

УДК 531.8

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ И УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ УПРУГОГО МАНИПУЛЯТОРА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

БЕРБЮК В. Е., ДЕМИДЮК М. В.

В ряде случаев при движении управляемых систем, предназначенных для перемещения грузов в пространстве, существенное значение имеет упругая податливость конструкции. Манипулятор с учетом упругости звеньев рассматривался, например, в [1–11]. В [3] изучается динамика манипулятора с упругими звеньями в предположении, что масса переносимого груза значительно превышает массу манипулятора. В [11] исследуются пространственные управляемые движения антропоморфного манипулятора с упругими звеньями. Исследование проводится асимптотическим методом, разработанным в [3] для общего случая многозвенного манипулятора и численным моделированием [4]. В [6–10] предложены некоторые режимы управления, обеспечивающие поворот упругой стрелы манипулятора на заданный угол с гашением колебаний в конце процесса. Публикуемая работа, являющаяся продолжением [10], посвящена оптимизации конструктивных параметров манипулятора и режимов управления, исследованию влияния упругих свойств конструкции на кинематические, динамические и энергетические характеристики движения робототехнических систем.

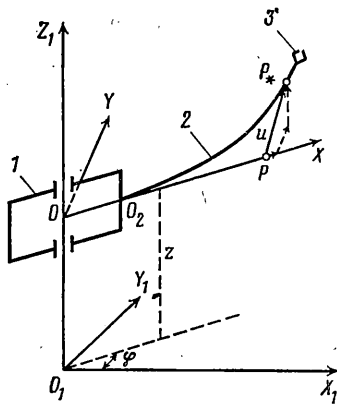
1. Рассматривается упругий манипулятор, состоящий из твердого тела I массы m_1 и жестко связанного с ним тонкого упругого нерастяжимого стержня 2 массы m_2 (фиг. 1). На правом конце стержня в захвате манипулятора расположено твердое тело 3 массы m_3 , линейные размеры которого малы по сравнению с длиной стержня l . Тело I под действием управляющего усилия F перемещается в инерциальном пространстве $O_1X_1Y_1Z_1$ вдоль оси O_1Z_1 и вращается вокруг этой же оси под действием управляющего момента сил M . С телом I жестко связана подвижная система координат $OXYZ$. Ось OX направлена по касательной к нейтральной линии стержня в точке O_2 , ось OZ совпадает с осью O_1Z_1 .

Для описания движения исследуемой механической системы вводятся обозначения: z — высота подъема, φ — угол поворота манипулятора относительно оси O_1Z_1 , x — расстояние от точки O_2 до произвольной точки P нейтральной оси упругого стержня, $v(x, t)$, $w(x, t)$ — проекции вектора перемещения точки P в момент времени t на оси OY и OZ соответственно (фиг. 1), I_1 — момент инерции тела I относительно оси вращения O_1Z_1 , $\rho(x)$, E — объемная плотность и модуль Юнга материала упругого стержня, $S(x)$, $I_y(x)$, $I_z(x)$ — площадь и моменты инерции поперечного сечения стержня относительно осей, параллельных осям OY и OZ , g — ускорение силы тяжести, T — время процесса управления, $m = m_1 + m_2 + m_3$, $a = OO_2$, $v_1 = v(l, t)$, $w_1 = w(l, t)$, $h = a + l$:

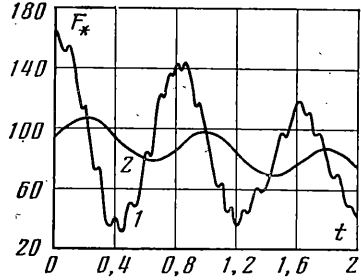
$$b(x) = m_3 h + \int_x^l (a + \xi) \rho(\xi) S(\xi) d\xi$$

В рамках линейной теории тонких прямолинейных нерастяжимых стержней [12] движение упругого манипулятора описывается следующей системой интегродифференциальных уравнений в частных производных:

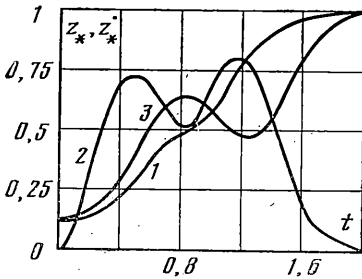
$$(I_1 + m_3 h^2) \varphi'' + m_3 h v_1'' + \int_0^l \rho S [v'' + (a + x) \varphi''] (a + x) dx = M$$



