_1) + N(\cos \alpha + f \sin \alpha) - P_s$$

$$Ic\alpha'' = c_\alpha(\beta - \alpha) - N[(1/2)D + x_1] \cos \alpha - y_1 \sin \alpha + 1/2fl]$$



Фиг. 1

Здесь  $m$  — масса детали,  $I_c$  — момент инерции штифта относительно его центра масс,  $f$  — коэффициент трения,  $D$  — диаметр отверстия,  $l$  — длина штифта,  $P_s$  — вес штифта,  $N$  — нормальная реакция в точке контакта деталей,  $d$  — диаметр штифта. Кроме того, в данном случае имеет место условие связи  $y_1 \cos \alpha + (1/2 D - x_1) \sin \alpha = 1/2 l$ .

Для случая, изображенного на фиг. 1, б, уравнения движения штифта и условие связи имеют вид

$$\begin{aligned} m x_1'' &= c_x(x_2 - x_1) - fN, & m y_1'' &= c_y(y_2 - y_1) + N - P_s \\ I_c \alpha'' &= c_\alpha(\beta - \alpha) - fN y_1 - 1/2 N(d \cos \alpha - l \sin \alpha) \\ y_1 &= 1/2(d \sin \alpha + l \cos \alpha). \end{aligned} \quad (1.3)$$

2. Допустим, что в процессе «грубого» позиционирования штифт относительно отверстия занял положение, показанное на фиг. 1, а. Построим алгоритм управления, который обеспечил бы совпадение центра штифта с осью отверстия, угловой разворот штифта и ограниченную величину реакции в точке контакта. При этом алгоритм должен обеспечить асимптотически устойчивое движение штифта по координатам  $x$  и  $\alpha$  и устойчивость величины нормальной реакции.

Выразим силу нормальной реакции  $N$  из второго уравнения (1.2):

$$N = [m y_1'' - c_y(y_2 - y_1) + P_s] / (\cos \alpha + f \sin \alpha) \quad (2.1)$$

При малом  $\alpha$  получим

$$N = [m y_1'' - c_y(y_2 - y_1) + P_s] / (1 + f\alpha) \quad (2.2)$$

Из первого уравнения (1.2) с учетом малости  $\alpha$  имеем

$$m x_1'' = c_x(x_2 - x_1) + N(\alpha - f) \quad (2.3)$$

Здесь  $N$  определяется выражением (2.2). Дифференцируя (2.3) дважды, получим

$$m x_1^{IV} = c_x(x_2'' - x_1'') + N''(\alpha - f) + 2N'\alpha' + N\alpha'' \quad (2.4)$$

$$N'' = \frac{(1+f\alpha)[m y_1^{IV} - c_y(y_2'' - y_1'')] - f\alpha'[m y_1'' - c_y(y_2 - y_1) + P_s]}{(1+2f\alpha)}$$

$$\begin{aligned} N'' &= (1+f\alpha) \{ [m y_1^{IV} - c_y(y_2'' - y_1'')] - f\alpha'' [m y_1'' - c_y(y_2 - y_1) + P_s] \} (1+ \\ &+ 2f\alpha)^{-1} - \{ (1+f\alpha) [m y_1^{IV} - c_y(y_2'' - y_1'')] - f\alpha' [m y_1'' - c_y(y_2 - y_1) + P_s] \} 2f\alpha' \end{aligned} \quad (2.5)$$

В выражениях для  $N^*$  и  $N^{**}$  члены, содержащие  $\alpha^2$  и  $f^2$ , отброшены ввиду малости. Выражая  $x_2^{**}$  из (2.4) и подставляя в (1.1), получим уравнение четвертого порядка

$$M[mx_1^{IV} + c_x x_1^{**} - N^{**}(\alpha - f) - 2N^* \alpha^* - N\alpha^{**}]c_x^{-1} = F_x - c_x(x_2 - x_1) \quad (2.6)$$

Будем искать такое управление  $F_x$ , которое уравнение (2.6) сделает эквивалентным линейному дифференциальному уравнению четвертого порядка, имеющему асимптотически устойчивое решение по координате  $x$ , сходящееся к программному значению  $x_1^* = 0$ , т. е. уравнению вида

$$x_1^{IV} = -a_1 x_1^{***} - a_2 x_1^{**} - a_3 x_1^* - a_4 (x_1 - x_1^*) \quad (2.7)$$

