

УДК 539.375

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПОДРАСТАНИЯ ТРЕЩИН В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ

АСТАФЬЕВ В. И.

На основе энергетического критерия разрушения — «эффективная» энергия формоизменения с учетом накопления поврежденности принимает в момент разрушения свое предельное значение — проанализирован процесс роста трещин в условиях ползучести. Установлены следующие закономерности, описывающиеся данным критерием разрушения: неустойчивый рост трещины при достижении C^* -интегралом своего предельного значения; неподвижность трещины в течение некоторого времени с последующим переходом в зависимости от внешних условий либо к процессу неустойчивого роста, либо к стадии медленного докритического подрастания вплоть до достижения трещиной ее критической длины; мгновенное подрастание трещины при увеличении нагрузки; остановка трещины на некоторое время после уменьшения нагрузки.)

1. Задачи подрастания трещин в условиях ползучести интенсивно изучают в последнее время. Экспериментально отыскивают параметры, управляющие процессом роста трещин, зависимости скорости их роста l' от этих параметров, выясняют микроструктурные особенности процесса разрушения. Среди параметров, определяющих l' , выделяют коэффициент интенсивности напряжений K_I [1–4]; модифицированный на случай ползучести J -интеграл, обозначаемый обычно C^* [2–5], напряжение в сечении-нетто [2–4] и другие. Установлено, что трещина в условиях ползучести развивается по межзеренным границам, существенное влияние при этом на процесс роста трещины оказывает порообразование, развивающееся по границам зерен. Теоретически для различных моделей разрушения материала перед вершиной трещины изучают механизмы ее роста и зависимости l' от характеристик трещиностойкости материала. Наиболее распространены три критерия: рост трещины, когда на некотором расстоянии ρ от ее вершины принимает предельное значение накопленная деформация (деформационный критерий [7–9]); величина рассеянной энергии (диссипативный критерий [10–12]); параметр поврежденности ($\omega=1$ — в вершине трещины [14] или на расстоянии ρ [15, 16]). Критерии дают качественно одинаковые результаты — степенную зависимость l' от K_I или C^* в зависимости от того, упругое поле напряжений или поле напряжений, соответствующее состоянию установившейся ползучести, используется в этих критериях. Величина ρ всюду трактуется как новый структурный параметр материала, отражающий структурные особенности металлов, процессы порообразования при ползучести, наличие у вершины трещины зоны разрушения, в которой неприемлемы соотношения механики сплошной среды.

2. Предлагается энергетический критерий разрушения, являющийся обобщением прочностного критерия Губера — Мизеса — Генки и учитывающий накопление повреждений при ползучести: эффективная энергия формоизменения (или энергия формоизменения с учетом повреждаемости) $s_{ij}s_{ij}/4G(1-\omega)^2$ в момент разрушения достигает своего предельного значения A_* . Здесь s_{ij} — девиатор тензора напряжений σ_{ij} , G — модуль сдвига. Критерий можно записать через интенсивность напряжений σ_e и мгновенный предел прочности при растяжении σ_* :

$$\sigma_e/(1-\omega) = \sigma_*, \quad \sigma_e = (\sqrt{3/2} s_{ij} s_{ij})^{1/2} \quad (2.1)$$

С учетом кинетического уравнения для ω [13]:

$$\dot{\omega} = A[\sigma_1/(1-\omega)]^m, \quad \omega(0) = 0 \quad (2.2)$$

условие (2.1) для неизменного во времени напряженного состояния примет вид

$$(\sigma_e/\sigma_*)^{m+1} + \tau_* (\sigma_1/\sigma_*)^m = 1, \quad \tau_* = A(m+1)\sigma_*^m t_f \quad (2.3)$$