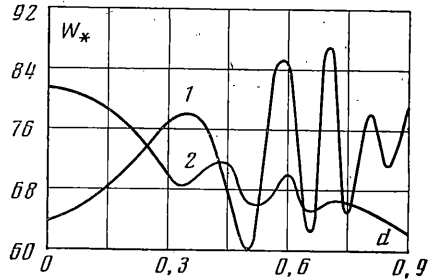
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

$$m(z'' + g) + m_3 w_1'' + \int_0^l \rho S w'' dx = F \quad (1.1)$$

$$(EI_z v'')'' + \rho S v'' - [\rho S v + (b v')'] \varphi^2 = -\rho S (a + x) \varphi''$$

$$(EI_y w'')'' + \rho S w'' - (b w')' \varphi^2 = -\rho S (z'' + g)$$

и граничными условиями

$$v(0, t) = v'(0, t) = w(0, t) = w'(0, t) = 0$$

$$v_1'' = 0, \quad (EI_z v_1'')' = m_3 [v_1'' + h \varphi'' + (h v_1' - v_1) \varphi^2] \quad (1.2)$$

$$w_1'' = 0, \quad (EI_y w_1'')' = m_3 (z'' + w_1'' + h w_1' \varphi^2 + g)$$

Здесь точкой обозначено дифференцирование по времени t , штрихом — по переменной x . Вывод уравнений (1.1) с условиями (1.2) приведен в [10]. Первые два уравнения выражают соответственно теорему об изменении момента количества движения всей системы относительно оси $O_1 Z_1$ и теорему об изменении проекции количества движения системы на эту же ось. Два последних уравнения описывают поперечные отклонения упругого стержня относительно равновесного недеформированного состояния. Граничные условия (1.2) выражают условие жесткого заземления стержня при $x=0$, отсутствие изгибающего момента и уравновешивание поперечной силы при $x=l$.

2. Пусть заданы достигаемые манипулятором начальное и конечное состояния

$$v(x, 0) = f_{11}(x), \quad v'(x, 0) = g_{11}(x), \quad w(x, 0) = f_{12}(x), \quad w'(x, 0) = g_{12}(x) \quad (2.1)$$

$$\varphi(0) = \varphi_1, \quad \varphi'(0) = \varphi_1', \quad z(0) = z_1, \quad z'(0) = z_1'$$

$$v(x, T) = f_{21}(x), \quad v'(x, T) = g_{21}(x), \quad w(x, T) = f_{22}(x), \quad w'(x, T) = g_{22}(x) \quad (2.2)$$

$$\varphi(T) = \varphi_2, \quad \varphi'(T) = 0, \quad z(T) = z_2, \quad z'(T) = 0$$

где $f_{ij}(x)$, $g_{ij}(x)$ ($i, j=1, 2$) — заданные согласованные с граничными условиями (1.2) функции, описывающие изгибные отклонения и скорости точек нейтральной линии упругого стержня в начальный и конечный моменты времени.

Обозначим через $\xi=(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ вектор конструктивных параметров манипулятора. В качестве компонент этого вектора могут быть взяты, например, линейные размеры звеньев манипулятора, их массовые характеристики и т. п. Очевидно, что величины α_i должны удовлетворять параметрическим ограничениям

$$\alpha_{i1} \leq \alpha_i \leq \alpha_{i2} \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (2.3)$$

где α_{ij} ($i=1, 2, \dots, n; j=1, 2$) выбираются исходя из оценок реальных значений соответствующих параметров промышленных роботов. Условия (2.3) определяют в пространстве конструктивных параметров n -мерный параллелепипед Q_ξ , каждой точке которого соответствует некоторая конструкция манипулятора.

Кроме ограничений (2.3) на конструктивные параметры манипулятора, а в общем случае и на его движение и режим управления, могут быть наложены также функциональные ограничения

$$\Phi_\mu(M, F, \varphi, z, \xi) \leq 0 \quad (\mu=1, 2, \dots, m) \quad (2.4)$$

К числу таких ограничений можно отнести, например, ограничения на частоты и амплитуды колебаний упругого манипулятора, скорость движения, напряженно-деформируемое состояние и т. д.

Для оценки технического уровня проектируемого манипулятора, а также качества управления его движением зададим некоторый критерий, который в общем виде запишем

$$J=J(M, F, \xi) \quad (2.5)$$

В качестве критерия J можно, например, принять мощность, энергозатраты приводов, вес манипулятора, стоимость, надежность.

Возможна постановка следующей задачи. Определить вектор параметров $\xi_* \in Q_\xi$ и допустимые управления $M_* \in M_1, F_* \in F_1$, перемещающие упругий манипулятор за заданное время T в силу уравнений (1.1), граничных условий (1.2) и ограничений (2.4) из начального состояния (2.1) в конечное (2.2) с экстремальным значением критерия качества

$$J(M_*, F_*, \xi_*) = \underset{M \in M_1, F \in F_1, \xi \in Q_\xi}{\text{extr}} J(M, F, \xi)$$

Здесь M_1, F_1 — заданные фиксированные множества допустимых значений управлений.