в котором  $x_1^*$  — программное значение координаты  $x_1$ ,  $a_i$  ( $i = \overline{1, 4}$ ) — коэффициенты, обеспечивающие устойчивое решение уравнения (2.7), которые могут быть найдены по теореме Виета. Тогда можно записать выражение для управляющей силы  $F_x$  с учетом (2.6):

$$F_x = M c_x^{-1} \{ m[-a_1 x_1^{***} - a_2 x_1^{**} - a_3 x_1^* - a_4 (x_1 - x_1^*)] + c_x x_1^{**} - N^{**}(\alpha - f) - 2N^* \alpha^* - N\alpha^{**} \} + c_x (x_2 - x_1) \quad (2.8)$$

Аналогично построим алгоритм управления по координате  $\alpha$ . Проведем преобразование последних уравнений (1.1) и (1.2), запишем

$$I_c \alpha^{IV} = c_\alpha (\beta^{**} - \alpha^{**}) - N^{**} [({}^1/2 D + x_1) - y_1 \alpha + {}^1/2 f l] - 2N^* (x_1^* - y_1^* \alpha - y_1 \alpha^*) - N (x_1^{**} - y_1^{**} \alpha - 2y_1^* \alpha^* - y_1 \alpha^{**}) \\ I_M c_\alpha^{-1} \{ I_c \alpha^{IV} + c_\alpha \alpha^{**} + N^{**} [({}^1/2 D + x_1) - y_1 \alpha + {}^1/2 f l] + 2N^* (x_1^* - y_1^* \alpha - y_1 \alpha^*) + N (x_1^{**} - y_1^{**} \alpha - 2y_1^* \alpha^* - y_1 \alpha^{**}) \} = F_\beta - c_\alpha (\beta - \alpha) \quad (2.9)$$

Аналогично уравнению (2.7) примем ( $\alpha^*$  — программное значение координаты  $\alpha$ ):

$$\alpha^{IV} = -b_1 \alpha^{***} - b_2 \alpha^{**} - b_3 \alpha^* - b_4 (\alpha - \alpha^*) \quad (2.10)$$

Из выражения (2.9) с учетом (2.10) получим выражение для силы управления  $F_\beta$ :

$$F_\beta = I_M c_\alpha^{-1} \{ I_c [-b_1 \alpha^{***} - b_2 \alpha^{**} - b_3 \alpha^* - b_4 (\alpha - \alpha^*)] + c_\alpha \alpha^{**} + N^{**} [({}^1/2 D + x_1) - y_1 \alpha + {}^1/2 f l] + 2N^* (x_1^* - y_1^* \alpha - y_1 \alpha^*) + N (x_1^{**} - y_1^{**} \alpha - 2y_1^* \alpha^* - y_1 \alpha^{**}) \} + c_\alpha (\beta - \alpha) \quad (2.11)$$

Для обеспечения постоянства реакции в точке контакта деталей можно использовать управление по координате  $y_2$ . Выразим  $y_2^{**}$  из второго уравнения (1.1):

$$y_2^{**} = [F_y - c_y (y_2 - y_1) - P_M] / M \quad (2.12)$$

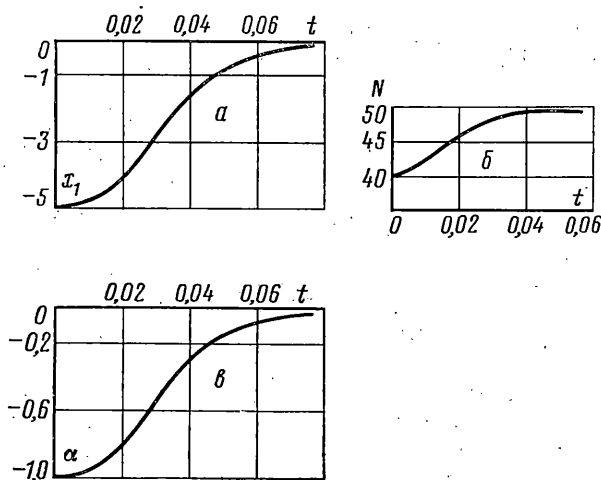
Подставляя (2.12) в (2.5), получим

$$N^{**} = \frac{m y_1^{IV} - c_y \{ [F_y - c_y (y_2 - y_1) - P_M] M^{-1} - y_1^{**} \}}{(1 + f \alpha)} + R \\ R = - \frac{[m y_1^{***} - c_y (y_2^* - y_1^*)] 2f \alpha^*}{(1 + 2f \alpha)} - \frac{[m y_1^{**} - c_y (y_2 - y_1) + P_S]}{(1 + 2f \alpha)} f \alpha^{**} \quad (2.13)$$

