МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 • 1986

УДК 531.55:521.1

ОБ УРАВНЕНИЯХ МЕДЛЕННОГО РАДИАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА В ПОЛЕ ШВАРЦШИЛЬДА

ХЛЕБНИКОВ В. И.

В рамках общей теории относительности обсуждается влияние кривизны пространства – времени на инерциальную навигацию космического летательного аппарата, совершающего медленное радиальное движение во внешнем гравитационном поле уединенного сферически-симметричного объекта.

Развитие теории автоматического управления космическими летательными аппаратами может привести к ряду конкретных проблем инерциальной навигации, связанных со специальной и общей теорией относительности [1]. Необходимость учета релятивистских эффектов в перспективно ориентированных разработках по инерциальной навигации стимулируется, с одной стороны, тенденцией увеличения дальности и скорости космического полета, а с другой – перманентным улучшением точности практически используемых инерциальных систем.

Известно, что задача инерциальной навигации заключается в определении местоположения, скорости и ориентации движущегося объекта в некоторой фиксированной системе отсчета по данным бортовых навигационных приборов (некомпланарных ньютонометров, гироскопов, датчика времени). Первое известное нам рассмотрение этой задачи на основе специальной теории относительности осуществлено в [2] в предположении о прямолинейном движении ракеты с двигателем постоянной тяги. Общий алгоритм инерциальной навигации в заданном римановом пространстве – времени предложен в [3]. В публикуемой работе этот алгоритм применяется для описания радиального движения жестко ориентированного аппарата в гравитационном поле Шварцшильда.

1. Постановка задачи и ньютоновское приближение. Поскольку система уравнений движения космического летательного аппарата для произвольного пространственно-неоднородного гравитационного поля не разрешима в виде конечного числа квадратур даже в ньютоновском приближении, изучение роли релятивистских эффектов удобнее производить не в общем случае, а на примере конкретных навигационных моделей. Рассмотрим простейшую модель, отвечающую строго радиальному движению аппарата в поле уединенного сферически-симметричного объекта, в дальнейшем условно называемого планетой. На примере такой модели в [4] продемонстрирована имманентная неустойчивость алгоритма пространственной инерциальной навигации относительно вариаций входных данных. Чтобы не учитывать девиацию навигационного вектора состояния, вызванную указанной неустойчивостью, примем инструментальные ошибки бортовых навигационных приборов в точности равными нулю. Напомним постановку задачи и ньютоновское приближение.

Пусть M – масса планеты, тогда ускорение силы тяжести на расстоянии R от центра симметрии равно $G=-\gamma M/R^2$ (минус указывает, что ускорение направлено к центру). Обозначим через $F(T)$ удельную силу негравитационного происхождения, приложенную к аппарату, в зависимости от ньютоновского (абсолютного) времени T. Уравнение радиального движения аппарата в рассматриваемом случае имеет вид

$$d^2R(T)/dT^2=F(T)-\gamma M/R^2(T) \quad (1.1)$$

При помощи бортового радиально ориентированного ньютонометра измеряется величина $F(T)$. В частности, пока аппарат находится на стартовой площадке, $R=R_0=\text{const}$, ньютонометр показывает напряженность поля силы тяжести на поверхности планеты, $G_0=\gamma M/R_0^2$. Соответствующая негравитационная сила, приложенная к ракете при $T<T_0$ (T_0 — момент старта), может частично или полностью определяться реакцией опоры. Начиная с момента старта наблюдаемая величина $F(T)$ характеризует величину удельной силы тяги и интегрирование уравнения (1.1) становится содержательным.

Начальными условиями для дифференциального уравнения второго порядка (1.1) являются местоположение и скорость аппарата в момент старта (последняя величина, очевидно, равна нулю). Если максимальная высота подъема аппарата не слишком велика

$$\mathrm{Max}[R(T)-R_0]/R_0\equiv\varepsilon<1 \tag{1.2}$$

то она представима в виде степенным образом сходящегося ряда

$$R(T)-R_0=\left\{\int\limits_{T_0}^{T} d\xi\,(T-\xi)\,F(\xi)-\frac{1}{2}G_0(T-T_0)^2\right\}+$$
$$+\frac{G_0}{3R_0}\left\{\int\limits_{T_0}^{T} d\xi\,(T-\xi)^3\,F(\xi)-\frac{1}{4}\,G_0(T-T_0)^4\right\}+\dots \tag{1.3}$$