где σ_1 — наибольшее главное напряжение. Как следует из (2.3), критерий описывает длительное разрушение, когда $\tau_* \gg 1$, а время до разрушения t_f определяется, как и по критерию $\omega=1$, выражением $t_f = [A(m+1)\sigma_1^m]^{-1}$; мгновенное разрушение, когда $\tau_* \ll 1$, — получается критерий Губера — Мизеса — Генки; переход от длительного разрушения, определяемого условием $\omega=1$, к мгновенному разрушению, определяемому условием $\sigma_e = \sigma_*$ (анализ экспериментальных данных по длительной прочности с использованием данного критерия приведен в [17]). При сложном напряженном состоянии этот критерий аналогично критерию Лебедева [18] с привлечением эквивалентного напряжения $\eta = \alpha\sigma_e + (1-\alpha)\sigma_1$ учитывает взаимное влияние σ_e и σ_1 на процесс разрушения в условиях ползучести. Однако в отличие от критерия Лебедева параметр α оказывается зависящим от времени разрушения t_f и меняется от $\alpha=1$ при $\tau_* \ll 1$ до $\alpha=0$ при $\tau_* \gg 1$. В случае плоского напряженного состояния изохронные кривые длительной прочности (2.3) на плоскости главных напряжений σ_1 и σ_2 изображены на фиг. 1. Если потребовать совпадения этих кривых с изохронными кривыми $\alpha\sigma_e + (1-\alpha)\sigma_1 = \eta = \text{const}$, построенными по критерию Лебедева, в трех характерных точках $\sigma_1 = \sigma_2 = \eta$, $\sigma_1 = \eta$, $\sigma_2 = 0$ и $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = -\eta/\alpha$, то можно найти связь между параметрами α , η в критерии Лебедева и τ_* , σ_* данного критерия разрушения:

$$\alpha^{m+1} + \tau_* \alpha^m = 1, \quad \eta = \alpha \sigma_* \quad (2.4)$$

3. Воспользуемся критерием (2.3) для анализа роста трещин нормального отрыва в условиях ползучести (в рамках плоской задачи). С трещиной длины $2l(t)$ свяжем неподвижную (x, y) и подвижную (r, φ) системы координат (фиг. 2). Примем, что в соответствии с (2.1) при росте трещины величина $\sigma_e/(1-\omega)$ принимает свое предельное значение σ_* на некотором расстоянии ρ от вершины. Условие роста трещины в системе (x, y) имеет вид

$$\sigma_e(l(t) + \rho, 0, t) / [1 - \omega(l(t) + \rho, 0, t)] = \sigma_* \quad (3.1)$$

Асимптотика напряжений у вершины трещины $2l(t)$ в состоянии установившейся ползучести имеет в системе (r, φ) следующий вид [19, 20]:

$$\sigma_{ij}(r, \varphi, t) = (C^*(l(t)) / BI_n r)^{1/(n+1)} \sigma_{ij}^o(n, \varphi) \\ C^* = \oint_{\Gamma} \left(\frac{n}{n+1} B \sigma_e^{n+1} \cos \varphi - \sigma_{ij} v_j v_{i,1} \right) ds \quad (3.2)$$

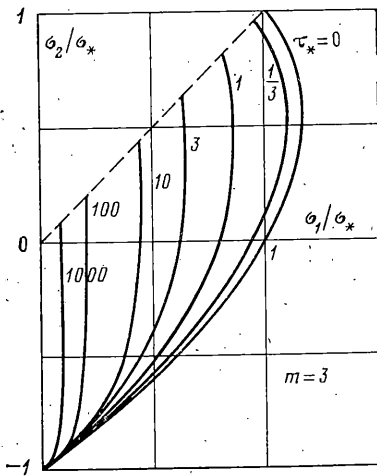
Здесь B , n — константы степенного закона ползучести $\dot{\epsilon}_{ij} = 3/2 B \sigma_e^{n-1} s_{ij}$, C^* — не зависящий от контура Γ интеграл при установившейся ползучести тела с трещиной, аналогичный J -интегралу, $\sigma_{ij}^o(n, \varphi)$, I_n — окружное изменение напряжений и константа, полученные в работе [19].

Из уравнения (2.2) получим

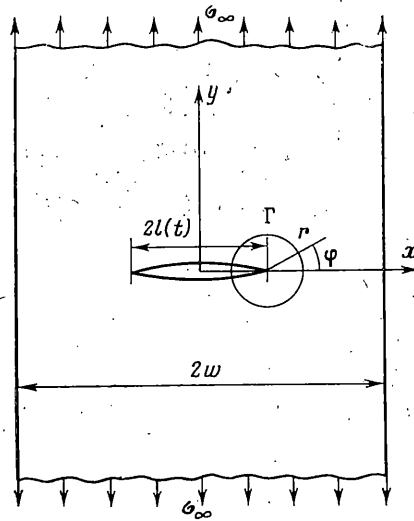
$$(1 - \omega(x, y, t))^{m+1} = 1 - A(m+1) \int_0^t \sigma_1^m(x, y, \tau) d\tau \quad (3.3)$$

