МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 2 • 1986

УДК 531.385

РАВНОМОДУЛЬНОЕ ПРОГРАММНО-ЧАСТОТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МИНИМАЛЬНО ИЗБЫТОЧНОЙ СТРУКТУРОЙ ДВУХСТЕПЕННЫХ СИЛОВЫХ ГИРОСКОПОВ СИСТЕМЫ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

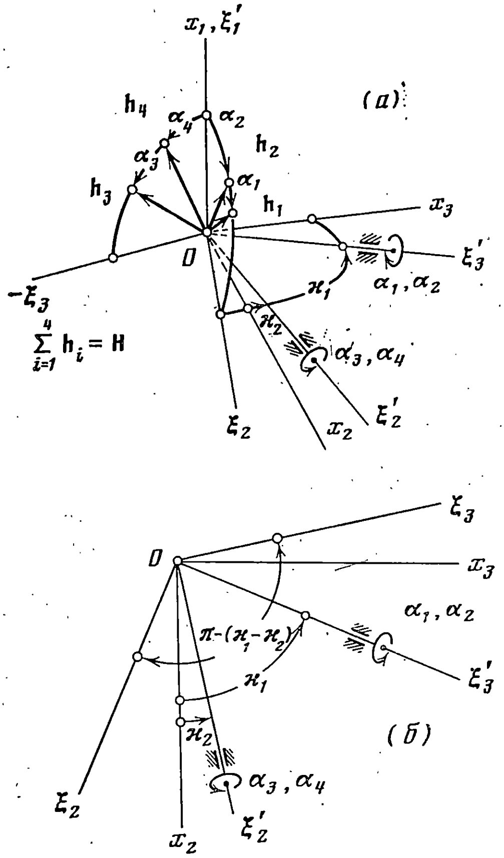
КАРПАЧЕВ Ю. А.

Управление космическими аппаратами при помощи силовых гироскопов изучено в [1–4]. В публикуемой работе рассмотрена задача программно-частотного управления минимально избыточной компланарной гиросистемы, двухстепенные силовые гироскопы которой распределены в две неортогонально ориентированные гиросиловые группы, в каждой из которых оси прецессии гироскопов параллельны друг другу. Управление гиросистемой основано на разложении программного вектора кинетического момента гиросистемы на два равномодульных вектора, каждый из которых определяется векторной суммой одинаковых по величине кинетических моментов двух гироскопов с параллельными друг другу осями подвеса гироузлов. Показано, что равномодульное управление максимизирует область управляемости гиросистемы, минимизирует множество ее сингулярных состояний и приводит к простым алгоритмам вычисления программных угловых скоростей прецессии гироскопов.

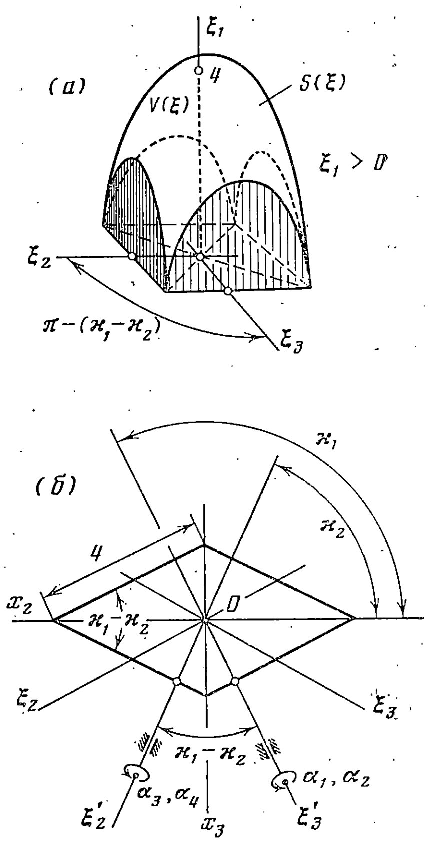
1. Гиросиловое управление ориентацией космического аппарата осуществляется на основе изменения в осях аппарата суммарного вектора кинетического момента гиросистемы (вектора **H**). Для известной механической модели аппарата и заданной, или синтезируемой в процессе движения кинематической программе ориентации аппарата в пространстве, изменение вектора **H** известно. В этом случае задача управления гиросиловой системы заключается в определении по программному изменению вектора **H** угловых скоростей прецессии, входящих в гиросистему, силовых гироскопов [1].

