МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 • 1986

УДК 539.375

ПРИМЕНЕНИЕ КРИТЕРИЯ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ В. В. НОВОЖИЛОВА ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ РАЗРУШАЮЩИХ НАГРУЗОК ДЛЯ УГЛОВЫХ ВЫРЕЗОВ В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

МОРОЗОВ Н. Ф., СЕМЕНОВ Б. Н.

Энергетические, силовые и деформационные критерии разрушения ориентированы на их применение к областям, содержащим трещины. Непосредственное определение разрушающих нагрузок для тел с угловыми концентраторами напряжений при помощи этих критериев в основном не удается. В [1] была показана эффективность расчета предельной нагрузки для плоскости, ослабленной луночным отверстием, при использовании критерия В. В. Новожилова [2, 3] в случае одноосного растягивающего напряжения на бесконечности. Публикуемая статья посвящена изучению задачи разрушения областей с угловыми концентраторами в условиях сложнонапряженного состояния. При рассмотрении этого случая в асимптотическом представлении напряжений в окрестности угловых точек при углах раствора $\gamma>2{,}25$ рассматриваются два сингулярных слагаемых, одно из которых порождено растягивающим напряжением, а другое – сдвиговым.

На примере упругой плоскости, ослабленной луночным отверстием, при задании на бесконечности поля напряжений, слагающегося из одноосного растяжения и чистого сдвига (фиг. 1), проведен последовательный анализ возможности применения критерия В. В. Новожилова при определении разрушающих нагрузок для тел, содержащих угловые вырезы.

1. При решении внешней задачи для луночной области введем, следуя [4], систему биполярных координат по формуле

$$x+iy=ai\operatorname{cth}{}^1/_2(\alpha+i\beta)\qquad(0\leqslant\alpha<\infty,\ |\beta|\leqslant\pi)\tag{1.1}$$

так что граница лунки задается линиями $\beta=\pm\gamma$.

Запишем компоненты тензора напряжений при помощи функции Эйри в виде

$$a\sigma_{\alpha\alpha}=\left[(\operatorname{ch}\alpha-\cos\beta)\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}-\operatorname{sh}\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha}-\sin\beta\frac{\partial}{\partial\beta}+\operatorname{ch}\alpha\right]\left(\frac{\Phi}{h}\right)$$

$$a\sigma_{\beta\beta}=\left[(\operatorname{ch}\alpha-\cos\beta)\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}-\operatorname{sh}\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha}-\sin\beta\frac{\partial}{\partial\beta}+\cos\beta\right]\left(\frac{\Phi}{h}\right)$$

$$a\sigma_{\alpha\beta}=-(\operatorname{ch}\alpha-\cos\beta)\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}\frac{\Phi}{h},\qquad h=\frac{a}{\operatorname{ch}\alpha-\cos\beta}\tag{1.2}$$

В силу нелинейности задачи будем искать функцию Эйри в виде

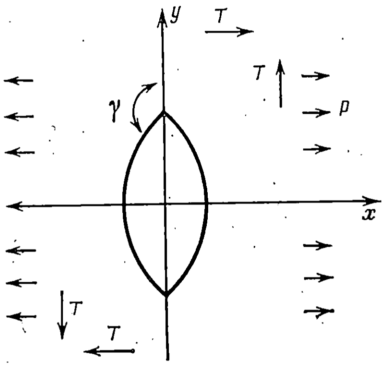
$$\Phi/(ah)=\Phi^{(1)}+\Phi^{(2)}\tag{1.3}$$

где $\Phi^{(1)}$ соответствует задаче двуосного растяжения, а $\Phi^{(2)}$ – задаче чистого сдвига.