Условие (3.1) с учетом (3.2) и (3.3) принимает вид

$$A(m+1)(\sigma_1^o(n, 0))^m \int_0^t \left(\frac{C^*(l(\tau))}{BI_n(l(t) + \rho - l(\tau))} \right)^{m/(n+1)} d\tau = \\ = 1 - \left(\frac{C^*(l(t))}{BI_n \sigma_*^{n+1}} \right)^{(m+1)/(n+1)} \quad (3.4)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Из (3.4) следует, что в течение промежутка времени $0 < t < t_0$ трещина неподвижна, а момент страгивания трещины t_0 определяется как время, при котором впервые выполнится условие (3.1) при $l(t) = l_0$, и выражается через $C^*(l_0)$:

$$t_0 = \left[1 - \left(\frac{C^*(l_0)}{BI_n \sigma_*^{n+1}} \right)^{(m+1)/(n+1)} \right] / \left[A(m+1) (\sigma_1^\circ(n, 0))^m \left(\frac{C^*(l_0)}{BI_n \rho} \right)^{m/(n+1)} \right] \quad (3.5)$$

Выражение (3.5) показывает, что при $C^*(l_0) = B \sigma_*^{n+1} I_n \rho = C_{cr}^*$ происходит мгновенное страгивание трещины и наступает процесс ее неустойчивого (лавинного) роста. Это условие аналогично условию $K_I = K_{IC}$ линейной механики разрушения. В действительности при $t=0$ у вершины трещины справедлива упругая асимптотика напряжений

$$\sigma_{ij}(r, \varphi, 0) = (K_I / \sqrt{2\pi r}) \sigma_{ij}^\circ(1, \varphi) \quad (3.6)$$

т. е. условием мгновенного страгивания трещины будет условие $K_I(l_0) = \sigma_* (2\pi \rho)^{1/2}$, совпадающее с $K_I = K_{IC}$ линейной механики разрушения. Если $K_I(l_0) < \sigma_* (2\pi \rho)^{1/2}$, то трещина неподвижна в течение некоторого времени t_0 , за которое происходит перераспределение напряжений от мгновенного упругого состояния (3.6) до состояния установившейся ползучести (3.2). Оценка времени t_0 проведена в [21], в [22] указано, что для ряда сталей и сплавов оно составляет 1–5% от времени до разрушения. В дальнейшем временем перераспределения напряжений будем пренебрегать и считать, что при $t=0$ справедлива асимптотика (3.6), а при $t>0$ — асимптотика (3.2).

Обозначим $t_* = [A(m+1) (\sigma_1^\circ(n, 0) \sigma_*)^m]^{-1}$, $p = m/(n+1) < 1$, $q = (m+1)/(n+1) \leq 1$ (так как $m \leq n$ [13]) и введем безразмерные величины $\tau = t/t_*$, $z = (l(t) - l_0)/\rho$, $c(z) = C^*(l(t))/C_{cr}^*$, $\tau'(z) = \rho/t_* l'(t)$. Уравнение (3.4) с учетом времени страгивания трещины t_0 и выражение (3.5) переписуются:

$$\int_0^z \left(\frac{c(\xi)}{z - \xi + 1} \right)^p \tau'(\xi) d\xi = 1 - c^q(z) - \frac{\tau_0 c^p(0)}{(1+z)^p} \quad (3.7)$$

$$\tau_0 = (1 - c^q(0))/c^p(0) \quad (3.8)$$

При помощи (3.7) скорость страгивания трещины $l'(t_0) = \rho/t_* \tau'(0)$ находим из выражения

$$c^p(0) \tau'(0) = -q c^{q-1}(0) c'(0) + p \tau_0 c^p(0) \quad (3.9)$$

из которого следует, что при малых τ_0 величина $\tau'(0)$ может обратиться в нуль и стать отрицательной, т. е. после некоторого времени τ_0 , в течение которого трещина неподвижна, сразу же наступает процесс ее неустойчивого роста. Это произойдет, если