Управление избыточными структурами двухстепенных силовых гироскопов (гиродинов) целесообразно осуществлять на основе программно-частотного принципа управления, когда вычисляемая по текущим (фактическим) углам прецессии гироскопов и программной скорости вектора $\mathbf{H}^{\cdot}$ угловая скорость прецессии гиродинов преобразуется в частоту следования импульсов, поступающих на шаговые электроприводы осей прецессии силовых гироскопов, а внутреннее перераспределение составляющих кинетического момента гиросистемы осуществляется нуль-вектором гироскопического момента системы, не оказывающего на корпус аппарата суммарного динамического воздействия. Это исключает необходимость вычисления углов прецессии силовых гироскопов, связанной с численным интегрированием существенно нелинейной системы прецессионных уравнений движения гиросистемы. Сложность программно-алгоритмического обеспечения такого принципа управления заключается в построении наиболее простых безытерационных алгоритмов вычисления угловых скоростей прецессии гиродинов, максимизирующих область управляемости гиросистемы и минимизирующих в последней множество сингулярных (вырожденных) состояний [1].

Эта задача рассматривается применительно к минимально избыточной компланарной структуре двухстепенных силовых гироскопов, распределенных в две неортогонально ориентированные гиросиловые группы, в каждой из которых оси прецессии гиродинов параллельны. Такая гиросиловая структура наиболее эффективна, когда эллипсоид инерции аппа-



Фиг. 1



Фиг. 2

рата с включенными в него массами гиродинов существенно отличается от осесимметричной фигуры, а гиросистема должна обеспечить наибольшие изменения вектора **H** в направлении главной оси максимального момента инерции аппарата (в перпендикулярном осям прецессии гироскопов направлении).

Пусть Ox_i ($i=1, 2, 3$) — жестко связанная с корпусом космического аппарата правая ортогональная система координат (ортогональный базис), в котором заданы векторы **H** и $\mathbf{H}^{\cdot}$ (локальная производная вектора **H**); $O\xi_i'$ ($i=1, 2, 3$) — жестко связанная с базисом Ox неортогональная система координат (косоугольный базис $O\xi'$), ось $O\xi_1'$ которой совпадает с осью Ox_1, а оси $O\xi_2'$ и $O\xi_3'$ развернуты в плоскости x_2Ox_3 относительно положительного направления координатной оси Ox_2 в сторону оси Ox_3 на углы $\varkappa_2$ и $\varkappa_1>\varkappa_2$ соответственно (фиг. 1, *а*); оси прецессии первой пары гиродинов параллельны оси $O\xi_3'$, а оси прецессии второй пары — оси $O\xi_2'$; $O\xi$ — неортогональный базис, ось $O\xi_1$ которого совпадает с осями Ox_1, $O\xi_1'$, ось $O\xi_3$ ортогональна $O\xi_2'$, а $O\xi_2$ ортогональна $O\xi_3'$ так, что угол между положительными направлениями координатных осей $O\xi_2$ и $O\xi_3$ равен $\pi-(\varkappa_1-\varkappa_2)$ (фиг. 1, *б*). При $\varkappa_2=0$ ось $O\xi_3$ совпадает с положительным направлением координатной оси Ox_3, а $O\xi_2$ при $\varkappa_1=\pi/2$ — с положительным направлением координатной оси Ox_2 базиса Ox; h_0 — постоянный по величине и одинаковый для всех гиродинов кинетический момент собственного вращения ротора гироскопа.

Тогда при отсчете углов прецессии гироскопов относительно положительного направления координатной оси $Ox_1(O\xi_1)$ базиса $Ox(O\xi)$ для приведенного к h_0 вектора (матрице-столбца) кинетического момента гиросистемы (вектора ξ) согласно прецессионной теории гироскопов [5] в косоугольном базисе $O\xi$ можно записать

$$\xi=\frac{\mathrm{H}(\xi)}{h_0}=\begin{Vmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix}\sum\limits_{i=1}^{4}\cos\alpha_i\\ \sin\alpha_1+\sin\alpha_2\\ -\sin\alpha_3-\sin\alpha_4\end{Vmatrix}$$

$$\xi_1=x_1,\quad \xi_2=\sin^{-1}(\varkappa_1-\varkappa_2)(x_2\cos\varkappa_2+x_3\sin\varkappa_2)$$