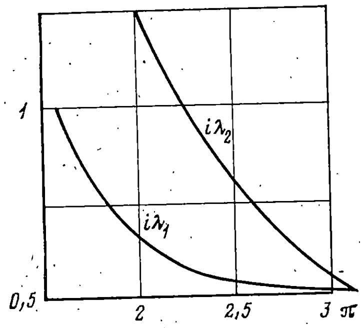
Как показано в [4]:

$$\Phi^{(1)}=p\left\{\frac{c\sin^2\beta}{\operatorname{ch}\alpha-\cos\beta}+k\left[(\operatorname{ch}\alpha-\cos\beta)\ln\frac{\operatorname{ch}\alpha-\cos\beta}{\operatorname{ch}\alpha+\cos\beta}+2\cos\beta\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(A\cos\beta\operatorname{ch}\lambda\beta+B\sin\beta\operatorname{sh}\lambda\beta)\exp(-i\lambda\alpha)\,d\lambda\right\}\tag{1.4}$$



Фиг. 1



Фиг. 2

$$\Phi^{(2)} = T\left\{-\frac{\operatorname{sh}\alpha\sin\beta}{\operatorname{ch}\alpha-\cos\beta}+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}(C\cos\beta\operatorname{sh}\lambda\beta+\right.$$

$$\left.+D\sin\beta\operatorname{ch}\lambda\beta)\exp(-i\lambda\alpha)\,d\lambda\right\} \tag{1.5}$$

$$A=\frac{2k\sqrt{2\pi}}{\lambda(\lambda^2+1)}\left[\frac{\lambda^2-\operatorname{sh}^2{}^1/_2\pi\lambda}{\operatorname{sh}\pi\lambda}+\frac{\operatorname{sh}^2\lambda\gamma-\lambda^2\sin^2\gamma}{\operatorname{sh}2\lambda\gamma+\lambda\sin 2\gamma}\right]-\frac{2c\sqrt{2\pi}\lambda\sin^2\gamma}{\operatorname{sh}2\lambda\gamma+\lambda\sin 2\gamma}$$

$$B=\frac{2k\sqrt{2\pi}}{\lambda^2+1}\left[\frac{1}{2}\operatorname{cth}{}^1/_2\pi\lambda-\frac{\operatorname{sh}^2\lambda\gamma+\sin^2\gamma}{\operatorname{sh}2\lambda\gamma+\lambda\sin 2\gamma}\right]+$$

$$+c\sqrt{2\pi}\left[\operatorname{cth}\pi\lambda-\frac{2\operatorname{ch}^2\lambda\gamma}{\operatorname{sh}2\lambda\gamma+\lambda\sin 2\gamma}\right],$$

$$D=\sqrt{2\pi}\operatorname{cth}\pi\lambda-\frac{2\sqrt{2\pi}\operatorname{sh}^2\lambda\gamma}{\operatorname{sh}2\lambda\gamma-\lambda\sin 2\gamma}\quad C=\frac{2\sqrt{2\pi}\lambda\sin^2\gamma}{\operatorname{sh}2\lambda\gamma-\lambda\sin 2\gamma},$$

$$k=\frac{b+4c\sin^2\gamma}{g}\int\limits_0^\infty\frac{\lambda\,d\lambda}{\operatorname{sh}2\lambda\gamma+\lambda\sin 2\gamma}$$

$$g=4\int\limits_0^\infty\frac{(\operatorname{sh}^2\lambda\gamma-\lambda^2\sin^2\gamma)\,d\lambda}{\lambda(\lambda^2+1)(\operatorname{sh}2\lambda\gamma+\lambda\sin 2\gamma)}$$

Постоянные b и c определяются растягивающими напряжениями на бесконечности. В дальнейшем будем рассматривать лишь растяжение вдоль x, которому соответствуют следующие значения постоянных: $b=1$, $c=-{}^1/_2$.