В рассматриваемых далее постановках решение сформулированной задачи осуществлялось в два этапа. Сначала при произвольном векторе параметров $\xi \in Q_\xi$ определялось семейство допустимых управлений M и F , перемещающих манипулятор за заданное время из начального в конечное состояния. Далее с помощью параметрической оптимизации из выделенного семейства управлений и среди точек параллелепипеда Q_ξ определялись оптимальные закон управления $\{M_*(t), F_*(t)\}$ и вектор параметров ξ_* , удовлетворяющие ограничениям (2.4) и доставляющие экстремум функционалу (2.5).

Опишем кратко разработанный алгоритм решения задачи оптимизации конструктивных параметров и режимов управления движением упругого манипулятора. Предположим, что угловая скорость манипулятора мала по сравнению с низшими частотами упругих колебаний системы. Тогда эффектами, обусловленными действием продольных центробежных сил инерции на упругий стержень, можно пренебречь, т. е. в уравнениях (1.1) и условиях (1.2) можно не учитывать члены с φ^2 . В реальных условиях для большинства существующих промышленных роботов принятое предположение имеет место [6]. С учетом сказанного система уравнений (1.1)

разделяется на две независимые однотипные подсистемы. Исследование поступательных и вращательных движений упругого манипулятора сводится к решению одной и той же системы интегродифференциальных уравнений [10].

В практически важном случае $\rho = \text{const}$, $S = \text{const}$ управляющие воздействия M и F , перемещающие за время T упругий манипулятор из начального состояния (2.1) в конечное (2.2), могут быть получены из решения следующей бесконечномерной проблемы моментов [10]:

$$\int_0^T p(t) dt = p_a, \quad \int_0^T p(t) t dt = p_a, \quad \int_0^T p(t) \sin k_n t dt = a_n, \quad (2.6)$$

$$\int_0^T p(t) \cos k_n t dt = b_n \quad (n=1, 2, \dots)$$

$$a_n = \frac{-k_n [(Q_n - E_n) \cos k_n T + A_n] - F_n \sin k_n T}{C_n},$$

$$b_n = \frac{k_n (Q_n - E_n) \sin k_n T + B_n - F_n \cos k_n T}{C_n}$$

В формулах (2.6) обозначено: $p = \varphi''(t)$, $p_a = -\varphi_1'$, $p_a = \varphi_2 - \varphi_1 - T\varphi_1'$ при вращательных и $p = z''(t)$, $p_a = -z_1'$, $p_a = z_2 - z_1 - Tz_1'$ при поступательных движениях манипулятора; $A_n, B_n, E_n, F_n, Q_n, C_n$ — коэффициенты разложения функций $f_{1i}(x) - Q(x)$, $g_{1i}(x)$, $f_{2i}(x)$, $g_{2i}(x)$, $Q(x)$, $C(x)$ в ряды по собственным функциям $X_n(x)$, причем $i=1$, $Q(x) \equiv 0$, $C(x) \equiv a+x$ при вращательных и $i=2$, $Q(x) \equiv gx^2 [4m_s(x-3l) + \rho S(4lx - x^2 - 6l^2)] / 24EI_y$, $C(x) \equiv 1$ при поступательных движениях системы, $X_n(x)$, k_n — собственные формы и собственные частоты колебаний упругого стержня с жестко защемленным левым и нагруженным точечной массой правым концом [10].

В [10] с помощью ЭВМ было показано, что для перевода манипулятора из начального состояния в конечное с точностью $\varepsilon = 10^{-6}$ достаточно ограничиться двумя первыми членами в соответствующих разложениях в ряды по собственным функциям $X_n(x)$, что приводит к системе шести моментных равенств на функцию $p(t)$. Таким образом, случай конечномерной проблемы моментов (2.6) является содержательным.

Для решения системы моментных равенств (2.6) при $n=1, 2, \dots, N$ применялся прямой метод. Функция $p(t)$ искалась в виде

$$p(t) = \sum_{m=1}^N (p_{2m-1} \cos k_m t + p_{2m} \sin k_m t) + \sum_{\nu=1}^L p_{2N+\nu} t^{\nu-1} \quad (2.7)$$

