

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ПЛАСТИН С ОТВЕРСТИЯМИ

БАКУЛИН В. Н., ЖУКОВ А. И., ПРЕОБРАЖЕНСКИЙ И. Н.,  
СКУРЛАТОВ Э. Д., УСТИНОВ В. В.

В настоящее время имеется значительное число теоретических исследований поведения элементов конструкций с вырезами и другими типами разрывов однородности [1], в то время как экспериментальных работ недостаточно. Разрывы однородности своеобразно влияют как на частотные характеристики тонкостенных конструкций, так и на критические значения нагрузки, приводящей к потере устойчивости.

В публикуемой работе приведены некоторые результаты экспериментов, при постановке которых, а также при обработке результатов использовался аппарат теории планирования экспериментов совместно с теорией подобия и размерности [2]. Такой подход позволяет получить критериальные уравнения регрессии, удобные для проведения расчетов, и построить номограммы, облегчающие выбор оптимальных параметров конструкции.

1. Рассмотрим результаты исследования возбуждаемых равномерно распределенной по поверхности импульсной нагрузкой колебаний квадратных и прямоугольных пластин, имеющих круговой вырез, центр которого перемещается вдоль одной из осей симметрии пластинки. Для проведения опытов было разработано специальное устройство, представляющее собой массивную плиту с выфрезерованными отверстиями, форма которых соответствовала форме пластин в плане. По контуру квадратного или прямоугольного отверстия в плите располагалась рамка с П-образным профилем, обработанным на шлифовальном станке. Испытуемая пластинка устанавливалась на рамку и при помощи болтов прижималась второй плитой, прямоугольное отверстие в которой также было снабжено прямоугольной рамкой с П-образным профилем. Такой способ крепления обеспечивает жесткое защемление кромок пластинок, которые изготавливались из листовой нержавеющей стали X18H9T и алюминиево-магниевого сплава марки АМг-6. В пластинках вырезали круговые отверстия диаметром  $D$ , которые располагали на различных расстояниях  $L$  от центра пластинки. Частота колебаний пластинки определялась при расшифровке осциллограмм, полученных на осциллографе типа С1-43 с помощью бесконтактного датчика перемещений, в схеме которого использовался фотодиод марки ФД-2 [2].

В качестве варьируемых факторов были выбраны безразмерные параметры  $X_1 = b/a$ ,  $X_2 = D/b$ ,  $X_3 = L/b$ , где  $b$ ,  $a$  — размеры сторон пластинок.

Параметры  $X_i$  являются натуральными переменными, которые при помощи хорошо разработанных факторов планов [3] кодируются так, чтобы в кодовом масштабе они изменялись в интервале  $-1 \leq x_i \leq +1$ . Масштабирование производилось по зависимостям

$$x_i = \frac{X_i - X_{0i}}{\Delta X_i}, \quad x_{0i} = \frac{X_{i \max} + X_{i \min}}{2}, \quad \Delta X_i = \frac{X_{i \max} - X_{i \min}}{2} \quad (i=1, 2, 3) \quad (1.1)$$

где  $X_i$  — текущее значение  $i$ -й переменной,  $X_{i \max}$ ,  $X_{i \min}$  — максимальное и минимальное значения переменных,  $X_{0i}$  — значение переменных в центре плана,  $\Delta X_i$  — диапазон варьирования  $i$ -го фактора.

Возврат от кодированных переменных к натуральным осуществляется по формуле  $X_i = x_i \Delta X_i + X_{0i}$ . По результатам опытов  $y$  в данном случае  $y$  соответствует частоте колебаний пластинки с отверстием) могут быть определены коэффициенты уравнения регрессии  $y = \varphi(x_1, x_2, x_3)$ , которое связывает частоту с параметрами пластинок  $x_i$ .