В [1] дан анализ напряженно-деформированного состояния в окрестности вершины луночной области под действием растягивающих напряжений вдоль оси x. На площадке, лежащей на линии $\beta=0$, нормальные напряжения $\sigma_{\beta\beta}^{(1)}$ имеют вид

$$\sigma_{\beta\beta}^{(1)}(\alpha,0)=p\left\{4k+\frac{1}{2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{2k}{\lambda(\lambda^2+1)}\left(\frac{\lambda^2-\operatorname{sh}^2{}^1/_2\pi\lambda}{\operatorname{sh}\pi\lambda}+\frac{\operatorname{sh}^2\lambda\gamma-\lambda^2\sin^2\gamma}{\operatorname{sh}2\lambda\gamma+\lambda\sin 2\gamma}\right)+\right.\right.$$

$$\left.+\frac{\lambda\sin^2\gamma}{\operatorname{sh}2\lambda\gamma+\lambda\sin 2\gamma}\right](i\lambda-\lambda^2)\exp(\alpha-i\lambda\alpha)\,d\lambda+O(e^{-\alpha}) \tag{1.6}$$

Аналогичным образом на этой же площадке для случая чистого сдвига получим в окрестности вершины лунки сдвиговые напряжения

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(2)}(\alpha,0)=T\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{(\operatorname{sh}^2\lambda\gamma-\lambda^2\sin^2\gamma)\lambda}{\operatorname{sh}2\lambda\gamma-\lambda\sin 2\gamma}\exp(\alpha-i\lambda\alpha)\,d\lambda+O(e^{-\alpha}) \tag{1.7}$$

Знаменатели, стоящие в подынтегральных выражениях (1.6), (1.7), определяют сингулярности напряженно-деформированного состояния в окрестности угловых точек. Для случая растяжения сингулярность напряжений характеризуется первым, лежащим в нижней полуплоскости корнем уравнения

$$\operatorname{sh} 2\lambda_1\gamma+\lambda_1 \sin 2\gamma=0 \tag{1.8}$$

а для случая чистого сдвига — корнем уравнения

$$\operatorname{sh} 2\lambda_2\gamma-\lambda_2 \sin 2\gamma=0 \tag{1.9}$$

Зависимость этих корней от угла γ приведена на фиг. 2. Видно, что при $\gamma=\pi$ (трещина) и $\gamma=\pi/2$ (круговое отверстие) корни равны. Во всех остальных случаях при $\pi/2<\gamma<\pi$ $\operatorname{Im}\lambda_1>\operatorname{Im}\lambda_2$. Это приводит к тому, что при $\pi/2<\gamma<\pi$ степень сингулярности напряжений, порожденных растягивающими напряжениями, вблизи вершины лунки всегда больше степени сингулярности напряжений, вызванных сдвигом на бесконечности.

Замыкая (1.6) и (1.7) путь интегрирования в нижней полуплоскости, выделим старшие члены асимптотики для $\sigma_{\beta\beta}^{(1)}$ и $\sigma_{\alpha\beta}^{(2)}$:

$$\sigma_{\beta\beta}(\alpha,0)=\pi ip\,(2\gamma\operatorname{ch}2\lambda_1\gamma+\sin 2\gamma)^{-1}\times$$
$$\times\left[\frac{2k}{\lambda_1+i}(\operatorname{sh}^2\lambda_1\gamma-\lambda_1\sin^2\gamma)+\lambda_1(\lambda_1-i)\sin^2\gamma\right](^1/_2\, r/a)^{i\lambda_1-1}+O(1) \tag{1.10}$$

$$\sigma_{\alpha\beta}(\alpha,0)=2\pi iT\,(2\gamma\operatorname{ch}2\lambda_2\gamma-\sin 2\gamma)^{-1}[\lambda_2^2\sin^2\gamma-$$
$$-\operatorname{sh}^2\lambda_2\gamma)\,(^1/_2 r/a)^{i\lambda_2-1}+O(1) \tag{1.11}$$

Заметим, что при $\gamma<\gamma_0=2{,}252$ напряжения $\sigma_{\alpha\beta}^{(2)}$ ограничены в окрестности вершины углового выреза, так как $i\lambda_2>1$.