$$M < c^q(0) < 1, \quad M = [1 + (q/p) (c'(0)/c(0))]^{-1} \quad (3.10)$$

На фиг. 2 имеем $C^*(l) = B\sigma_\infty^{n+1} l C^{\sim}(l/w)$, где $C^{\sim}(l/w)$ — безразмерная функция от l/w , рассчитанная в [22, 23]. В этом случае для больших начальных трещин

$$\frac{\rho}{l_0} \ll 1, \quad \frac{c'(0)}{c(0)} = \frac{\rho}{l_0} \left[1 + \frac{l_0}{w} \frac{C^{\sim}'(l_0/w)}{C^{\sim}(l_0/w)} \right] \ll 1, \quad c(0) \sim 1, \quad \tau_0 \sim 0$$

процесс неустойчивого роста трещины начинается почти мгновенно. Если же проэкстраполировать данные соотношения на случай малых трещин, когда $l_0 \sim \rho$, то получается, что величина $c(0)$, при которой наступает процесс неустойчивого роста трещины, и время наступления этого процесса τ_0 заключены в интервалах $1/2 \sim (1+q/p)^{-1} < c^q(0) < 1$, $0 < \tau_0 < q(1+q/p)^{p/q-1}/p \sim 1$.

Для малых трещин величина $c(0) \sim (\sigma_\infty/\sigma_*)^{n+1}$, поэтому для напряжений σ_∞ , лежащих в интервале $1/2 < (\sigma_\infty/\sigma_*)^{m+1} < 1$, время до разрушения t_f , найденное из (2.3), и время страгивания трещины t_0 , найденное по (3.8), совпадают. В этом интервале напряжений можно не учитывать наличие малых трещин и определять время до разрушения t_f по формуле (2.3) для однородного напряженного состояния. Оценка предельного состояния в случае малых и средних трещин по условию $c(0) = 1$ дает завышенные значения для σ_∞ , при которых наступает процесс неустойчивого роста трещины и разрушение образца.

4. Если $c^q(0) < M$, то трещина в момент времени t_0 страгивается со скоростью $l'(t_0)$, определяемой из уравнения (3.9), и наступает процесс медленного докритического ее подрастания. Решение уравнения Вольтерра первого рода (3.7) с регулярным ядром может быть найдено при малых и больших z . Если $z \gg 1$, (трещина подросла на величину порядка (3–5) ρ), (3.7) переходит в уравнение Абеля с соответствующим решением

$$\int_0^z \left(\frac{c(\xi)}{z-\xi} \right)^p \tau'(\xi) d\xi = 1 - c^q(z) \quad (4.1)$$

$$c^p(z) \tau'(z) = \frac{\sin p\pi}{\pi} \left(\frac{1 - c^q(0)}{z^{1-p}} - q \int_0^z \frac{c^{q-1}(\xi) c'(\xi) d\xi}{(z-\xi)^{1-p}} \right) \quad (4.2)$$

Если $c(z) \ll 1$, из (4.2) для $l'(t)$ в размерных величинах имеем выражение

$$l'(t) = A(m+1) (\sigma_1^\circ(n, 0))^m (\pi/\sin p\pi) (C^*(l)/BI_n)^p (l-l_0)^{1-p} \quad (4.3)$$

совпадающее с полученным в [14]. Следовательно, на стадии развитого роста трещины, когда $z \gg 1$, и при условии $c(z) \ll 1$ параметры ρ и σ_* не входят в выражение для $l'(t)$. В качестве критерия роста трещины можно использовать более простой критерий $\omega(l(t), 0, t) = 1$. Эти параметры и критерий (3.1) определяют скорость страгивания трещины $l'(t_0)$ и скорость ее роста в моменты, близкие к моменту страгивания, до тех пор, пока трещина не подрастет на величину порядка (3–5) ρ и не станет справедливым условие $z \gg 1$. Кроме того, эти параметры и критерий (3.1) определяют критическую длину трещины и условие перехода от медленного докритического подрастания трещины к процессу ее неустойчивого роста. Действительно (см. (4.2)), при некотором значении z_{cr} величина $\tau'(z)$ обращается в нуль и становится отрицательной, что и определяет критическую длину трещины и наступление процесса ее неустойчивого роста. Определим величину z_{cr} для неограниченной пластины. В случае $m=n$ имеем $z_{cr} = p(1-c(0))/c'(0)$. В размерных величинах $l_{cr} = l_0(1+n)/(n+1)$