а соответствующая скорость полета имеет вид

$$\frac{dR(T)}{dT}\equiv V(T)=\left\{\int\limits_{T_0}^{T} d\xi F(\xi)-G_0(T-T_0)\right\}+$$
$$+\frac{G_0}{R_0}\left\{\int\limits_{T_0}^{T} d\xi\,(T-\xi)^2\,F(\xi)-\frac{1}{3}G_0(T-T_0)^3\right\}+\dots \tag{1.4}$$

В данной работе дается вывод релятивистских аналогов соотношений (1.3) и (1.4) для случая радиального полета жестко ориентированного аппарата в гравитационном поле Шварцшильда. При этом, поскольку близкая задача в рамках специальной теории относительности уже обсуждалась в [2], для упрощения выкладок рассмотрим лишь эффекты общей теории относительности, связанные с кривизной пространства — времени Шварцшильда, а релятивистские эффекты специальной теории — сокращения длин и замедления времени — учитывать не будем. Самосогласованность такого подхода требует дополнительного предположения о малости скорости полета ракеты по сравнению со скоростью света, с тем чтобы отбрасываемые поправки специальной теории относительности вышли за пределы точности рассматриваемых разложений. Не приводя конкретную аналитическую запись сформулированного дополнительного предположения, отметим лишь, что на произвольном заданном промежутке времени ему всегда можно удовлетворить посредством надлежащего выбора функции $F(T)$. Иными словами, при достаточно малой (по абсолютной величине) силе тяги двигателя за фиксированное время аппарат не успеет разогнаться слишком быстро. На первый взгляд, ограниченность такого подхода проявится в случае повышения точности рассматриваемых разложений. Указанное повышение точности может оказаться продиктованным условиями задачи, поскольку наинизшая относительная точность в общерелятивистской инерциальной навигации не должна быть меньше той, которая задается величиной безразмерного гравитационного потенциала Φ/c^2 (Φ — ньютоновский гравитационный потенциал планеты, обращающийся в нуль при $R\to\infty$). Таким образом, в пределе нулевого гравитационного поля используемый подход формально оказался бы пригодным лишь для описания такого радиального движения, которое происходит бесконечно медленно, т. е. представляет собой непрерывную совокупность квазистатических состояний. Однако ввиду аддитивности эффектов кривизны и лоренцева сокращения длин и замедления времени принятый подход можно рассматривать как удобный методический приём, позволяющий отдельно изучать влияние кривизны пространства — времени на инерциальную навигацию космического летательного аппарата, не заботясь о самосогласованности соответствующих разложений в общей теории относительности.

2. Вывод уравнений движения космического летательного аппарата с учетом кривизны пространства — времени Шварцшильда. При фиксированных угловых переменных бесконечно малый интервал в пространстве — времени Шварцшильда имеет вид [5]:

$$ds^2 = g_{ab}dx^a\,dx^b = dx^{0^2}\left(1 - \frac{r_g}{x^1}\right) - dx^{1^2}\left(1 - \frac{r_g}{x^1}\right)^{-1} \tag{2.1}$$

Здесь $r_g \equiv 2\gamma M/c^2$ — гравитационный радиус объекта, создающего поле (для Земли он приблизительно равен 1 см, Юпитера — 3 м, Солнца — 3 км, Галактики — 0,05 световых лет); индексы, обозначаемые буквами a, b и c, пробегают значения нуль и единица; $x^0 \equiv ct$. Для метрики (2.1) отличны от нуля следующие символы Римана — Кристоффеля:

$$\Gamma^0_{01} = \Gamma^0_{10} = \frac{1}{2}\,g^{00}\,\frac{\partial g_{00}}{\partial x^1} = \frac{r_g}{2x^{1^2}}\left(1 - \frac{r_g}{x^1}\right)^{-1} \tag{2.2}$$

$$\Gamma^1_{00} = -\frac{1}{2}\,g^{11}\,\frac{\partial g_{00}}{\partial x^1} = \frac{r_g}{2x^{1^2}}\left(1 - \frac{r_g}{x^1}\right),$$

$$\Gamma^1_{11} = \frac{1}{2}\,g^{11}\,\frac{\partial g_{11}}{\partial x^1} = -\frac{r_g}{2x^{1^2}}\left(1 - \frac{r_g}{x^1}\right)^{-1}$$

Из вида интервала (2.1) вытекает, что элементы координатного расстояния dx^1 и времени dt (в пренебрежении сокращением длин и замедлением времени, связанными со специальной теорией относительности) лишь на бесконечном удалении от планеты совпадают с соответствующими элементами физического расстояния dl и собственного времени $d\tau$, измеренными в локально лоренцевой системе отсчета наблюдателя в аппарате. Относительность длин и промежутков времени приводит к тому, что задача инерциальной навигации в релятивистской постановке в общем случае может быть решена только в параметрической форме. В качестве параметра на траектории полета ракеты удобно выбрать собственное время космонавта τ, поскольку исходная навигационная информация задается как раз в зависимости от этой величины.