В обсуждаемых опытах были приняты следующие интервалы изменения натуральных переменных:  $1 \leq X_1 \leq 2$ ,  $0,1 \leq X_2 \leq 0,3$ ,  $0 \leq X_3 \leq 0,3$ . Центр плана эксперимента определялся по формулам (1.1):  $X_{01} = 1,5$ ,  $X_{02} = 0,2$ ,  $X_{03} = 0,15$ . Далее находим диапазоны варьирования факторов по (1.1):  $\Delta X_1 = 0,5$ ,  $\Delta X_2 = 0,1$ ,  $\Delta X_3 = 0,15$  и переходим к кодированным переменным  $x_i$ :  $x_1 = 2(X_1 - 1,5)$ ,  $x_2 = 10(X_2 - 0,2)$ ,  $x_3 = 20(X_3 - 0,15)$ .

Для испытаний пластинок с отверстиями был выбран представленный в табл. 1 трехфакторный план типа Бокса — Бенкина [3], в котором переменные  $x_i$  принимают значения  $\pm 1$  и 0 ( $N$  — порядковый номер опыта). В первых трех строках записан план эксперимента в кодированных переменных, в трех следующих строках приведены соответственно данные экспериментов, результаты вычислений по уравнению регрессии (1.2) и абсолютная величина разности между экспериментальными и расчетными данными.

Результатом опытов является значение безразмерной частоты  $y = \omega a^2 (\rho h / D)^{1/2}$ . По этим данным были вычислены коэффициенты  $b_0$ ,  $b_i$  и  $b_{ii}$  уравнения регрессии [3], которое имеет вид

$$y_p = 28,2 - 4,85x_1 + 1,3x_2 - 1,21x_3 + 3,46x_1^2 + 0,0725x_2^2 - 0,23x_3^2 + 0,387x_1x_2 + 0,387x_1x_3 - 1,16x_2x_3 \quad (1.2)$$

Из анализа уравнения (1.2) следует, что частота колебаний пластинок с центрально-расположенным отверстием резко возрастает при относительном размере кру-

Таблица 1

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$x_1$	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	0	0	0	0	0
$x_2$	+1	-1	+1	-1	0	0	0	0	+1	+1	-1	-1	0
$x_3$	0	0	0	0	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	0
$y$	28,6	25,13	37,63	35,93	25,18	28,38	35,79	36,51	26,84	32,05	26,42	26,98	28,23
$y_p$	28,38	25,2	37,5	35,7	24,8	28,4	35,7	36,9	27	31,8	26,7	26,8	28,2
$\Delta y$	0,22	0,07	0,13	0,23	0,38	0,02	0,09	0,39	0,16	0,25	0,28	0,18	0,03

Таблица 2

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_1$	-1	+1	+0,5	+0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0
$x_2$	0	0	+0,87	-0,87	+0,87	-0,87	0	0	0	0
$y = \lambda$	506,5	944,8	1120	341	769	301,9	574,7	573	576	574,5
$y_p$	506,5	944,8	1120	341	769	301,9	574,7	573	576	574,5
$\Delta y$	4,5	10,8	19	10	0	3,9	3,7	2	5	3,5

гового выреза  $a/b > 0,2$  и в значительно меньшей степени частота увеличивается для пластинок с отверстием, центр которых смещен относительно центра пластинок ( $0,1 < L/b < 0,2$ ). Для пластинок, имеющих отверстия с координатами  $L/b > 0,2$ , наблюдается некоторое снижение частоты по сравнению с частотой пластинок, снабженных центрально-расположенными отверстиями.

Как видно из табл. 1, различие между экспериментальными и расчетными данными незначительно: таким образом, уравнением (1.2) можно пользоваться для проведения практических расчетов. Так как экстраполяция полученных расчетов данных требует специального обоснования, то вычисления по уравнению (1.2) необходимо проводить с учетом рассмотренных выше интервалов варьирования натуральных переменных, для которых имеются экспериментальные данные.

2. Проведение динамических испытаний с применением анализа размерностей и теории планирования эксперимента значительно сокращает общее время проведения опытов, минимизирует количество испытаний, необходимое для получения уравнения регрессии, и облегчает анализ полученных результатов. Преимущество такого подхода рассмотрим на примере задачи определения критического флаттерного параметра для прямоугольных и скошенных пластин, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа.