Известно, что вблизи вершины угла функции Эйри допускает следующее асимптотическое представление для $U(\mu_1=i\lambda_1,\ \mu_2=i\lambda_2,\ \mu_1<\mu_2)$:

$$U=C_1r^{\mu_1+1}\left[\cos(\mu_1+1)\theta-\frac{\cos(\mu_1+1)\gamma}{\cos(\mu_1-1)\gamma}\cos(\mu_1-1)\theta\right]+$$
$$+C_2r^{\mu_2+1}\left[\sin(\mu_2+1)\theta-\frac{\sin(\mu_2+1)\gamma}{\sin(\mu_2-1)\gamma}\sin(\mu_2-1)\theta\right]+O(r) \tag{1.12}$$

Воспользовавшись формулами

$$\sigma_{rr}=\frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 U}{\partial\theta^2},\qquad \sigma_{\theta\theta}=\frac{\partial^2 U}{\partial r^2},\qquad \sigma_{r\theta}=\frac{1}{r^2}\frac{\partial U}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\frac{\partial^2 U}{\partial r\partial\theta} \tag{1.13}$$

получим в окрестности вершин лунки

$$\sigma_{rr}=\sigma_{rr}^{(1)}+\sigma_{rr}^{(2)}=$$
$$=C_1r^{\mu_1-1}\mu_1\left[-(\mu_1+1)\cos(\mu_1+1)\theta+(\mu_1-3)\frac{\cos(\mu_1+1)\gamma}{\cos(\mu_1-1)\gamma}\cos(\mu_1-1)\theta\right]+$$
$$+C_2r^{\mu_2-1}\mu_2\left[-(\mu_2+1)\sin(\mu_2+1)\theta+(\mu_2-3)\frac{\sin(\mu_2+1)\gamma}{\sin(\mu_2-1)\gamma}\sin(\mu_2-1)\theta\right]$$

$$\sigma_{\theta\theta}=\sigma_{\theta\theta}^{(1)}+\sigma_{\theta\theta}^{(2)}=$$
$$=C_1r^{\mu_1-1}(\mu_1+1)\mu_1\left[\cos(\mu_1+1)\theta-\frac{\cos(\mu_1+1)\gamma}{\cos(\mu_1-1)\gamma}\cos(\mu_1-1)\theta\right]+$$
$$+C_2r^{\mu_2-1}\mu_2(\mu_2+1)\left[\sin(\mu_2+1)\theta-\frac{\sin(\mu_2+1)\gamma}{\sin(\mu_2-1)\gamma}\sin(\mu_2-1)\theta\right]$$

$$\sigma_{r\theta}=\sigma_{r\theta}^{(1)}+\sigma_{r\theta}^{(2)}=$$
$$=C_1r^{\mu_1-1}\mu_1\left[(\mu_1+1)\sin(\mu_1+1)\theta-(\mu_1-1)\frac{\cos(\mu_1+1)\gamma}{\cos(\mu_1-1)\gamma}\sin(\mu_1-1)\theta\right]+$$
$$+C_2r^{\mu_2-1}\mu_2\left[-(\mu_2+1)\cos(\mu_2+1)\theta+(\mu_2-1)\frac{\sin(\mu_2+1)\gamma}{\sin(\mu_2-1)\gamma}\cos(\mu_2-1)\theta\right]$$

(1.14)

Сравнивая асимптотические представления (1.10), (1.11), (1.14) для $\sigma_{\beta\beta}^{(1)}(\alpha, 0)$, $\sigma_{\alpha\beta}^{(2)}(\alpha, 0)$ и $\sigma_{\theta\theta}(r, 0)$, $\sigma_{r\theta}(r, 0)$, имеем

$$C_1 = \pi p \frac{2k(\sin^2\mu_1\gamma - \mu_1^2\sin^2\gamma)/(1-\mu_1) + \mu_1^2(\mu_1+1)\sin^2\gamma}{\mu_1^4(\mu_1+1)[1-\cos(\mu_1+1)\gamma/\cos(\mu_1-1)\gamma](2\gamma\cos 2\mu_1\gamma + \sin 2\gamma)} \tag{1.15}$$

$$C_2 = 2\pi T \frac{\sin^2\mu_2\gamma - \mu_2^2\sin^2\gamma}{(2\gamma\cos 2\mu_2\gamma - \sin 2\gamma)[\mu_2+1-(\mu_2-1)\sin(\mu_2+1)\gamma/\sin(\mu_2-1)\gamma]}$$