Сопоставим мировой линии аппарата $x^1 = r(t)$ геодезическую $x^1 = r^*(t)$, выбранную таким образом, чтобы в произвольный фиксированный момент времени $t = t_1$ выполнялись соотношения [1]

$$r(t_1) = r^*(t_1); \quad \left.\frac{dr(t)}{dt}\right|_{t=t_1} = \left.\frac{dr^*(t)}{dt}\right|_{t=t_1} \tag{2.3}$$

Приведенный выбор отвечает мысленному эксперименту, при котором пробное тело, до момента времени $t = t_1$ закрепленное на аппарате, в указанный момент освобождается и в дальнейшем движется по инерции, тогда как на аппарат в общем случае действуют силы, развиваемые двигателем. Измерение ускорения пробного тела относительно аппарата характеризует ускорение, создаваемое двигателем, и таким образом позволяет определить траекторию полета ракеты. Наконец, можно и не отпускать пробное тело при $t = t_1$, а вместо этого измерять силу, необходимую для принудительного удержания его на траектории полета аппарата вместо геодезической. Ввиду локально лоренцевой структуры риманова пространства — времени эта удельная сила, как и в ньютоновском случае,

[1] При условии пренебрежения релятивистскими эффектами специальной теории второе из требований (2.3) не принципиально и может быть заменено на менее сильное требование, чтобы координатная скорость пробного тела, движущегося по геодезической, при $t = t_1$ была в той же степени малой, что и координатная скорость ракеты. При этом, однако, некоторые из последующих промежуточных формул оказались бы более громоздкими. Поэтому в дальнейшем принимаются оба условия (2.3).

равна удельной силе тяги, которую в общерелятивистской задаче обозначим f.

Заметим, что координатное ускорение на геодезической, удовлетворяющей условиям (2.3), не может быть выбрано произвольно и задается гравитационным полем планеты. Покажем, как вычисляется величина

$$[d^2r^*(t)/dt^2]\,|_{t=t_1} \tag{2.4}$$

Параметризуем рассматриваемую геодезическую $x^a = x^a(s)$, выбрав в качестве параметра интервал s вдоль нее (при заданной сигнатуре метрики ds^2 строго больше нуля, поскольку геодезическая, удовлетворяющая условиям (2.3), является времениподобной). Уравнения этой геодезической

$$\frac{d^2x^a(s)}{ds^2} + \Gamma^a_{bc}\frac{dx^b(s)}{ds}\frac{dx^c(s)}{ds} = 0 \tag{2.5}$$

перепишем с учетом (2.2) в развернутом виде

$$\frac{d^2x^0(s)}{ds^2} = -\frac{r_g}{x^{1^2}(s)}\left[1-\frac{r_g}{x^1(s)}\right]^{-1}\frac{dx^0(s)}{ds}\frac{dx^1(s)}{ds}, \quad \frac{d^2x^1(s)}{ds^2} = \frac{r_g}{2x^{1^2}(s)}\left[1-\frac{r_g}{x^1(s)}\right]^{-1}\left[\frac{dx^1(s)}{ds}\right]^2 - \frac{r_g}{2x^{1^2}(s)}\left[1-\frac{r_g}{x^1(s)}\right]\left[\frac{dx^0(s)}{ds}\right]^2 \tag{2.6}$$

Производные $dx^0(s)/ds$ и $dx^1(s)/ds$ в правых частях (2.6) в силу (2.1) связаны между собой алгебраическим соотношением

$$\left[1-\frac{r_g}{x^1(s)}\right]\left[\frac{dx^0(s)}{ds}\right]^2 = \left[1-\frac{r_g}{x^1(s)}\right]^{-1}\left[\frac{dx^1(s)}{ds}\right]^2 + 1 \tag{2.7}$$