где p_i ($i=1, 2, \dots, 2N+L$) — неизвестные коэффициенты, подлежащие определению. Часть этих коэффициентов, например p_1, \dots, p_{2N+2} , можно определить из следующей алгебраической системы уравнений, получаемой после подстановки выражения (2.7) в первые $2N+2$ моментных равенства (2.6):

$$\sum_{m=1}^N \frac{1}{k_m} [p_{2m-1} \sin k_m T + p_{2m} (1 - \cos k_m T)] + p_{2m+1} T + \frac{1}{2} p_{2N+2} T^2 = p_{a,1}$$

$$\sum_{m=1}^N \frac{1}{k_m^2} [p_{2m-1} (1 - \cos k_m T) + p_{2m} (k_m T - \sin k_m T)] + \frac{1}{2} p_{2N+1} T^2 + \frac{1}{6} p_{2N+2} T^3 = p_{a,1}$$

$$\sum_{m=1}^N (p_{2m-1} I_{m,n}^{11} + p_{2m} I_{m,n}^{21}) + p_{2N+1} I_{1,n}^1 + p_{2N+2} I_{2,n}^1 = b_{n,1}, \quad (2.8)$$

$$\sum_{m=1}^N (p_{2m-1}^{12} I_{m,n} + p_{2m}^{22} I_{m,n}) + p_{2N+1}^2 I_{1,n} + p_{2N+2}^2 I_{2,n} = a_{n,1}$$

$$p_{a,1} = p_a - \sum_{v=3}^L p_{2N+v} \frac{T^v}{v}, \quad p_{a,1} = p_a - \sum_{v=3}^L p_{2N+v} \frac{T^{v+1}}{v(v+1)}$$

$$b_{n,1} = b_n - \sum_{v=3}^L p_{2N+v} I_{v,n}^1, \quad a_{n,1} = a_n - \sum_{v=3}^L p_{2N+v} I_{v,n}^2$$

$$I_{m,n}^{11} = \int_0^T \cos k_m t \cos k_n t dt, \quad I_{m,n}^{21} = \int_0^T \sin k_m t \cos k_n t dt, \quad I_{m,n}^{12} = \int_0^T \cos k_m t \sin k_n t dt$$

$$I_{m,n}^{22} = \int_0^T \sin k_m t \sin k_n t dt, \quad I_{v,n}^1 = \int_0^T t^{v-1} \cos k_n t dt,$$

$$I_{v,n}^2 = \int_0^T t^{v-1} \sin k_n t dt \quad (n=1, 2, \dots, N; v=1, 2, \dots, L)$$

Определитель системы (2.8) является определителем Грамма линейно-независимых функций $1, t, \cos k_n t, \sin k_n t, n=1, 2, \dots, N$, и поэтому отличен от нуля. Следовательно, система (2.8) имеет единственное решение p_{*1}, \dots, p_{*2N+2} , а найденная функция $p(t)$ и соответствующие ей управления M и F [10] зависят от $L-2$ свободных параметров $p_{2N+3}, \dots, p_{2N+L}$. Таким образом, задание функции $p(t)$ в виде (2.7) позволяет определить $(L-2)$ -параметрическое семейство управлений, перемещающих упругий манипулятор из состояния (2.1) в (2.2).

На построенном таким способом семействе управлений рассматриваемые функционалы (2.4), (2.5) превращаются в функции $\Phi_\mu^0(p_{2N+3}, \dots, p_{2N+L}, \alpha_1, \dots, \alpha_n)$ ($\mu=1, 2, \dots, m$), $J^0(p_{2N+3}, \dots, p_{2N+L}, \alpha_1, \dots, \alpha_n)$. Определение параметров $p_{*2N+3}, \dots, p_{*2N+L}, \alpha_{*1}, \dots, \alpha_{*n}$, доставляющих при ограничениях $\Phi_\mu^0 \leq 0$ ($\mu=1, 2, \dots, m$) экстремальное значение функции J^0 , позволяет из полученного семейства управлений и точек области Q_ξ выделить искомые оптимальные закон управления $\{M_*(t), F_*(t)\}$ и вектор конструктивных параметров ξ_* . Таким образом, определение оптимальных конструктивных параметров и режимов управления движением манипулятора сводится к задаче параметрической оптимизации. Для решения последней можно использовать стандартные численные методы [13].

С использованием методов структурного программирования [14] и на основании построенного алгоритма составлен комплекс прикладных программ на языке Фортран-IV для решения задачи оптимизации конструкции и режимов управления движением упругого манипулятора.

3. Рассмотрим поступательные движения упругого манипулятора. Пусть начальное и конечное состояния системы задаются соотношениями

$$z_1=0,1, \quad z_1^*=0, \quad w(x,0) = \frac{gx^2}{8EI_z} [4m_3(x-3l) + \rho S(4lx-x^2-6l^2)],$$

$$w^*(x,0) = 0 \quad (3.1)$$

$$z_2=1, \quad z_2^*=0, \quad w(x,T) = w^*(x,T) = 0, \quad x \in [0, l] \quad (3.2)$$

Условия (3.2) выражают отсутствие упругих колебаний манипулятора в конечный момент времени процесса управления.