Для получения уравнения регрессии требуется провести всего 10 опытов. Опыты проводились по методике, разработанной в [4], в которой представлено также описание испытательного устройства для крепления образцов в рабочей части аэродинамической трубы. Изготавливаемое из листового алюминия пластинки различались удлинением ( $a/b = 0,5-1,5$  и углом скоса  $\alpha = 0-40^\circ$ ). В опытах определялась величина критического аэродинамического параметра  $\lambda$ , превышение которого приводит к возникновению самовозбуждающихся колебаний (панельный флаттер). Анализ размерностей позволяет получить флаттерный параметр в безразмерной форме

$$\lambda = 2qa^3 / [Eh^3(M^2 - 1)^{1/2}] \quad (2.1)$$

где  $q$ ,  $M$  – скоростной напор и число Маха набегающего потока газа,  $a$  – длина стороны пластинки, ориентированной в направлении потока,  $E$ ,  $h$  – модуль упругости и толщина пластинки. Все пластинки имели фиксированную величину стороны  $a$  ( $a = 300$  мм), другая сторона  $b$  имела длину 150, 300 и 450 мм. Задача заключалась в установлении зависимости аэродинамического (флаттерного) параметра  $\lambda$  от угла скоса и относительного удлинения пластинок.

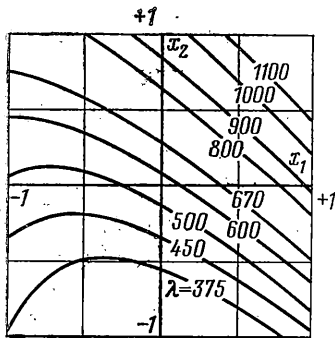
Угол скоса варьировался на пяти уровнях ( $X_1 = \alpha = 40, 30, 20, 10^\circ, 0$ ), относительное удлинение – на трех ( $X_2 = a/b = 1,5; 1; 0,5$ ). Использовался план с размещением условий опытов в вершинах и центре шестиугольника, при этом кодированные переменные  $x_i$  принимали значения:  $\pm 1; \pm 0,87; \pm 0,5$  и 0. В табл. 2 выписан план (первая и вторая строки), полученные в опытах результаты (третья строка), вычисленные по уравнению (2.2) значения критических аэродинамических параметров  $y_p$  и разницы опытных и расчетных данных (пятая строка).

Полученное в результате обработки экспериментальных данных уравнение регрессии имеет вид

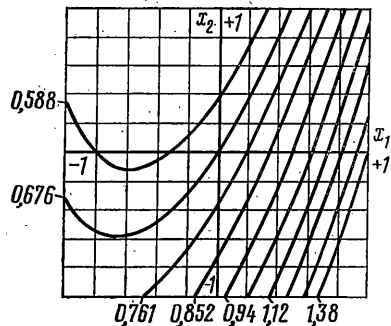
$$y_p = \lambda = 570,817 + 241,377x_1 + 361,387x_2 + 151,958x_1^2 + 40,716x_2^2 + 181,18x_1x_2 \quad (2.2)$$

где кодированные переменные связаны с натуральными зависимостями

$$\begin{aligned} x_1 &= (X_2 - X_{01}) / \Delta X_1, & X_{01} &= 20^\circ, & \Delta X_1 &= 20^\circ, \\ x_2 &= (X_2 - X_{02}) / \Delta X_2, & X_{02} &= 1, & \Delta X_2 &= 0,5747. \end{aligned} \quad (2.3)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Для сопоставления полученных результатов с опубликованными в печати воспользуемся работой [5], в которой для шарнирно опертой квадратной пластинки приведено значение критического флаттерного параметра  $\lambda=512,651$ . В соответствии с приведенными зависимостями для квадратной пластинки имеем  $X_1=\alpha=0$ ,  $X_2=a/b=1$ . Кодированные факторы (2.3) равны

$$x_1 = \frac{X_1 - 20^\circ}{20^\circ} = \frac{0 - 20^\circ}{20^\circ} = -1, \quad x_2 = \frac{X_2 - 1}{0,5747} = \frac{1 - 1}{0,5747} = 0 \quad (2.4)$$

Подставляя кодированные факторы (2.4) в уравнение (2.2), получаем величину  $y=\lambda=511,398$ , которая мало отличается от флаттерного параметра, полученного в [5].