+1) (1/c(0)-1)). Далее $l_{cr}/l_0 = C^*(l_{cr})/C^*(l_0)$, поэтому

$$C^*(l_{cr}) = (1 - (1 - c(0)) / (n+1)) C_{cr}^* \quad (4.4)$$

Оценка l_{cr} по условию $C^*(l_{cr}) = C_{cr}^*$, аналогичному условию $K_I(l_{cr}) = K_{Ic}$ линейной механики разрушения, дает завышенные результаты. Этот вывод верен и при $m < n$. По теореме о среднем из (4.2) $z_{cr} = (p/q) (1 - c^q(0)) / (c^{q-1}(z_*) c'(z_*))$, где $z_* \in (0, z_{cr})$. Отсюда

$$C^*(l_{cr}) < [1 - (1 - c^q(0)) / ((m+1) c^{q-1}(0))] C_{cr}^* \quad (4.5)$$

Для малых трещин (3.7) можно свести к уравнению Вольтерра второго рода

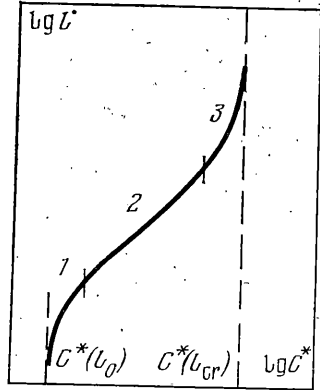
$$c^p(z) \tau'(z) - p \int_0^z \frac{c^p(\xi) \tau'(\xi) d\xi}{(z - \xi + 1)^{p+1}} = \frac{p \tau_0 c^p(0)}{(1+z)^{p+1}} - q c^{q-1}(z) c'(z) \quad (4.6)$$

решение которого с точностью до членов $O(z^2)$ имеет вид

$$c^p(z) \tau'(z) = p [1 - c^q(z) - q c^{q-1}(z) c'(z) / p - (1 - c^q(0)) z] \quad (4.7)$$

Если оценить z_{cr} из (4.7), то окажется, что в случае больших начальных трещин величина z_{cr} достаточно точно определяется условием $c^q(z_{cr}) \sim 1$, а в случае малых трещин — условием $c^q(z_{cr}) \sim p/(p+q)$.

Соотношения (3.9), (4.7) и (4.2) описывают весь процесс роста трещины от момента ее страгивания до момента перехода к неустойчивому росту. На диаграмме $\lg l - \lg C^*$ зависимость $l(C^*)$ изобразится кривой, аналогичной диаграмме усталостного роста трещины (фиг. 3), с тремя характерными участками: 1 — страгивание трещины и переход к степенной зависимости $l(C^*)$ (уравнение (4.3)), 2 — докритическое подрастание трещины со скоростью, определяемой уравнением (4.3), 3 — ускорение роста трещины и переход к процессу неустойчивого роста.



Фиг. 3

5. Рассмотрим вопрос подрастания трещины по данному критерию при переменной нагрузке. Пусть в некоторый момент τ_1 после страгивания трещины, когда она подросла на величину z_1 , параметр $c(z)$ (а следовательно, и напряжение σ_∞) возрастает от значения $c_1(z_1)$ до $c_2(z_1)$. При мгновенном возрастании напряжений поврежденность не меняется, следовательно, условие (3.1) будет выполнено уже на расстоянии, большем чем ρ от вершины трещины. Это означает, что трещина мгновенно подрастет на некоторую величину Δ , которую можно найти из уравнения (3.7), учитывая, что при мгновенном подрастании $\tau'(\xi) = 0$. Уравнение для Δ будет иметь вид

$$\int_0^{z_1} \left(\frac{c_1(\xi)}{z_1 + \Delta - \xi + 1} \right)^p \tau'(\xi) d\xi = 1 - c_2^q(z_1 + \Delta) - \frac{\tau_0 c_1^p(0)}{(1 + z_1 + \Delta)^p} \quad (5.1)$$