2. Рассмотрим угол луночного выреза γ в пределах $\gamma_0<\gamma<\pi$. Влияние на процесс разрушения напряжений σ будет проявляться в зависимости от угла раствора лунки γ и от соотношения между интенсивностями растягивающих и касательных напряжений на бесконечности. Из (1.14) следует, что применение для оценки разрушающей нагрузки в случае угловой области критериев типа критерия Ирвина и других, учитывающих лишь старший член асимптотики, приводит к полному пренебрежению поля напряжений $\sigma_{ij}^{(2)}$. При последовательном применении критерия В. В. Новожилова [2, 3] для оценки прочности следует учитывать напряжения $\sigma_{ij}^{(2)}$ для определения напряжений нормального отрыва и площадок, на которых они действуют. Проведем усреднение $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{rr}, $\sigma_{r\theta}$ по структурному элементу d, ориентированному вдоль радиуса из вершины лунки $\langle\sigma_{ij}(\theta)\rangle = \int \sigma_{ij}(r,\theta)\,dr/d$ $(0\leqslant r\leqslant d)$, а затем для $\langle\sigma_{\theta\theta}\rangle$, $\langle\sigma_{rr}\rangle$, $\langle\sigma_{r\theta}\rangle$ найдем величины максимальных отрывных напряжений и площадки, на которых они действуют. Пользуясь модифицированным критерием В. В. Новожилова

$$\max_{-\gamma<\theta<\gamma} \langle\sigma_{\theta\theta}(\theta)\rangle \leqslant \sigma_c \tag{2.1}$$

определим параметр критической нагрузки, зависящей от p и T.

Усредненная компонента напряжения $\langle\sigma_{\theta\theta}\rangle$ на $\theta=\theta^*$:

$$\langle\sigma_{\theta\theta}\rangle = C_1\left(\frac{d}{2a}\right)^{\mu_1-1}(\mu_1+1)\left[\cos(\mu_1+1)\theta^* - \frac{\cos(\mu_1+1)\gamma}{\cos(\mu_1-1)\gamma}\cos(\mu_1-1)\theta^*\right] + C_2\left(\frac{d}{2a}\right)^{\mu_2-1}(\mu_2+1)\left[\sin(\mu_2+1)\theta^* - \frac{\sin(\mu_2+1)\gamma}{\sin(\mu_2-1)\gamma}\sin(\mu_2-1)\theta^*\right] \tag{2.2}$$

а величина θ^* определяется из условия

$$\left.\frac{d\langle\sigma_{\theta\theta}\rangle}{d\theta}\right|_{\theta=\theta^*} = C_1\left(\frac{d}{2a}\right)^{\mu_1-1}(\mu_1+1)\left[-(\mu_1+1)\sin(\mu_1+1)\theta^* + (\mu_1-1)\frac{\cos(\mu_1+1)\gamma}{\cos(\mu_1-1)\gamma}\sin(\mu_1-1)\theta^*\right] + C_2\left(\frac{d}{2a}\right)^{\mu_2-1}(\mu_2+1)\times \left[(\mu_2+1)\cos(\mu_2+1)\theta^* - (\mu_2-1)\frac{\sin(\mu_2+1)\gamma}{\sin(\mu_2-1)\gamma}\cos(\mu_2-1)\theta^*\right] = 0 \tag{2.3}$$

Из (2.2) и (2.3) следует, что пренебрежение «сдвиговыми» составляющими компонент напряжения приводит к значительным погрешностям при условиях

$$(C_1/C_2)\,d^{\xi}\sim O(1) \quad (\xi=\mu_1-\mu_2), \qquad \varkappa d^{\xi}\sim O(1) \quad (\varkappa=p/T) \tag{2.4}$$