$$\xi_3=\sin^{-1}(\varkappa_1-\varkappa_2)(x_2\cos\varkappa_1+x_3\sin\varkappa_1)$$

$$\mathrm{x}=\mathrm{H}/h_0=\|x_1,\ x_2;\ x_3\|^T=A_{x\xi}\xi \tag{1.1}$$

$$A_{x\xi}=\begin{Vmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & \sin\varkappa_1 & -\sin\varkappa_2\\ 0 & -\cos\varkappa_1 & \cos\varkappa_2\end{Vmatrix},\quad (\partial\xi/\partial\alpha)\,\alpha^{\boldsymbol{\cdot}}=\xi^{\boldsymbol{\cdot}}$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial\alpha}=\begin{Vmatrix}-\sin\alpha_1 & -\sin\alpha_2 & -\sin\alpha_3 & -\sin\alpha_4\\ \cos\alpha_1 & \cos\alpha_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -\cos\alpha_3 & -\cos\alpha_4\end{Vmatrix}$$

$$\alpha=\|\alpha_1;\ \alpha_2;\ \alpha_3;\ \alpha_4\|^T\quad(-\pi\leqslant\alpha_i\leqslant\pi;\ i=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

Здесь α_1, α_2 и α_3, α_4 — углы прецессии гиродинов, соответственно, первой и второй гиросиловых групп (при этом будем полагать, что всегда $\alpha_1\geqslant\alpha_2$ и $\alpha_3\geqslant\alpha_4$); x — приведенный к h_0 в базисе Ox программный вектор кинетического момента гиросистемы; T — символ транспонирования; точка означает дифференцирование по независимой переменной t; $A_{x\xi}$ — неортогональная матрица преобразования ортогонального базиса Ox в косоугольный базис $O\xi$.

Согласно первому равенству (1.1), имеющая место при $\alpha_1=\alpha_2$ и $\alpha_3=\alpha_4$ поверхность вариации вектора ξ (поверхность $S(\xi)$) определяется в базисе $O\xi$ соотношениями

$$\sum_{i=1}^{3}\xi_i^2-2\sqrt{(4-\xi_2^2)(4-\xi_3^2)}=8\quad(\xi_2^2\leqslant4,\ \xi_3^2\leqslant4) \tag{1.2}$$

Поверхность $S(\xi)$ выпукла, симметрична относительно координатных плоскостей базиса $O\xi$ и образуется точками параллельной плоскости $\xi_1O\xi_2$ ($\xi_1O\xi_3$) окружности радиуса $r=2$ при перемещении ее центра по другой окружности того же радиуса, параллельной плоскости $\xi_1O\xi_3$ ($\xi_1O\xi_2$), центр которой совмещен с началом O базиса $O\xi$ (фиг. 2, *а*). Пересечение $S(\xi)$ с плоскостью $\xi_2O\xi_3$ дает ромб с длиной стороны $l=4$ и острым углом при вершине, равным $\varkappa_1-\varkappa_2$. Стороны ромба ортогональны координатным осям $O\xi_2'$ и $O\xi_3'$ базиса $O\xi'$, а меньшая диагональ ромба, равная $8\sin{}^1/_2(\varkappa_1-\varkappa_2)$, совпадает с биссектрисой острого угла $\xi_2'O\xi_3'$ (осью Ox_3) (фиг. 2, *б*).

Сингулярные состояния рассматриваемой системы, определяемые линейной зависимостью строк матрицы $\partial\xi/\partial\alpha$, могут иметь место на поверхности $S(\xi)$, в начале координат базиса $O\xi$ и на его координатных плоскостях. Алгоритм вычисления вектора $\alpha^{\boldsymbol{\cdot}}$ должен минимизировать упомянутое множество сингулярных состояний гиросистемы.