Левая часть (5.1) как функция от Δ убывает от значения $1 - c_1^q(z_1) - \tau_0 c_1^p(0) / (1 + z_1)^p$ при $\Delta = 0$ (так как при $\Delta = 0$ для левой части (5.1) справедливо уравнение (3.7)) до нуля на бесконечном интервале изменения Δ . Правая часть уравнения (5.1) убывает от значения $1 - c_2^q(z_1) - \tau_0 c_1^p(0) / (1 + z_1)^p$ при $\Delta = 0$, меньшего чем $1 - c_1^q(z_1) - \tau_0 c_1^p(0) / (1 + z_1)^p$, до нуля на конечном интервале изменения Δ , т. е. при некоторых условиях на решение уравнения (3.7) при $z = z_1$ уравнение (5.1) может не иметь решения. Это означает, что после возрастания нагрузки происходит мгновенное распространение трещины по всему сечению, так как в любой точке перед вершиной трещины будет выполнено условие $\sigma_\infty / (1 - \omega) > \sigma_*$. Величину Δ

можно приближенно оценить, линеаризовав (5.1) по Δ :

$$\Delta \gg (c_2^q(z_1) - c_1^q(z_1)) / [c_1^p(z_1) \tau'(z_1) + (c_1^q(z_1))' - (c_2^q(z_1))'] \quad (5.2)$$

Из (5.2) следует оценка условий, при которых происходит мгновенное распространение трещины по всему сечению после догрузки

$$\left(\frac{c_2(z_1)}{c_1(z_1)} \right)^q \equiv \left(\frac{\sigma_\infty^{(2)}}{\sigma_\infty^{(1)}} \right)^{m+1} = 1 + (1/q) \frac{c_1^p(z_1) \tau'(z_1)}{c_2^q(z_1)} \frac{c_1(z_1)}{c_1'(z_1)} \quad (5.3)$$

Как видно из соотношения (5.3), эти условия определяются не только отношением $\sigma_\infty^{(2)} / \sigma_\infty^{(1)}$ и текущей длиной трещины (величина $c_2^q(z_1)$), но и текущей скоростью роста трещины (величина $c_1^p(z_1) \tau'(z_1)$), и отношением l_1/ρ (величина $c_1(z_1)/c_1'(z_1)$). При $\tau > \tau_1$ и $z > z_1 + \Delta$ уравнение, описывающее процесс роста трещины, можно вновь записать в виде (3.7), учитывая, что при $0 < \xi < z_1$ $c(\xi) = c_1(\xi)$, при $z_1 < \xi < z_1 + \Delta$ $\tau'(\xi) = 0$ и при $\xi > z_1 + \Delta$ $c(\xi) = c_2(\xi)$. При $z \gg 1$ и $c(z) \ll 1$ это уравнение вновь сводится к виду

$$\int_0^z \left(\frac{c(\xi)}{z - \xi} \right)^p \tau'(\xi) d\xi = 1$$

и имеет решение (4.3), показывающее, что в этих условиях величина Δ мала и ее можно не учитывать и при мгновенном изменении нагрузки $l^*(t)$ мгновенно меняется от $l^*(C_1^*)$ до $l^*(C_2^*)$ при неизменной длине трещины, т. е. критерий $\omega(l(t), 0, t) = 1$ не описывает эффект мгновенного подрастания трещины. Скорость роста трещины сразу же после изменения нагрузки можно найти из уравнения (3.7), приведя его к уравнению Вольтерра второго рода (4.6). Тогда при $z = z_1 + \Delta$ получим

$$c_2^p(z) \tau'(z) = \frac{p \tau_0 c_1^p(0)}{(1+z)^{p+1}} - (c_2^q(z))' + p \int_0^{z_1} \frac{c_1^p(\xi) \tau'(\xi) d\xi}{(z - \xi + 1)^{p+1}} \quad (5.4)$$

Если в момент времени τ_1 , когда трещина подросла на величину z_1 , происходит частичное снятие нагрузки и параметр $c(z)$ уменьшается от значения $c_1(z_1)$ до значения $c_2(z_1)$, то условие (3.1) будет выполнено уже на расстоянии, меньшем чем ρ от вершины трещины. Это означает, что трещина остановится и будет стоять до тех пор, пока в течение времени $\Delta\tau$ за счет роста поврежденности на расстоянии ρ от вершины трещины вновь не выполнится условие (3.1). Величину $\Delta\tau$ можно найти из (3.7), которое с учетом остановки трещины принимает вид

$$\int_0^{z_1} \left(\frac{c_1(\xi)}{z_1 - \xi + 1} \right)^p \tau'(\xi) d\xi + \int_{\tau_1}^{\tau_1 + \Delta\tau} c_2^p(z_1) d\tau = 1 - c_2^q(z_1) - \frac{\tau_0 c_1^p(0)}{(1+z_1)^p} \quad (5.5)$$