В качестве оптимизируемых конструктивных параметров выберем: d_1 — внешний и d_2 — внутренний диаметры поперечного сечения упругого стержня, l — длину стержня. Обозначим через $Q_\xi = \{(d_1, d_2, l) : d_{21} \leq d_2 < d_1 \leq d_{12}, l_1 \leq l \leq l_2\}$ область определения компонент вектора ξ . Заданные величины d_{21}, d_{12}, l_1, l_2 определяют границы изменения конструктивных параметров. Оставшиеся параметры манипулятора будем считать фиксированными, т. е. $\rho = \rho^0, E = E^0, m_i = m_i^0$ ($i=1, 2, 3$).

Пусть функциональные ограничения на конструктивные параметры в режим управления движением манипулятора имеют вид

$$l(d_1^2 - d_2^2) = 4m_2^0 / (\pi \rho^0), \quad \max_{0 \leq t \leq T} |w(l, t)| - lw^0 \leq 0 \quad (3.3)$$

Здесь w^0 — заданная безразмерная величина. Условия (3.3) выражают соответственно неизменность массы упругого стержня m_2^0 и ограничение на амплитуду колебаний его конца, нагруженного точечной массой m_3^0 .

Для оценки качества управления манипулятором примем следующие функционалы:

$$W_* = \max_{0 \leq t \leq T} W_+(t), \quad e = \int_0^T W_+(t) dt \quad (3.4)$$

$W_+ = W(t)$ при $W(t) > 0$; $W_+ = 0$ при $W(t) \leq 0$, $W(t) = F(t)z^*(t)$.

Величины W_* и e являются энергетическими характеристиками движения рассматриваемой системы и выражают соответственно пороговую механическую мощность и механическую работу приводов управления. Предполагается, что приводы идеальны (отсутствуют силы трения, люфты и т. д.), а коэффициент рекуперации энергии равен нулю [15]. Энергоустановка совершает работу только в случае, когда механическая мощность положительна. В противном случае энергия рассеивается в тепло.

Сформулируем следующие задачи оптимизации конструктивных параметров и режимов управления поступательными движениями упругого манипулятора.

Задача 1. Определить вектор конструктивных параметров $\xi_* = (d_{*1}, d_{*2}, l_*) \in Q_\xi$ и допустимое управляющее усилие $F_* \in F_1$, перемещающее манипулятор за заданное время T^0 в силу уравнений (1.1), граничных условий (1.2) и ограничений (3.3) из состояния (3.1) в (3.2) и доставляющее минимальное значение пороговой механической мощности W_* .

Задача 2. Эта задача отличается от задачи 1 тем, что критерием качества служит величина механической работы e .

Задачи 1 и 2 являются примерами общей задачи оптимизации конструкции и режимов управления движением упругого манипулятора, сформулированной в п.2.

Решение задач 1 и 2 проводилось численными расчетами на ЭВМ с помощью построенного и описанного в п.2 алгоритма параметрической оптимизации. Независимая функция $p = z^{**}(t)$ представлялась в виде (2.7) при $N=3$, $L=2$. Коэффициенты параметризации p_i ($i=1, 2, \dots, 8$) определялись из системы восьми уравнений (2.8). По найденной функции $p = z^{**}(t)$ определялись относительные отклонения упругого стержня $w(x, t)$ [10], а из системы (1.1) вычислялось управляющее усилие $F(t)$, перемещающее за время T^0 упругий манипулятор из состояния (3.1) в (3.2). При этом осуществлялось гашение первых трех мод упругих колебаний стержня, что обеспечивало приведение упругого манипулятора в равновесное недеформируемое состояние с точностью 10^{-7} . Управление $F(t)$ определялось единственным образом и при заданных исходных данных манипулятора зависело только от вектора оптимизируемых параметров $\xi \in Q_\xi$. С помощью методов прямого поиска [13] определялись оптимальные $\xi_{*1} \in Q_\xi$, $\xi_{*2} \in Q_\xi$ и соответствующие управления $F_{*1}(t)$, $F_{*2}(t)$, доставляющие при ограничениях (3.3) минимальное значение функционалам (3.4).

В табл. 1 представлены результаты численного решения задач 1 и 2 для манипулятора с исходными данными $\rho^0 = 7850 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$, $E^0 = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$, $m_1^0 = 5 \text{ кг}$, $m_2^0 = 1 \text{ кг}$, $m_3^0 = 3 \text{ кг}$, $d_{21} = 0$, $d_{12} = 0,04 \text{ м}$, $l_1 = 0,6 \text{ м}$, $l_2 = 2 \text{ м}$, $T^0 = 2 \text{ с}$. Оптимальные значения линейных размеров упругого звена манипулятора приведены в зависимости от безразмерного параметра w^0 . При этом величины d_{*1} , d_{*2} , l_* даны в м, $J_{*1} = \min_{F \in F_1, \xi \in Q_\xi} W_*(F, \xi) - \text{в Вт}$,

$J_{*2} = \min_{F \in F_1, \xi \in Q_\xi} e(F, \xi) - \text{в Дж}$. Строки табл. 1 при $i=1$ отвечают случаю