2. Однозначное определение вектора $\alpha^{\boldsymbol{\cdot}}$ требует доопределения прецессионных уравнений движения гиросистемы (1.1) каким-либо одним линейно независимым от этих уравнений скалярным соотношением векторов α и ξ. Осуществим такое доопределение линейным расщеплением входящего в первое равенство (1.1) уравнения

$$\sum_{i=1}^{4}\cos\alpha_i=\xi_1 \tag{2.1}$$

на два равенства

$$\cos\alpha_1+\cos\alpha_2=\mu;\quad \cos\alpha_3+\cos\alpha_4=\xi_1-\mu \tag{2.2}$$

В (2.2) μ — подлежащий определению расщепляющий параметр, равный проекции приведенного к h_0 суммарного вектора кинетического момента первой пары гиродинов на положительное направление координатной оси $O\xi_1$. Согласно (2.2), $\|\mu\|\leqslant 2$. Изменение параметра μ во времени определяет нуль-вектор гироскопического момента системы, когда изменение углов прецессии гиродинов не оказывает на корпус космического аппарата суммарного динамического воздействия. Введя в рассмотрение вектор

$$y=\begin{Vmatrix} \mu \\ \xi_2 \\ \xi_1-\mu \\ -\xi_3 \end{Vmatrix}=\begin{Vmatrix} \cos\alpha_1+\cos\alpha_2 \\ \sin\alpha_1+\sin\alpha_2 \\ \cos\alpha_3+\cos\alpha_4 \\ \sin\alpha_3+\sin\alpha_4 \end{Vmatrix} \tag{2.3}$$

в соответствии с (1.1) и (2.2) можно записать

$$(\partial y/\partial\alpha)\dot{\alpha}=\dot{y}, \quad (\partial y/\partial\alpha)=A(\alpha)=\mathrm{diag}(A_{12},\ A_{34}) \tag{2.4}$$

$$A_{12}=\begin{Vmatrix} -\sin\alpha_1 & -\sin\alpha_2 \\ \cos\alpha_1 & \cos\alpha_2 \end{Vmatrix}, \quad A_{34}=\begin{Vmatrix} -\sin\alpha_3 & -\sin\alpha_4 \\ \cos\alpha_3 & \cos\alpha_4 \end{Vmatrix}$$

Согласно (2.4), доопределенная система прецессионных уравнений движения гиросистемы представлена в виде двух ортогональных относительно координат вектора $\dot{\alpha}$ подсистем, каждая из которых отражает движения двух гироскопов с параллельными друг другу осями подвеса гироузлов, а взаимосвязь упомянутых подсистем осуществляется параметром μ.

Если матрица $\partial y/\partial\alpha$ полного ранга, то в соответствии с (2.4) для вектора $\dot{\alpha}$ можно записать ($A^{-1}(\alpha)$ — матрица, обратная $A(\alpha)$):

$$\dot{\alpha}=A^{-1}(\alpha)\dot{y} \tag{2.5}$$

В соответствии с (2.4) определитель матрицы $A(\alpha)$, равный

$$\Delta(\alpha)=\sin(\alpha_1-\alpha_2)\sin(\alpha_3-\alpha_4) \tag{2.6}$$

равен произведению площадей двух ромбов, каждый из которых построен на единичных векторах кинетических моментов гиродинов с параллельными друг другу осями подвеса гироузлов. Определяя качественную структуру матрицы $A(\alpha)$, определитель $\Delta(\alpha)$ характеризует обобщенный критерий управляемости гиросистемы: при $\Delta(\alpha)=1$ матрица $A(\alpha)$ является диагональной и все ее собственные значения кратны; при $\Delta(\alpha)=0$ матрица $A(\alpha)$ становится сингулярной, что соответствует вырожденным (неуправляемым) состояниям гиросистемы; увеличение $\Delta(\alpha)$ расширяет область управляемости гиросистемы и одновременно уменьшает эвклидову норму вектора $\dot{\alpha}$, что приводит к уменьшению энергозатрат гиросистемы, связанных с программным изменением кинетического момента системы. Следовательно, введенный в рассмотрение расщепляющий параметр μ необходимо выбирать из условия максимизации определителя $\Delta(\alpha)$.