После истечения времени $\Delta\tau$ трещина вновь начнет расти, а уравнение, описывающее дальнейший процесс ее роста, будет

$$\int_0^z \left(\frac{c(\xi)}{z - \xi + 1} \right)^p \tau'(\xi) d\xi = 1 - c_2^q(z) - \frac{\tau_0 c_1^p(0)}{(1+z)^p} - \frac{\Delta\tau c_2^p(z_1)}{(1+z - z_1)^p} \quad (5.6)$$

(в уравнении (5.6) вновь учтено, что при $0 < \xi < z_1$ $c(\xi) = c_1(\xi)$, а при $\xi > z_1$ $c(\xi) = c_2(\xi)$). При $z \gg 1$ и $z - z_1 \gg 1$ это уравнение сводится к уравнению (4.1), решение которого при $c(z) \ll 1$ имеет вид (4.3), т. е. эффект остановки трещины после частичной разгрузки сказывается лишь в начальный момент ее дальнейшего роста и не влияет на скорость роста трещины после того, как она вновь подрастет на величину порядка (3-5) ρ . Скорость роста трещины в момент страгивания после остановки

может быть найдена из (5.6) и записана в виде

$$c_2^p(z_1) \tau'(z_1+0) = c_1^p(z_1) \tau'(z_1-0) + \\ + p \Delta \tau c_2^p(z_1) + (c_1^q(z_1))' - (c_2^q(z_1))'$$

При циклическом нагружении $\sigma_\infty^{(1)} \rightarrow \sigma_\infty^{(2)} \rightarrow \sigma_\infty^{(1)} \rightarrow \dots$ после момента страгивания τ_0 величина Δ представляет собой мгновенное приращение длины трещины за цикл, т. е. характеризует скорость усталостного роста трещины (dl/dN) . При больших временах выдержки в цикле суммарное приращение длины трещины за цикл складывается из Δ и приращения длины трещины за счет ползучести, т. е. можно пользоваться правилом суммирования скоростей роста трещины от усталости и ползучести $\Delta l/\Delta N = (dl/dN)_c + (dl/dN)_p$ [24].

При непрерывно меняющейся нагрузке из (4.6) можно найти условие ненаступления процесса неустойчивого роста трещины, т. е. условия, при котором $\tau'(z) > 0$ при всех z :

$$p \int_0^z \frac{c^p(\xi) \tau'(\xi) d\xi}{(z-\xi+1)^{p+1}} + \frac{p \tau_0 c^p(0)}{(1+z)^{p+1}} - q c^{q+1}(z) c'(z) > 0 \quad (5.7)$$

Условие (5.7) трудно проверяемо и вместо него можно записать более сильное условие $p \tau_0 c^p(0)/(1+z)^{p+1} - q c^{q+1}(z) c'(z) > 0$, из которого следует, что скорость изменения внешней нагрузки σ_∞ и скорость роста трещины l' должны быть связаны соотношением