Это утверждение наглядно подтверждается для лунок, мало отличающихся от трещин, т. е. $\gamma=\pi-\varepsilon$ $(\varepsilon\ll\pi)$. Первые корни уравнений (1.8), (1.9), лежащие в нижней полуплоскости, допускают в этом случае следующие асимптотические представления:

$$\lambda_1=-i[{}^1/_2+{}^1/_4\varepsilon^3/\pi+o(\varepsilon^3)], \quad \lambda_2=-i[{}^1/_2+\varepsilon/\pi+o(\varepsilon)] \tag{2.5}$$

После подстановки (2.5) в соотношения (1.15) получим

$$C_1={}^1/_6\,p(1+\varepsilon^2)+o(\varepsilon^2), \quad C_2=-{}^1/_2\,T(1+2\varepsilon/\pi)+o(\varepsilon) \tag{2.6}$$

Следовательно, напряженно-деформированное состояние в окрестности вершины лунки с углом раствора $\gamma=\pi-\varepsilon$ при действии приложенных на бесконечности растягивающих напряжений $\sigma_{xx}{}^\infty=p$ и сдвиговых $\sigma_{xy}{}^\infty=T$ имеет вид ($n=-{}^1/_2+{}^1/_4\varepsilon^3/\pi$, $m=-{}^1/_2+\varepsilon/\pi$):

$$\sigma_{rr}=p/8\,({}^1/_2r/a)^n(-\cos{}^3/_2\theta+5\cos{}^1/_2\theta)-{}^1/_2T\,({}^1/_2r/a)^m[{}^5/_4\sin{}^1/_2\theta- \tag{2.7}$$
$$-{}^3/_4\sin{}^3/_2\theta-\varepsilon/\pi\,({}^7/_2\sin{}^3/_2\theta-{}^9/_2\sin{}^1/_2\theta+{}^3/_4\theta\cos{}^3/_2\theta+{}^5/_4\theta\cos{}^1/_2\theta)]$$
$$\sigma_{\theta\theta}={}^1/_8p\,({}^1/_2r/a)^n(\cos{}^3/_2\theta+3\cos{}^1/_2\theta)-{}^1/_2T\,({}^1/_2r/a)^m[{}^3/_4(\sin{}^3/_2\theta+\sin{}^1/_2\theta)+$$
$$+\varepsilon/\pi\,({}^7/_2\sin{}^3/_2\theta+{}^7/_2\sin{}^1/_2\theta+{}^3/_4\theta\cos{}^3/_2\theta-{}^3/_4\theta\cos{}^1/_2\theta)]$$
$$\sigma_{r\theta}={}^1/_8p\,({}^1/_2r/a)^n(\sin{}^3/_2\theta+\sin{}^1/_2\theta)-{}^1/_2T\,({}^1/_2r/a)^m[{}^3/_4\cos{}^3/_2\theta+{}^1/_4\cos{}^1/_2\theta+$$
$$+\varepsilon/\pi\,({}^7/_2\cos{}^3/_2\theta+{}^1/_2\cos{}^1/_2\theta-{}^3/_4\theta\sin{}^3/_2\theta+{}^1/_4\theta\sin{}^1/_2\theta)]$$

Если оставлять лишь старшие по r члены асимптотических разложений (2.7), то получаем, что лунка разрушается по линии $\theta^*=0$ и разрывное напряжение определяется в силу (2.7) и критерия В. В. Новожилова по формуле

$$\sigma^*={}^1/_4p\,({}^1/_2d/a)^n(\cos{}^3/_2\theta^*+3\cos{}^1/_2\theta^*) \tag{2.8}$$