3. Введя в рассмотрение согласно (2.3) приведенные к h_0 величины ρ_1, ρ_2 кинетических моментов первой и второй пары гиродинов

$$\rho_1=\sqrt{\mu^2+\xi_2^2}\leqslant 2, \quad \rho_2=\sqrt{(\xi_1-\mu)^2+\xi_3^2}\leqslant 2 \tag{3.1}$$

$$\rho_1^2+\rho_2^2=\sum_{i=1}^{3}\xi_i^2+2\mu(\mu-\xi_1)=\varphi(\xi)\leqslant 8$$

и приняв во внимание, вытекающие из (2.3) соотношения

$$\cos(\alpha_1-\alpha_2)=(\mu^2+\xi_2^2)/2-1=(\rho_1^2-2)/2 \tag{3.2}$$

$$\cos(\alpha_3-\alpha_4)=\tfrac{1}{2}[(\xi_1-\mu)^2+\xi_3^2]-1=(\rho_2^2-2)/2$$

согласно (2.6) для $\Delta(\alpha)$ можно записать

$$\Delta(\alpha)={}^1/_4\rho_1\rho_2\sqrt{(4-\rho_1^2)(4-\rho_2^2)}. \qquad (3.3)$$

Так как максимизация $\Delta(\alpha)$ должна осуществляться на текущем векторе кинетического момента гиросистемы, то введем в рассмотрение в соответствии с последним равенством (3.1) расширенный определитель $\Delta(\alpha)$ (ν — множитель Лагранжа):

$$\psi=\Delta(\alpha)+\nu[\varphi(\xi)-(\rho_1^2+\rho_2^2)] \qquad (3.4)$$

Тогда из равенств

$$\partial\psi/\partial\rho_1=0, \quad \partial\psi/\partial\rho_2=0 \qquad (3.5)$$

с учетом (3.3) следуют соотношения

$$\rho_2(2-\rho_1^2)\sqrt{\frac{4-\rho_1^2}{4-\rho_2^2}}=4\nu\rho_1, \qquad \rho_1(2-\rho_2^2)\sqrt{\frac{4-\rho_1^2}{4-\rho_2^2}}=4\nu\rho_2 \qquad (3.6)$$

согласно которым для значений ν, не равных нулю, должно иметь место равенство

$$(2-\rho_1^2)(4-\rho_2^2)\rho_2^2-(2-\rho_2^2)(4-\rho_1^2)\rho_1^2=0 \qquad (3.7)$$

левая часть которого обращается в нуль при

$$\rho_1=\rho_2 \qquad (3.8)$$

что в соответствии с (2.3), (3.1) и (3.2) тождественно соотношению

$$\alpha_1-\alpha_2=\alpha_3-\alpha_4 \qquad (3.9)$$

С геометрической точки зрения выражения (3.8), (3.9) требуют разложения вектора $\xi(x)$ на два равномодульных вектора ρ_1 и ρ_2, ориентированных в двух неортогональных плоскостях $\xi_1O\xi_2$ и $\xi_1O\xi_3$ базиса $O\xi$, определяя тем самым принцип равномодульного программно-частотного управления гиросистемой. Подставляя ρ_1 и ρ_2 из (3.1) в (3.8) с учетом (1.1) для искомого программного параметра $\mu=\mu^*$, получим

$$\mu^*=\frac{\xi_1^2+\xi_3^2-\xi_2^2}{2\xi_1}=\frac{1}{2x_1}\Big\{x_1^2+\frac{1}{\sin^2(\varkappa_1-\varkappa_2)}\times$$
$$\times[x_2^2(\cos^2\varkappa_1-\cos^2\varkappa_2)+x_3^2(\sin^2\varkappa_1-\sin^2\varkappa_2)+$$
$$+2x_2x_3(\sin\varkappa_1\cos\varkappa_1-\sin\varkappa_2\cos\varkappa_2)]\Big\} \qquad (3.10)$$

которое при $\varkappa_2=\pi-\varkappa_1$ (т. е. когда ось Ox_3 является биссектрисой угла, образованного осями прецессии первой и второй пары гиродинов) принимает в базисе Ox более простой вид

$$\mu^*=\frac{1}{2x_1}\left[x_1^2-\frac{2x_2x_3\sin 2\varkappa_1}{\sin^2(\varkappa_1-\varkappa_2)}\right] \qquad (3.11)$$

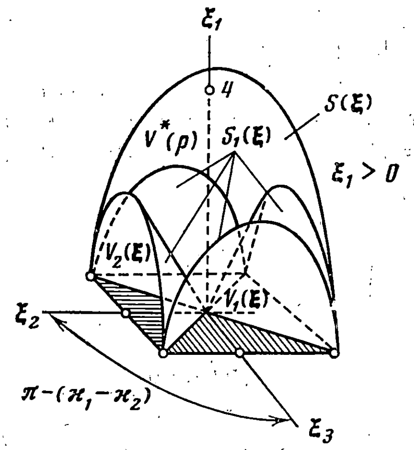
Подставляя (3.10) в (3.1), получим неравенства

$$(\xi_1^2+\xi_3^2-\xi_2^2)^2+4\xi_1^2\xi_2^2\leqslant16\xi_1^2, \quad (\xi_1^2+\xi_2^2-\xi_3^2)^2+4\xi_1^2\xi_3^2\leqslant16\xi_1^2 \qquad (3.12)$$