минимизации пороговой мощности W_* , при $i=2$ — минимизации механической работы e приводов управления. Параметр N_0 выражает в процентном отношении величину выигрыша, достигаемого при оптимальном выборе конструктивных параметров манипулятора в сравнении с максималь-

Таблица 1

i	w^0	d_{*1}	d_{*2}	l_*	J_{*i}	N_0
1	0,1	0,013	0	1,05	61,5	34
	0,2	0,022	0,020	1,70	60,1	35
2	0,1	0,019	0,016	1,65	74,9	6
	0,2	0,016	0,013	1,80	71,1	10

ным значением рассматриваемого критерия качества при изменении варьируемых параметров в области Q_ξ с учетом ограничений (3.3).

Анализ числовых результатов и данных табл. 1 показывает, что выбор линейных размеров стрелы манипулятора (стержня 2) существенно влияет на энергетические характеристики движения. При фиксированных массах звеньев робота и заданном ограничении на амплитуду упругих колебаний манипулятора существуют оптимальные значения длины и диаметров поперечного сечения стрелы, минимизирующие пороговую мощность и механическую работу приводов управления. Выигрыш в энергетических характеристиках за счет надлежащего выбора конструктивных параметров стрелы манипулятора в расчетных примерах достигает 35%.

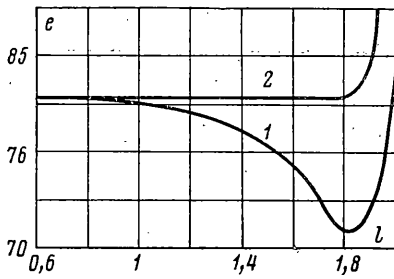
На фиг. 2, 3 представлены найденные в результате решения задачи 2 энергетически оптимальное управление $F_*(t)$ и соответствующий закон движения манипулятора $z_*(t)$ (кривые 1, F_* дано в Н, z_* — в м, t — в с). На фиг. 3 приведена скорость движения манипулятора $\dot{z}_*(t)$ (кривая 2, \dot{z}_* дано в м/с). Оптимальный процесс определяется вектором варьируемых конструктивных параметров $\xi_* = (0,016, 0,013, 1,8)$ при $w^0 = 0,2$. Видно, что построенный закон движения удовлетворяет условиям (3.1), (3.2) и характеризуется отсутствием возвратных движений манипулятора ($\dot{z}_* > 0$ при $0 < t < T^0$). Для сравнения на фиг. 2 представлено управление, необходимое для перемещения жесткого манипулятора из состояния (3.1) в (3.2) согласно тому же закону движения $z_*(t)$ (кривая 2). Из анализа графиков фиг. 2 следует, что гашение относительных отклонений требует значительных дополнительных усилий приводов.

Наряду с линейными размерами важными конструктивными характеристиками являются массы звеньев манипулятора. Рассмотрим задачу оптимизации конструкции и режимов управления поступательным движением манипулятора в случае, когда в качестве варьируемых конструктивных параметров взяты массы его звеньев, т. е. когда $\xi_* = (m_{*1}, m_{*2}, m_{*3})$. Пусть, как и выше, заданы: область определения вектора $\xi \in Q_\xi = \{(m_1, m_2, m_3) : m_{i1} \leq m_i \leq m_{i2} \text{ (} i=1, 2, 3)\}$, оставшиеся неварьируемые конструктивные параметры $\rho = \rho^0, l = l^0, E = E^0, d_2/d_1 = d = d^0, T = T^0$ и функциональные ограничения вида (m^0 — суммарная масса манипулятора)

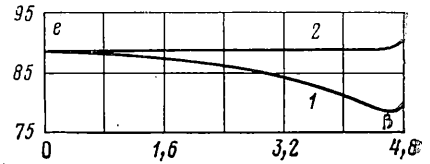
$$m_1 + m_2 + m_3 = m^0, \quad \max_{0 \leq t \leq T^0} |w(l^0, t)| - l^0 w^0 \leq 0 \quad (3.5)$$

Таблица 2

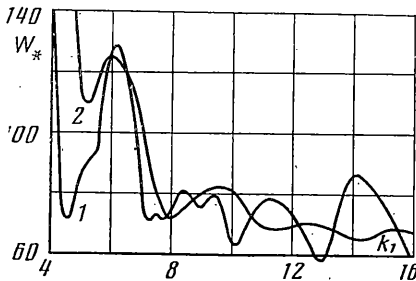
η	$\nu=0,3$	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0,1	134	126	109	114	107	128	97	114
0,2	101	96	123	99	123	100	110	117
0,3	107	116	118	91	101	102	116	95
0,4	89	104	109	96	108	99	92	92
0,5	96	81	103	105	85	93	87	94
0,6	66	76	95	79	84	78	85	83
0,7	81	70	75	87	78	85	85	77