т. е. зависит лишь от растягивающих на бесконечности напряжений $\sigma_{xx}{}^\infty=$ $=p$. Известно [5], что прямолинейная трещина ($\gamma=\pi$) под действием приложенных на бесконечности напряжений $\sigma_{xx}{}^\infty=p$, $\sigma_{xy}{}^\infty=T$ будет разрушаться в направлении θ^*, где θ^* определяется из уравнения

$$p\,(\sin{}^3/_2\theta^*+\sin{}^1/_2\theta^*)+T\,(3\cos{}^3/_2\theta^*+\cos{}^1/_2\theta^*)=0 \tag{2.9}$$

а усредненное на элементе d по этому направлению напряжение $\langle\sigma_{\theta\theta}\rangle$ равно

$$\langle\sigma_{\theta\theta}(\theta^*)\rangle={}^1/_4p\,({}^1/_2d/a)^{-1/2}(\cos{}^3/_2\theta^*+3\cos{}^1/_2\theta^*)- \tag{2.10}$$
$$-{}^3/_4T\,({}^1/_2d/a)^{-1/2}(\sin{}^3/_2\theta^*+\sin{}^1/_2\theta^*)$$

Сравнение (2.8) и (2.10) демонстрирует отсутствие при использовании традиционной методики предельного перехода при $\gamma\to\pi$ для $\theta_\gamma{}^*$ и $\sigma_\gamma{}^*$, $\theta_\pi{}^*$ и $\sigma_\pi{}^*$. Воспользуемся методикой В. В. Новожилова. Применение формул (2.2), (2.3) к задаче о лунке с углом раствора $\gamma=\pi-\varepsilon$ дает

$$\langle\sigma_{\theta\theta}(\theta^*)\rangle={}^1/_4p\,({}^1/_2d/a)^n(\cos{}^3/_2\theta^*+3\cos{}^1/_2\theta^*)+ \tag{2.11}$$
$$+{}^1/_4T\,({}^1/_2d/a)^m[3\sin{}^3/_2\theta^*+3\sin{}^1/_2\theta^*+2\varepsilon/\pi\,(4\sin{}^3/_2\theta^*+$$
$$+4\sin{}^1/_2\theta^*+{}^3/_2\theta^*\cos{}^3/_2\theta^*-{}^3/_2\cos{}^1/_2\theta^*)]$$

а направление разрушения определяется из уравнения

$${}^3/_2p\,({}^1/_2d/a)^{n-m}(\sin{}^3/_2\theta^*+\sin{}^1/_2\theta^*)+T\,[{}^9/_2\cos{}^3/_2\theta^*+{}^3/_2\cos{}^1/_2\theta^*+ \tag{2.12}$$
$$+\varepsilon/\pi\,(15\cos{}^3/_2\theta^*+\cos{}^1/_2\theta^*-{}^9/_2\theta^*\sin{}^3/_2\theta^*+{}^3/_2\theta^*\sin{}^1/_2\theta^*)]$$

Сравнивая (2.11) и (2.12) с (2.9) и (2.10), убеждаемся в выполнении предельных соотношений для лунки и для трещины при $\gamma\to\pi$.

Таким образом, критерий В. В. Новожилова и при сложном напряженном состоянии сохраняет конструктивность и дает адекватную реальности схему хрупкого разрушения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Морозов Н. Ф.* Исследование разрушающей нагрузки для области, ослабленной вырезом в виде лунки.– Докл. АН СССР, 1980, т. 253, № 6, с. 1336–1338.
2. *Новожилов В. В.* О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности.– ПММ, 1969, т. 33, вып. 2, с. 212–222.
3. *Новожилов В. В.* К основам теории равновесных трещин в упругих телах.– ПММ, 1969, т. 33, вып. 5, с. 797–812.
4. *Уфлянд Я. С.* Биполярные координаты в теории упругости. М.– Л.: Гостехиздат, 1950. 232 с.
5. *Си Г., Либовиц Г.* Математическая теория хрупкого разрушения.– В кн.: Разрушение. М.: Мир, 1975, т. 2, с. 83–203.

Ленинград

Поступила в редакцию
26.III.1984