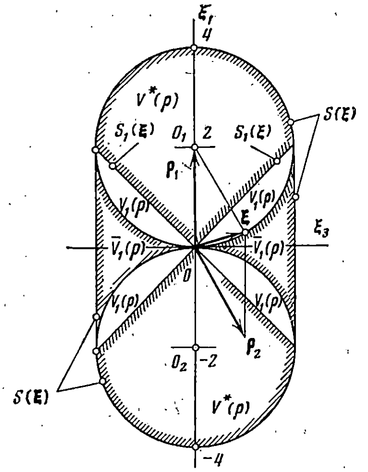
определяющие в косоугольном базисе $O\xi$ область $V(\rho)$ допустимости равномодульного управления гиросистемой. Согласно (3.12), область $V(\rho)$ ограничена симметричной относительно координатных плоскостей базиса $O\xi$ поверхностью $S(\rho)$, где $\Delta(\alpha)=0$, образуемой, так же как и поверхность $S(\xi)$, поступательным перемещением окружности радиуса $r=2$ относительно начала базиса $O\xi$. Поверхности $S(\xi)$ и $S(\rho)$ при $2\leqslant|\xi_1|\leqslant4$ совпадают друг с другом, при этом согласно (3.12) и (1.2):

$$V(\xi)=V(\rho)\oplus\overline{V}(\rho) \qquad (3.13)$$

где $\overline{V}(\rho)$ — недоступная для равномодульного управления подобласть области $V(\xi)$; а знак $\oplus$ означает прямую сумму подобластей $V(\rho)$ и $\overline{V}(\rho)$ области $V(\xi)$ (фиг. 3, 4). Поверхность $S(\rho)$ пересекает координатные



Фиг. 3



Фиг. 4

плоскости $\xi_1 O \xi_2$ и $\xi_1 O \xi_3$ косоугольного базиса $O\xi$ по двум касающимся внешне в точке O окружностям радиуса $r=2$, центры которых смещены по оси $O\xi_1$ относительно O на равные радиусу этим окружностям расстояния (фиг. 4). Отношение площади $V(\rho)$ к $V(\xi)$, характеризующее в неортогональных плоскостях базиса $O\xi$ эффективность использования равномодульным управлением области вариации кинетического момента гиросистемы, составляет величину

$$\eta = 2\pi/(\pi+4) \simeq 0{,}9 \qquad (3.14)$$

Наличие области $\bar{V}(\rho)$ требует доопределения равномодульного управления при нахождении вектора кинетического момента гиросистемы в упомянутой области. Рассматривая параметр μ^* как функцию только одной переменной ξ_1, из уравнения

$$\partial\mu^*/\partial\xi_1 = 0 \qquad (3.15)$$

в соответствии с (3.10) получим равенство

$$\min\|\mu^*(\xi_1)\| = \begin{cases} \|\xi_1\| & \text{при} \quad \xi_1^2 = \xi_3^2 - \xi_2^2 \\ 0 & \text{при} \quad \xi_1^2 = \xi_2^2 - \xi_3^2 \end{cases} \qquad (3.16)$$

согласно которому экстремум $\mu^*(\xi_1)$ достигается на правильных конических поверхностях $\xi_1^2 = \xi_3^2 - \xi_2^2$ (поверхность $S_1(\xi)$) и $\xi_1^2 = \xi_2^2 - \xi_3^2$ (поверхность $S_2(\xi)$), определяющих совместно с поверхностью $S(\xi)$ области $V_1(\xi)$ и $V_2(\xi)$ базиса $O\xi$, где $\xi_1^2 \leqslant \xi_3^2 - \xi_2^2$ (область $V_1(\xi)$) и $\xi_1^2 \leqslant \xi_2^2 - \xi_3^2$ (область $V_2(\xi)$), так, что

$$V(\xi) = V^*(\rho) \oplus V_1(\xi) \oplus V_2(\xi), \quad V^*(\rho) \in V(\rho) \qquad (3.17)$$