Подстановка (2.6) и (2.7) в тождество

$$\frac{1}{c^2}\frac{d^2r^*(t)}{dt^2} = \frac{d^2x^1(s)}{ds^2}\left[\frac{dx^0(s)}{ds}\right]^{-2} - \frac{d^2x^0(s)}{ds^2}\left[\frac{dx^0(s)}{ds}\right]^{-3}\frac{dx^1(s)}{ds} \tag{2.8}$$

приводит к искомому выражению координатного ускорения (2.4) через координатные местоположение и скорость (2.3). Пренебрегая в этом выражении релятивистскими членами специальной теории, пропорциональными квадрату координатной скорости, получим окончательно

$$\left.\frac{d^2r^*(t)}{dt^2}\right|_{t=t_1} = -\frac{\gamma M}{r^2(t_1)}\left[1-\frac{r_g}{r(t_1)}\right] \tag{2.9}$$

В силу (2.3) физическое расстояние между аппаратом и упомянутым пробным телом, отпущенным в момент $t=t_1$, в главном члене разложения по степеням $(t-t_1)$ будет изменяться по закону

$$l(t) = \frac{[d^2r(t)/dt^2 - d^2r^*(t)/dt^2]\,|_{t=t_1}}{[1-r_g/r(t_1)]^{1/2}}\frac{(t-t_1)^2}{2} \tag{2.10}$$

Заметим, что $l(t)$ имеет смысл расстояния, измеренного в неподвижной (шварцшильдовской) системе отсчета. Указанная величина совпадает с расстоянием в собственной системе отсчета космонавта лишь в пренебрежении эффектом лоренцева сокращения длин. Подставив в (2.10) значение (2.4) из (2.9), совершив замену переменной $t \to \tau$ и продифференцировав получившееся выражение дважды по τ, получим величину $f(\tau_1)$, характеризующую ускорение аппарата относительно свободно движущегося пробного тела в момент собственного времени космонавта $\tau=\tau_1$, отвечающий моменту координатного времени $t=t_1$

$$f(\tau_1) = \frac{[d^2r(\tau)/d\tau^2]\,|_{\tau=\tau_1} + \gamma M/r^2(\tau_1)}{[1-r_g/r(\tau_1)]^{1/2}} \tag{2.11}$$

Ввиду произвольности момента времени $\tau=\tau_1$ соотношение (2.11) определяет уравнение движения аппарата при всех τ:

$$\frac{d^2r(\tau)}{d\tau^2}=f(\tau)\left[1-\frac{r_g}{r(\tau)}\right]^{1/2}-\frac{\gamma M}{r^2(\tau)} \tag{2.12}$$

являющееся одним из уравнений инерциальной навигации в рассматриваемом случае. Другим уравнением инерциальной навигации является уравнение, выражающее связь координатного времени t и собственного времени космонавта τ. Указанная связь вытекает из вида интервала (2.1)

$$\frac{dt(\tau)}{d\tau}=\left[1-\frac{r_g}{r(\tau)}\right]^{-1/2} \tag{2.13}$$

Оставшаяся часть задачи сводится к интегрированию системы (2.12), (2.13) с заданной точностью и нахождению параметрического задания траектории медленно движущегося космического летательного аппарата в шварцшильдовских координатах r, t.

3. Решение уравнений инерциальной навигации (2.12), (2.13) с учетом кривизны пространства — времени Шварцшильда. Обсуждение полученных результатов. Задавшись некоторым начальным значением $r=r_0=$ $=\mathrm{const}$ (при $\tau\leqslant\tau_0$), получим из уравнения (2.12), что общерелятивистское ускорение свободного падения на поверхности планеты g_0 отличается от соответствующей ньютоновской величины G_0

$$g_0=\frac{\gamma M}{r_0^2}\left[1-\frac{r_g}{r_0}\right]^{-1/2} \tag{3.1}$$

Не рассматривая детали интегрирования уравнения (2.12), выпишем общерелятивистские аналоги выражений (1.3) и (1.4), представляющие собой первые два члена разложений соответствующих величин по целым неотрицательным степеням малого параметра (1.2)