Используя уравнение (2.2), можно построить геометрический образ поверхности отклика, для этого определим координаты точек пересечения изолиний  $\lambda=\text{const}$  с заданными сечениями факторного пространства. По координатным точкам было построено семейство кривых, приведенных на фиг. 1. Кривые соответствуют линиям равных значений флаттерных параметров, выписанных на поле фиг. 1. Результаты анализа изолиний показывают, что флаттерный параметр увеличивается с увеличением  $a/b$ . Для пластин с удлинением  $0,5 < a/b < 1$  одинаковые величины флаттерного параметра соответствуют пластинам с различными углами скоса. Например, параметр  $\lambda=375$  соответствует как для прямоугольной пластины ( $\alpha=0$ ), так и для скошенной ( $\alpha=33^\circ$ ) при удлинении обеих пластин.

Для пластин, имеющих удлинение  $a/b > 1,1$ , аэродинамический параметр однозначно связан с углом скоса. Номограмма, изображенная на фиг. 1, может быть использована для выбора оптимальных параметров пластин, обтекаемых сверхзвуковым потоком. Например, сравнивая параметр  $\lambda$  для прямоугольной ( $\alpha=0$ ) и скошенной ( $\alpha=40^\circ$ ) пластин, имеющих одинаковое удлинение  $a/b=1,25$ , видим, что в первом случае  $\lambda=600$ , во втором  $\lambda=1100$ , т. е. величины флаттерных параметров различаются почти в два раза. Используя это обстоятельство, можно создать конструкцию с более высокой критической скоростью флаттера при том же весе, либо при заданных параметрах сверхзвукового потока определить безопасные значения геометрических и механических характеристик пластинок ( $h, \alpha, a, b, E$ ).

В задачи исследования входило также качественное изучение поведения пластин с узким вырезом ( $l=0,05 a, c=0,1$  мм, где  $l, c$  — длина и ширина выреза соответственно). Вырезы размещались в центре пластинок поперек потока газа. Оказалось, что вырез, имитирующий усталостную трещину, практически не влияет на величину критического флаттерного параметра, однако трещина значительно уменьшает время разрушения пластинки, совершающей флаттерные колебания по сравнению с такой же неповрежденной пластинкой.

Время разрушения поврежденной пластинки зависит как от размеров выреза, так и от места его расположения, ориентации относительно потока, а также от материала пластинки и степени превышения флаттерным параметром критической величины. Превышение флаттерного параметра приводит к почти синусоидальным колебаниям предельного цикла. Для пластин характерно мягкое возбуждение флаттера, сопровождающееся плавным увеличением среднеквадратичных амплитуд автоколебаний с увеличением аэродинамического параметра. Например, для квадратных пластин превышение аэродинамического параметра на 10% приводит к автоколебаниям с амплитудой, составляющей приблизительно 0,1 толщины стенки. Превышение критического аэродинамического параметра на 20 и 40% сопровождается увеличением амплитуд предельного цикла в семь и двенадцать раз соответственно.

3. Рассматриваемый подход оказался эффективным и при исследовании задач устойчивости тонкостенных конструкций при статических нагрузках. При этом сохраняется та же последовательность операций, что и при решении динамических задач. Рассмотрим задачу устойчивости кольцевой пластинки с жестко защемленным внутренним круговым контуром. Внешний контур пластинки свободен и на него действует сосредоточенная сила, вектор которой лежит в плоскости пластинки. Варьируемыми факторами являются угол между вектором сосредоточенной силы и радиусом пластинки, проходящим через точку приложения силы, а также отноше-

Таблица 3

$x_i$	1	+0,87	+0,5	0	-0,5	-0,85	-1
$X_1$	90°	-	67,5°	45°	22,5°	-	0
$X_2$	-	0,3	-	0,4	-	0,5	-