В (3.17) $V^*(\rho)$ — допустимая для равномодульного управления подобласть области $V(\rho)$, ограниченная поверхностями $S_1(\xi)$, $S_2(\xi)$ и $S(\xi)$ ($S(\rho)$) (фиг. 4). С учетом (3.13) для $V(\rho)$, $V_1(\xi)$ и $V_2(\xi)$ можно записать

$$V(\rho) = V^*(\rho) \oplus V_1(\rho) \oplus V_2(\rho), \quad V_1(\xi) \oplus V_2(\xi) = \bar{V}(\rho) \oplus V_1(\rho) \oplus V_2(\rho) \qquad (3.18)$$

Здесь $V_1(\rho)$ — подобласть области $V(\rho)$, ограниченная поверхностями $S_1(\xi)$ и $S(\rho)$, а $V_2(\rho)$ — подобласть области $V(\rho)$, ограниченная поверхностями $S_2(\xi)$ и $S(\rho)$. В координатной плоскости $\xi_1 O \xi_3$ ($\xi_1 O \xi_2$) базиса $O\xi$ область $V_1(\xi)$ ($V_2(\xi)$) определяется двумя конгруэнтными равнобедренными прямоугольными треугольниками, симметрично ориентированными относительно координатных осей $O\xi_1$, $O\xi_3$ ($O\xi_2$), величина катета которых равна двум; область $V_1(\rho)$ ($V_2(\rho)$) — четырьмя конгруэнтными сегментами радиуса $r=2$ и центральным углом $\pi/2$, получаемыми согласно (3.12), (3.17) при пересечении двух смещенных относительно O окружностей радиуса $r=2$ двумя прямыми линиями $\xi_1 \pm \xi_3 = 0$ (фиг. 4).

Определим диапазоны изменения ξ_1, μ^* и $\partial\mu^*/\partial\xi_1$ при изменении вектора кинетического момента гидросистемы в окрестности оси $O\xi_1$, нормальной осям прецессии гиродинов, т. е. когда $|\xi_2| \ll 2$ и $|\xi_3| \ll 2$. Согласно (3.10), (3.16), при изменении ξ_1 в области $V^*(\rho)$, когда $\xi_2=0$ и $\xi_3=\mathrm{const}$:

$$\xi_3 \leqslant \xi_1 \leqslant 2+\sqrt{4-\xi_3^2}; \quad \xi_3 \leqslant \mu^* \leqslant 2 \tag{3.19}$$

$$0 \leqslant \partial\mu^*/\partial\xi_1 \leqslant \sqrt{4-\xi_3^2}/(2+\sqrt{4-\xi_3^2})\,\big|_{\|\xi_3\| \ll 2} \simeq {}^1/_2$$

а при изменении ξ_1 в области $V_1(\rho)$, также при $\xi_2=0$ и $\xi_3=\mathrm{const}$:

$$2-\sqrt{4-\xi_3^2} \leqslant \xi_1 \leqslant \xi_3, \quad \xi_3 \leqslant \mu^* \leqslant 2 \tag{3.20}$$

$$0 \geqslant \partial\mu^*/\partial\xi_1 \geqslant -\sqrt{4-\xi_3^2}/(2-\sqrt{4-\xi_3^2})\,\big|_{\|\xi_3\| \ll 2} \simeq -4/\xi_3^2$$

Соотношения, аналогичные (3.19) и (3.20), справедливы и для диапазонов изменения ξ_1, μ^* и $\partial\mu^*/\partial\xi_1$ в области $V^*(\rho)$ и $V_2(\rho)$ при $\xi_3=0$ и $\xi_2=\mathrm{const}$. Из (3.19), (3.20) следует, что незначительная по отношению к $V(\xi)$ подобласть равномодульного управления $V_1(\rho)$ ($V_2(\rho)$) характеризуется по сравнению с областью $V^*(\rho)$ существенно бо́льшими по абсолютной величине значениями $\partial\mu^*/\partial\xi_1$ и, следовательно, бо́льшими угловыми скоростями прецессии гироскопов. Поэтому с целью ограничения энергозатрат и частоты поступающих на шаговые электроприводы гироузлов программных импульсов целесообразно осуществлять раномодульное управление гиросистемой только в эффективной для упомянутого управления области $V^*(\rho)$. Исключение из области $V(\rho)$ ее подобластей $V_1(\rho)$ и $V_2(\rho)$ приводит, естественно, к уменьшению параметра η (3.14), величина которого в этом случае будет равна $\simeq 0{,}7$.