$$\begin{aligned}
r(\tau)-r_0={}&\left(1-\frac{r_g}{r_0}\right)^{1/2}\left\{\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi(\tau-\xi)f(\xi)-\frac{1}{2}g_0(\tau-\tau_0)^2\right\}+\\
&+\left\{\frac{r_g}{2r_0^2}\int_{\tau_0}^{\tau}d\zeta(\tau-\zeta)f(\zeta)\int_{\tau_0}^{\zeta}d\xi(\zeta-\xi)f(\xi)-\frac{g_0r_g}{4r_0^2}\left[\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi(\tau-\xi)^3f(\xi)-\right.\right.\\
&\left.-2(\tau-\tau_0)\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi(\tau-\xi)^2f(\xi)+(\tau-\tau_0)^2\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi(\tau-\xi)f(\xi)\right]+\\
&\left.+\frac{g_0}{3r_0}\left(1-\frac{r_g}{r_0}\right)\left[\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi(\tau-\xi)^3f(\xi)-\frac{1}{4}g_0(\tau-\tau_0)^4\right]\right\}+\dots\\
\frac{dr(\tau)}{d\tau}\equiv v(\tau)={}&\left(1-\frac{r_g}{r_0}\right)^{1/2}\left\{\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi f(\xi)-g_0(\tau-\tau_0)\right\}+\\
&+\left\{\frac{r_g}{2r_0^2}\int_{\tau_0}^{\tau}d\zeta f(\zeta)\int_{\tau_0}^{\zeta}d\xi(\zeta-\xi)f(\xi)-\frac{g_0r_g}{4r_0^2}\left[\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi(\tau-\xi)^2f(\xi)-\right.\right.\\
&\left.-2(\tau-\tau_0)\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi(\tau-\xi)f(\xi)+(\tau-\tau_0)^2\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi f(\xi)\right]+\frac{g_0}{r_0}\left(1-\frac{r_g}{r_0}\right)\times\\
&\left.\times\left[\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi(\tau-\xi)^2f(\xi)-\frac{1}{3}g_0(\tau-\tau_0)^4\right]\right\}+\dots
\end{aligned} \tag{3.2}$$

Как отмечалось, поставленная задача инерциальной навигации в общем случае может быть решена лишь в параметрической форме. Вторая часть указанной задачи состоит в нахождении параметрической зависимости координатного времени. Решение уравнения (2.13) с точностью до членов первого порядка по ε имеет вид

$$t-t_0=(\tau-\tau_0)\left(1-\frac{r_g}{r_0}\right)^{-1/2}-\frac{r_g}{4r_0^2}\left(1-\frac{r_g}{r_0}\right)^{-1}\times$$
$$\times\left[\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi\,(\tau-\xi)^2 f(\xi)-\frac{1}{3}g_0(\tau-\tau_0)^3\right]+\ldots \tag{3.3}$$

При выводе формул (3.2), (3.3) использовались соотношения

$$\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi\,(\xi-\tau_0)^n f(\xi)=\sum_{j=0}^{n}(-1)^j\frac{n!}{j!\,(n-j)!}(\tau-\tau_0)^{n-j}\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi\,(\tau-\xi)^j f(\xi)$$
$$\int_{\tau_0}^{\tau}d\zeta\,(\tau-\zeta)^n\int_{\tau_0}^{\zeta}d\xi\,(\zeta-\xi)^m f(\xi)=\frac{n!m!}{(n+m+1)!}\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi\,(\tau-\xi)^{n+m+1}f(\xi) \tag{3.4}$$

справедливые при всех целых неотрицательных n и m.

Заметим, что параметр

$$\mu\equiv r_g/r_0 \tag{3.5}$$

(представляющий собой удвоенный безразмерный гравитационный потенциал планеты, вычисленный на ее поверхности) меньше единицы. Более того, в реалистических случаях величина μ существенно меньше единицы: для Земли $\mu\approx1\cdot10^{-9}$, Юпитера — $4\cdot10^{-8}$, Солнца — $4\cdot10^{-6}$. Поэтому в рядах (3.2), (3.3) можно произвести дополнительное разложение по параметру (3.5), после чего они будут содержать члены порядка $\varepsilon^n\mu^m$, где n и m — целые неотрицательные числа. Особенность получающихся таким образом двойных рядов состоит в том, что при фиксированной точности разложений в реалистических навигационных ситуациях максимальное значение n^* показателя n оказывается больше максимального значения m^* показателя m. При этом конкретные значения n^* и m^* определяются заданием точности, ε и μ. С учетом сделанных замечаний перепишем выражения (3.2), (3.3), сохранив в них кроме чисто ньютоновских членов разложения порядка $\varepsilon^n\mu^0$ лишь старшие общерелятивистские члены порядка $\varepsilon^0\mu^1$