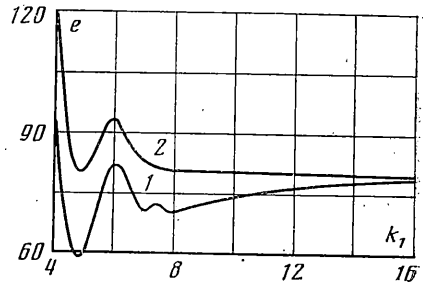
Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8

Задача 3. Определить вектор конструктивных параметров $\xi_* = (m_{*1}, m_{*2}, m_{*3}) \in Q_\xi$ и допустимое управляющее усилие $F_* \in F_1$, перемещающее упругий манипулятор за заданное время T^0 в силу уравнений (1.1), граничных условий (1.2) и ограничений (3.5) из состояния (3.1) в (3.2) с минимальным значением пороговой механической мощности W_* .

В табл. 2 приведены рассчитанные значения пороговой мощности W_* (Вт) в зависимости от безразмерных параметров $\eta = m_1/m^0$ и $\gamma = m_2/(m^0 - m_1)$ для манипулятора с исходными данными: $\rho^0 = 7850 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$, $E^0 = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ Н} \cdot \text{м}^{-2}$, $l^0 = 1,7 \text{ м}$, $d^0 = 0,9$, $m^0 = 10 \text{ кг}$, $w^0 = 0,1$, $T^0 = 2 \text{ с}$, $m_{i1} = 1 \text{ кг}$, $m_{i2} = 9 \text{ кг}$ ($i=1,2$), $m_{*1} = 0$, $m_{*2} = 9 \text{ кг}$. Решение задачи 3 определяется значениями $m_{*1} = 6 \text{ кг}$, $m_{*2} = 1,2 \text{ кг}$, $m_{*3} = 2,8 \text{ кг}$, а минимальное значение $J_{*1} = 66 \text{ Вт}$, что на 50% меньше максимального (табл. 2).

Из анализа данных табл. 2 следует, что распределение масс звеньев манипулятора существенно влияет на мощностные характеристики движения. При ограничении на амплитуду упругих колебаний манипулятора фиксированных его массе длине и соотношению диаметров поперечного сечения стрелы существует оптимальное распределение масс звеньев, при котором требования к мощности приводов управления минимальны.

4. Исследуем влияние отдельных конструктивных параметров манипулятора на энергетические характеристики. Пусть начальное и конечное состояния системы задаются условиями (3.1), (3.2).

На фиг. 4, 5 изображены соответственно зависимости пороговой мощности W_* от безразмерного параметра $d = d_2/d_1$ при $l = 1,2 \text{ м}$ и механической работы e от длины l при $d = 0,8$ (кривые 1, W_* дано в Вт, e — в Дж). Величины W_* и e рассчитывались с учетом ограничений (3.3) при $w^0 = 0,2$. Исходные данные упругого манипулятора задавались условиями задач 1, 2. Для сравнения здесь и ниже на фигурах приведены аналогичные зависимости (кривые 2), рассчитанные для соответствующего жесткого манипулятора с теми же значениями массово-инерционных параметров и одним и тем же найденном законе движения, удовлетворяющем условиям (3.1), (3.2).

Анализ кривой 1 на фиг. 4 показывает, что зависимость пороговой мощности W_* от величины d немонотонная и имеет ряд локальных экстремумов. В приведенном примере функция $W_*(d)$ имеет четыре локальных минимума при $d = 0,5; 0,65; 0,75; 0,85$. Из фиг. 4 следует также, что существуют интервалы значений параметра d , при которых для выполнения роботом одной и той же транспортной операции требования к мощности приводов упругого манипулятора существенно меньше по сравнению с требованиями к приводам жесткого манипулятора. Для найденного закона движения выигрыш в пороговой мощности при перемещении упругого манипулятора в данном примере достигает 20%.

Зависимость механической работы e от длины стрелы l также является немонотонной (фиг. 5). Существует оптимальное значение $l = l_*$, при котором энергосбережения

за перемещение упругого манипулятора с гашением относительных отклонений стрелы в конце процесса управления минимальны. Увеличение длины стрелы при $l > l_*$ приводит к появлению возвратных движений упругого манипулятора (кривая 3 на фиг. 3), в результате чего энергозатраты резко возрастают.

Из фиг. 5 видно, что существуют такие законы движения, при которых энергозатраты упругого манипулятора меньше, чем жесткого (в приведенном примере на 10%).