Асимптотическую устойчивость силы  $N$  обеспечим, выбрав управление  $F_y$  в выражении (2.13), обращаящее его в линейное дифференциальное уравнение вида

$$N^{**} = (d_1 + d_2) N^* - d_1 d_2 (N - N^*) \quad (2.14)$$

в котором  $d_1, d_2$  — коэффициенты, обеспечивающие асимптотическое реше-



Фиг. 2

ние уравнения (2.14),  $N^*$  — программное значение реакции  $N$ . Используя (2.13) и (2.14), найдем закон управления по координате  $y_2$ :

$$F_y = M c_y^{-1} \{ m y_1^{IV} - [(d_1 + d_2) N^* - d_1 d_2 (N - N^*) - R] (1 + f \alpha) + c_y (y_2 - y_1) + P_M + y_1^{IV} M \} \quad (2.15)$$

Закон управления (2.8), (2.11), (2.15) позволяет осуществить управление при  $\alpha < 0$  (фиг. 1, а). В действительности за счет влияния внешних случайных сил возможен переход  $\alpha$  через 0; тогда модель (фиг. 1, б) изменяется и закон (2.8), (2.11), (2.15) становится непригодным для управления, поэтому необходимо изменить модель, положенную в основу построения закона управления, т. е. принять ее в виде (1, б). Для случая, изображенного на фиг. 1, б

$$F_x = M c_x^{-1} \{ m [-a_1 x_1^{IV} - a_2 x_1^{IV} - a_3 x_1^{IV} - a_4 (x_1 - x_1^*)] + c_x x_1^{IV} + f [m y_1^{IV} - c_y (y_2 - y_1)] \} + c_x (x_2 - x_1) \quad (2.16)$$

$$F_\beta = I_M c_\alpha^{-1} \{ I_\alpha [-b_1 \alpha^{IV} - b_2 \alpha^{IV} - b_3 \alpha^{IV} - b_4 (\alpha - \alpha^*)] + c_\alpha \alpha^{IV} + N [f y_1^{IV} + \frac{1}{2} (d - l \alpha)] + 2N^* (f y_1^{IV} + \frac{1}{2} l \alpha^*) + N (f y_1^{IV} + \frac{1}{2} l \alpha^*) \} + c_\alpha (\beta - \alpha) \quad (2.17)$$

$$F_y = M c_y^{-1} \{ -[(d_1 + d_2) N^* - d_1 d_2 (N - N^*)] + m y_1^{IV} \} + c_y (y_2 - y_1) + M y_1^{IV} + P_M \quad (2.18)$$

Процесс управления сборкой на основе алгоритмов (2.8), (2.11), (2.15) и (2.16), (2.17), (2.18) моделировался на ЭВМ со следующими исходными данными:  $c_x = c_y = 2 \cdot 10$  Н/м;  $c_\alpha = 180$  Нм/рад; масса штифта 0,05 кг; масса поступательно движущихся частей манипулятора 50 кг;  $\alpha(0) = -1$  град;  $\beta(0) = -0,5$  град; коэффициент трения  $f = 0,1$ ;  $N^* = 50$  Н;  $x_1^* = 0$ ;  $\alpha^* = 0$ .

На фиг. 2 показаны графики изменения управляемых переменных  $N$  (Н),  $x_1$  (мм),  $\alpha$  (град). Вид графиков имеет асимптотический характер по отношению к программным значениям. Приведенные результаты моделирования подтверждают работоспособность предложенных законов управления.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Охоцимский Д. Е., Платонов А. К., Смольянов Ю. П., Гримаило С. И., Камышин С. С., Кузусев Е. И. Исследование многооперационной сборки с помощью экспериментальной робототехнической системы. — Препринт Ин-та прикл. матем. АН СССР. М.: 1982. 38 с.
2. Горенев Г. В. Введение в механику управляемого тела. М.: Наука, 1964. 568 с.
3. Галиуллин А. С. Обратные задачи динамики. М.: Наука, 1981. 143 с.
4. Петров В. Н., Кругляк П. Д., Попов Е. П. Построение алгоритмов управления как обратная задача динамики. — Докл. АН СССР, 1979, т. 247, № 5, с. 1078—1081.
5. Воробьев Е. И. Построение уравнений программного движения пространственных механизмов с несколькими степенями свободы. — Машиноведение, 1981, № 5, с. 42—46.

Москва

Поступила в редакцию  
29.XII.1984