$$r(\tau)-r_0=\left\{\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi\,(\tau-\xi)f(\xi)-\frac{1}{2}g_0(\tau-\tau_0)^2\right\}+\frac{g_0}{3r_0}\left\{\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi\,(\tau-\xi)^3 f(\xi)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{4}g_0(\tau-\tau_0)^4\right\}+\ldots-\frac{r_g}{2r_0}\left\{\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi\,(\tau-\xi)f(\xi)-\frac{1}{2}g_0(\tau-\tau_0)^2\right\}$$
$$v(\tau)=\left\{\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi f(\xi)-g_0(\tau-\tau_0)\right\}+\frac{g_0}{r_0}\left\{\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi\,(\tau-\xi)^2 f(\xi)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{3}g_0(\tau-\tau_0)^4\right\}+\ldots-\frac{r_g}{2r_0}\left\{\int_{\tau_0}^{\tau}d\xi f(\xi)-g_0(\tau-\tau_0)\right\} \tag{3.6}$$
$$t-t_0=(\tau-\tau_0)\left(1+\frac{r_g}{2r_0}\right) \tag{3.7}$$

Формулы (3.6), (3.7), являющиеся ближайшим общерелятивистским обобщением формул (1.3) и (1.4), в принципе решают поставленную задачу. Из выражения (3.7) следует, что с учетом кривизны пространства — времени Шварцшильда координатное время больше собственного. Этот «парадокс» вполне аналогичен парадоксу близнецов в специальной теории относительности.

Конкретная навигационная модель, использованная в публикуемой работе для общерелятивистских исследований, отличается не только своей простотой, но и наибольшей значимостью. Дело в том, что ввиду неустойчивости реальных систем пространственной инерциальной навигации [4] чисто инерциальная навигация космического летательного аппарата на практике может осуществляться лишь в течение определенного небольшого промежутка времени и соответствующего ему небольшого участка пути, после чего необходима коррекция вычисляемых значений параметров траектории на основе той или иной информации неавтономного характера. В этом состоит суть метода рекурсивной линейной оценки параметров состояния, использованного, в частности, на отдельных участках полета космических кораблей «Аполлон» [2].

Вместе с тем рассмотренная навигационная модель и полученные на ее основе разложения (3.6), (3.7) в ряде случаев оказываются неудобными для оценки девиации навигационного вектора состояния, обусловленной кривизной пространства — времени Шварцшильда. Формулы (3.6), (3.7) пригодны для вычисления соответствующих поправок применительно к искусственным спутникам Земли, в то время как заметная общерелятивистская девиация может возникать лишь при полетах на большие космические расстояния, например к Венере или Меркурию. Количественное обсуждение этого вопроса в работе не рассматривается.

Относительные ошибки в инерциальной навигации, обусловленные кривизной пространства — времени вблизи Земли, значительно меньше относительных инструментальных ошибок, связанных с точностью калибровки лучших из практически действующих в настоящее время навигационных систем. Для сравнения укажем, что поправки, вызванные влиянием несимметричного распределения масс самого космического аппарата, намного больше. Так, масса 10 000 т (масса ракеты-носителя), расположенная на расстоянии 30 м (полудлина ракеты), вносит относительное искажение в измерение ускорения свободного падения вблизи Земли порядка 10^{-7}. В этих условиях значение общерелятивистских поправок ограничивается тем, что они устанавливают предел точности идеальных ньютоновских навигационных систем. Однако непосредственный учет общерелятивистских поправок (типа рассмотренных выше) может оказаться существенным в дальнейшем, например при подготовке и реализации прецизионных физико-механических экспериментов на орбитах искусственных спутников Земли и Солнца.

Автор благодарит А. Ю. Ишлинского за предложенную тему и полезные критические замечания, Я. Б. Зельдовича — за обсуждения вопроса об инерциальной навигации с учетом эффектов общей теории относительности и В. Ф. Журавлева — за помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Петров Б. Н., Гольденблат И. И., Уланов Г. М., Ульянов С. В.* Проблемы управления релятивистскими и квантовыми динамическими системами. М.: Наука, 1982. 525 с.
2. *Hoag D. G., Wrigley W.* Navigation and guidance in interstellar space.— Acta Astronautica, 1975, v. 2, No. 5/6, p. 513–533.
3. *Седов Л. И.* Об уравнениях инерциальной навигации с учетом релятивистских эффектов.— Докл. АН СССР, 1976, т. 231, № 6, с. 1311–1313.
4. *Ишлинский А. Ю.* Ориентация, гироскопы и инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 672 с.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.

Москва

Поступила в редакцию
8.V.1984