На фиг. 6 представлена зависимость механической работы e от безразмерного параметра $\beta = m_3/m_2$ в случае, когда $m_2 + m_3 = 5$ кг (кривая 1 соответствует упругому манипулятору, кривая 2 — жесткому, e дано в Дж). Приведенные зависимости рассчитывались с учетом ограничений (3.5). В качестве исходных данных манипулятора принимались данные задачи 3 при $w^0 = 0,15$. Из анализа графиков фиг. 6 следует, что существует оптимальное соотношение масс груза и стрелы (оптимальная грузоподъемность робота) $\beta = \beta_*$, при котором энергозатраты минимальны. Видно также, что в рассматриваемом случае перемещение упругого манипулятора является более экономным по сравнению с жестким.

Практически важным является вопрос о влиянии на кинематические, динамические и энергетические характеристики системы низших частот упругих колебаний. В ходе численных расчетов было установлено, что изменение линейных параметров стрелы манипулятора, ее массы и массы груза в области $Q_k = \{(d_1, d_2, l, m_2, m_3) : d_{21} \leq d_2 < d_1 \leq d_{12}, l_1 \leq l \leq l_2, m_{11} \leq m_i \leq m_{i2}, i=2, 3\}$ при условии $m_2 + m_3 = \text{const}$ и неизменной первой частоте практически не влияет на W_* и e . Приведем зависимость исследуемых энергетических характеристик от первой собственной частоты упругих колебаний стрелы манипулятора k_1 . На фиг. 7, 8 изображены соответственно графики функций $W_*(k_1)$ и $e(k_1)$ при $m_2 + m_3 = 4$ кг (кривые 1 отвечают упругому манипулятору, кривые 2 — жесткому, W_* дано в Вт, e — в Дж). В качестве исходных данных манипулятора принимались данные задач 1, 2. Анализ кривых 1 на фиг. 7, 8 показывает, что зависимость энергетических характеристик от первой частоты является немонотонной. Существуют оптимальные значения k_{*1}^W и k_{*1}^e , минимизирующие пороговую мощность W_* и необходимые энергозатраты e . Из сравнения кривых 1 и 2 фиг. 7 видно наличие интервалов значений k_1 , при которых на рассматриваемых законах движения перемещение упругого манипулятора происходит с меньшими (на 35%) требованиями к пороговой мощности приводов по сравнению с требованиями к пороговой мощности приводов жесткого манипулятора. Перемещение упругого манипулятора в рассматриваемом диапазоне изменения низшей частоты колебаний стрелы является более экономным (фиг. 8).

ЛИТЕРАТУРА

1. Truckenbrodt A. Regelung eines flexiblen manipulatorarms.— Z. angew. Math. und Mech., 1978, В. 58, Н. 6, S. T184—T185.
2. Лакота Н. А., Рахманов Е. В., Шведов В. Н. Управление упругим манипулятором на траектории.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1980, № 2, с. 53—59.
3. Черноушко Ф. Л. Динамика управляемых движений упругого манипулятора.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1981, № 5, с. 142—152.
4. Акуленко Л. Д., Михайлов С. А., Черноушко Ф. Л. Моделирование динамики манипулятора с упругими звеньями.— Изв. АН СССР. МТТ, 1981, № 3, с. 118—124.
5. Вукобратович М., Потконяк В. Численный метод моделирования динамики манипулятора с упругими свойствами.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1981, № 5, с. 131—141.
6. Акуленко Л. Д., Гукасян А. А. Управление плоскими движениями упругого звена манипулятора.— Изв. АН СССР. МТТ, 1983, № 5, с. 33—41.
7. Акуленко Л. Д., Болотник Н. Н. Об управлении поворотом упругого звена манипулятора.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1984, № 1, с. 167—173.
8. Болотник Н. Н., Гукасян А. А. Управление движением манипулятора с учетом упругих колебаний стрелы.— Изв. АН СССР. МТТ, 1984, № 4, с. 38—46.
9. Бербюк В. Е. Об управляемом вращении системы двух твердых тел с упругими элементами.— ПИММ, 1984, т. 48, вып. 2, с. 238—246.
10. Бербюк В. Е., Демидюк М. В. Об управляемом движении упругого манипулятора с распределенными параметрами.— Изв. АН СССР. МТТ, 1984, № 2, с. 59—67.
11. Михайлов С. А., Черноушко Ф. Л. Исследование динамики манипулятора с упругими звеньями.— Изв. АН СССР. МТТ, 1984, № 2, с. 51—58.
12. Бабакоев И. М. Теория колебаний. М.: Гостехиздат, 1958. 628 с.
13. Малков В. П., Угодчиков А. Г. Оптимизация упругих систем. М.: Наука, 1981. 288 с.
14. Хьюз Дж., Мичгом Дж. Структурный подход к программированию М.: Мир, 1980. 278 с.
15. Льюис Э., Стерн Х. Гидравлические системы управления. М.: Мир, 1966. 407 с.

Львов

Поступила в редакцию
12.IV.1985