$$(n+1) \frac{\sigma_\infty}{\sigma_0} < \left[\frac{p}{q} \frac{1-c^q(0)}{c^q(z)(1+z)^{p+1}} - \frac{\rho}{l} \left(1 + \frac{l}{w} \frac{C^{\sim'}(l/w)}{C^{\sim}(l/w)} \right) \right] \frac{l'}{\rho}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Siverns M. J., Price A. T.* Crack propagation under creep conditions in a quenched 2 1/4 chromium 1 molybdenum steel.— Intern. J. Fract., 1973, v. 9, No. 2, p. 199–207.
2. *Koterazawa R., Mori T.* Applicability of fracture mechanics parameters to crack propagation under creep condition.— J. Soc. Mech. Sci., Japan, 1977, v. 26, No. 289, p. 948–954.
3. *Ohjii K., Ogura K., Kubo S., Katada Y., Saito H.* A study of correlating parameters of creep crack growth rate of 1 Cr 1–1/4 Mo–1/4 V steel.— J. Soc. Mech. Sci., Japan, 1978, v. 27, No. 303, p. 1165–1170.
4. *Donath R. C., Nicholas T., Fu L. S.* An experimental investigation of creep crack growth in IN100.— In: Fracture Mechanics: Proc. 13th Nat. Symp., Philadelphia: Amer. Soc. Testing and Materials, 1981, p. 186–206.
5. *Saxena A.* Evaluation of C^* for the characterization of creep–crack–growth behavior in 304 stainless steel.— In: Fracture Mechanics: 12th Conf., ASTM STP 700, Amer. Soc. Testing and Materials, 1980, p. 131–151.
6. *Musico G. G., Boerman D. J., Piatti G.* Creep crack growth characterization of austenitic stainless steel.— In: Adv. Fract. Res.: Prepr. 5th Intern. Conf. Fract., Cannes, 1981. Oxford e. a., 1981, v. 3, p. 1323–1331.
7. *Работнов Ю. Н., Милейко С. Т.* Кратковременная ползучесть. М.: Наука, 1970. 222 с.
8. *Barnby J. T.* Crack propagation during steady state creep.— Engng Fract. Mech., 1975, v. 7, No. 2, p. 299–304.
9. *Cocks A. C. F., Ashby M. F.* The growth of a dominant crack in a creeping material.— Scr. Met., 1982, v. 16, No. 1, p. 109–114.
10. *Соснин О. В.* Энергетический вариант теории ползучести и длительной прочности. Ползучесть и разрушение неупрочняющихся материалов. Сообщ. 1.— Пробл. прочности, 1973, № 5, с. 45–49.
11. *Качанов Л. М.* Рост трещин в условиях ползучести.— Изв. АН СССР. МТТ, 1978, № 1, с. 97–102.
12. *Астафьев В. И.* Энтропийный критерий разрушения при ползучести (рост вязких трещин).— В кн.: Прочность и надежность конструкций. Куйбышев: Изд-е Куйбышев. политехн. ин-та, 1981, с. 103–106.
13. *Работнов Ю. Н.* Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.
14. *Астафьев В. И.* Влияние нестационарности поля напряжений на рост трещины при ползучести.— ПМТФ, 1983, № 3, с. 148–152.
15. *Ohjii K., Ogura K., Kubo S.* An analysis of creep crack growth based on the plastic singular stress field.— Trans. Jap. Soc. Mech. Engng, 1977 v. 43, No. 369, p. 1577–1583.

16. Астафьев В. И. О росте трещин при ползучести с учетом пластической зоны вблизи вершины трещины.— ПМТФ, 1979, № 6, с. 154—158.
17. Астафьев В. И. К вопросу о поврежденности и критериях разрушения при ползучести.— Пробл. прочности, 1983, № 3, с. 11—13.
18. Лебедев А. А. Обобщенный критерий длительной прочности.— В кн.: Термопрочность материалов и конструкционных элементов. Киев: Наук. думка, 1965, с. 69—76.
19. Hutchinson J. W. Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material.— J. Mech. and Phys. Solids, 1968, v. 16, No. 1, p. 13—31.
20. Rice J. R., Rosengren G. F. Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material.— J. Mech. and Phys. Solids, 1968, v. 16, No. 1, p. 1—12.
21. Riedel H., Rice J. R. Tensile cracks in creeping solids.— In: Fracture Mechanics: 12th Conf. ASTM STP 700. Amer. Soc. Testing and Materials, 1980, p. 112—130.
22. Leckie F. A., McMeeking R. M. Stress and plane strain fields at the tip of a stationary tensile crack in a creeping material.— Intern. J. Fract., 1981, v. 17, No. 5, p. 467—476.
23. Goldman N. L., Hutchinson J. W. Fully plastic crack problems: the center-cracked strip under plane strain.— Intern. J. Solids and Struct., 1975, v. 11, No. 6, p. 575—591.
24. Олькин С. И. О методике прогнозирования долговечности при чередовании ползучести и усталости на стадиях образования и развития трещины.— Пробл. прочности, 1979, № 12, с. 19—24.

Куйбышев

Поступила в редакцию
13.I.1984