Тогда в соответствии с (3.10), (3.16) для программного значения расщепляющего параметра μ^* можно записать выражение

$$\mu^* = {}^1/_2(\xi_1^2+\xi_3^2-\xi_2^2)/\xi_1 \text{ при } \xi \in V^*(\rho) \tag{3.21}$$

$$\mu^*=0 \text{ при } \xi \in V_2(\xi); \quad \mu^*=\xi_1 \text{ при } \xi \in V_1(\xi)$$

согласно которому μ^* и $\dot\mu^*$ непрерывны во всей области вариации кинетического момента гиросистемы. Поскольку углы прецессии гироскопов произвольны, то в общем случае в начальный момент времени равенства (3.8) и (3.9) могут и не выполняться. В связи с этим уравнение (2.5) и соотношение (3.21) должны быть дополнены кинематической связью между программным (3.21) и возмущенным параметром μ, приводящей с течением времени при ограниченных угловых скоростях прецессии гироскопов μ к μ^*. Наиболее просто упомянутую связь можно реализовать в виде линейного апериодического звена, позволяющего для $\dot\mu$ записать

$$\dot\mu = (\mu^*-\mu)/T, \quad T>0 \tag{3.22}$$

а возмущенный параметр μ вычисляется согласно первому равенству (2.2) по фактическим (возмущенным) углам прецессии гироузлов первой пары гироскопов.

Соотношения (2.3), (2.4), (2.5), (3.21), (3.22) совместно с матрицей $A_{x\xi}$ (1.1) определяют структурно-изменяемый алгоритм равномодульного программно-частотного управления минимально избыточной компланарной структурой двухстепенных силовых гироскопов. Вычислительная процедура этого алгоритма предусматривает пересчет посредством неортогональной матрицы $A_{x\xi}$ заданного в ортогональном базисе Ox программного вектора $\dot{\mathbf{x}}$ в вектор $\dot{\boldsymbol{\xi}}$ косоугольного базиса $O\xi$; вычисление согласно (3.21) программного параметра μ^*; съем с установленных по осям прецессии гиродинов синусно-косинусных вращающихся трансформаторов информации о $\sin\alpha_s$, $\cos\alpha_s$ ($s=1, 2, 3, 4$); формирование по показаниям гиродинов вектора ξ (1.1); определение согласно первому равенству (2.2) и выражению (3.22) возмущенных значений μ и $\dot\mu$; формирование в соответствии с (2.3) по вектору $\xi^{\bullet}$ и $\mu^{\bullet}$ вектора $\mathbf{y}^{\bullet}$ и затем рекуррентное вычисление из (2.5) угловых скоростей прецессии гиродинов, что, в целом, обеспечивает по сравнению с градиентно-частотными принципами управления гиросиловых систем [3, 4] меньший объем вычислительных операций, исключающих применение итерационных процедур. Максимизируя определитель $\Delta(\alpha)$, равномодульное управление гиросистемой минимизирует множество ее сингулярных состояний, ограничивая последние поверхностью вариации вектора кинетического момента гиросистемы и началом координатного базиса $O\xi$; при этом точка $\xi=0$ при равномодульном управлении всегда проходима, если в начальный момент времени конец вектора ξ принадлежит $V(\rho)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Токарь Е. Н.* Проблемы управления гиросиловыми стабилизаторами.– Космич. исследования, 1978, т. 16, № 2, с. 179–187.
2. *Васильев В. Н., Вейнберг Д. М., Шереметьевский Н. М.* Управление угловым положением долговременной орбитальной станции при помощи двустепенных силовых гироскопов.– Изв. АН СССР. МТТ, 1978, № 5, с. 3–9.
3. *Сорокин А. В.* Управление избыточным числом силовых гироскопов.– Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 3, с. 3–6.
4. *Карпачев Ю. А.* О синтезе управления избыточной структуры однороторных двухстепенных гироскопов.– В сб.: Механика гироскопических систем. Киев: Вища школа, 1984, вып. 3, с. 21–24.
5. *Ишлинский А. Ю.* Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 670 с.

Киев

Поступила в редакцию 29.XII.1984