Таблица 4

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x_1$	-1	+1	+0,5	+0,5	-0,5	-0,5	0	0	0	0
$x_2$	0	0	+0,87	-0,87	+0,87	-0,87	0	0	0	0
y	0,537	1,47	0,627	1,07	0,5	0,823	0,68	0,67	0,69	0,68
$y_D$	0,627	1,37	0,725	1,17	0,412	0,738	0,675	0,675	0,675	0,675
$\Delta y$	0,09	0,1	0,098	0,1	0,088	0,085	0,005	0,005	0,015	0,005

ние внутреннего диаметра кольцевой пластинки к внешнему диаметру. Анализ размерностей позволяет установить структуру третьего фактора, который является результатом опытов — безразмерную силу в виде  $y=FR/(Eh^3)$ , где  $F$  — сосредоточенная сила,  $R$ ,  $h$  — внешний радиус и толщина пластинки,  $E$  — модуль упругости материала пластинки.

Использовался приведенный в п. 1 факторный план типа шестиугольника. Угол приложения силы  $\beta$  варьировался на пяти уровнях ( $\beta=0-90^\circ$ ), причем нулевому углу соответствует сила, направленная по диаметру пластинки. В опытах сосредоточенная сила прикладывалась к внешнему контуру пластинки при помощи тросовой системы и электромеханического силового двигателя, соединенного последовательно с электротензодинамометром. Внутренний контур пластинки жестко крепился к массивному валу, неподвижно закрепленному в опорах, размещенных на стальной плите. К этой же плите крепилась система нагружения, замыкая силовую цепочку.

Второй варьируемый фактор изменялся на трех уровнях ( $r/R=0,3; 0,4; 0,5$ , где  $r$ ,  $R$  — радиус внутреннего и внешнего контуров пластинки соответственно). Кодирование варьируемых факторов выполнялось по формулам

$$\begin{aligned} x_1 &= (X_1 - X_{01})\Delta X_1, & \Delta X_1 &= 45^\circ, & X_{01} &= 45^\circ \\ x_2 &= (X_2 - X_{02})\Delta X_2, & \Delta X_2 &= -0,115, & X_{02} &= 0,4 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Уровни натуральных и кодированных факторов приведены в табл. 3 ( $X_1=\beta$ ,  $X_2=r/R$ ). План эксперимента и полученные результаты представлены в табл. 4.

На основании этих экспериментальных данных получено уравнение регрессии, связывающее критическую нагрузку с геометрическими и механическими характеристиками круглой пластинки с защемленным внутренним отверстием

$$y_p = 0,675 + 0,373x_1 - 0,222x_2 + 0,325x_1^2 + 0,0078x_2^2 - 0,0696x_1x_2 \quad (3.2)$$

По уравнению (3.2) была построена номограмма (фиг. 2), представляющая собой систему кривых, вдоль которых приведенная критическая сила принимает постоянные значения, которые выписаны на поле графика.

Из фиг. 2 следует, что для некоторых соотношений  $r/R$  одинаковая критическая сила соответствует разным углам приложения сосредоточенной нагрузки. При помощи уравнения (3.2) и номограммы, приведенной на фиг. 2, можно решить как задачу определения критической нагрузки, так и задачу определения оптимального угла приложения сосредоточенной силы для пластин, имеющих различные отношения радиуса выреза к внешнему радиусу, а также осуществлять выбор модуля упругости материала пластинки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Преображенский И. Н. Устойчивость и колебания пластинок и оболочек с отверстиями. М.: Машиностроение, 1981. 191 с.
2. Кармишин А. В., Скурлатов Э. Д., Старцев В. Г., Фельдштейн В. А. Нестационарная аэроупругость тонкостенных конструкций. М.: Машиностроение, 1982. 240 с.
3. Налимов В. В. Теория эксперимента. М.: Наука, 1971. 207 с.
4. Скурлатов Э. Д. Поведение цилиндрических оболочек в сверхзвуковом потоке газа. — В кн.: Расчеты на прочность. М.: Машиностроение, 1971, вып. 15, с. 356—365.
5. Dugundji J. Theoretical considerations of panel flutter at high supersonic Mach numbers. — AIAA Journal, 1966, v. 4, № 7, p. 1257—1266. Русс. перев.: Ракетная техника и космонавтика, 1966, т. 4, № 7, с. 136—148.

Москва

Поступила в редакцию  
29.1.1985