

УДК 531.383

ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ПОДВЕСА

МУСАТОВ К. А., РУДЕНКО В. М., ФИЛАТОВ В. В.

Предлагается приближенный метод расчета силовых характеристик сверхпроводящих магнитных подвесов криогенных гироскопов, в которых сверхпроводящий ротор удерживается системой сверхпроводящих катушек. Основу метода составляет замена силового воздействия катушки с током силовым воздействием одного эквивалентного витка с током. В результате такой замены исходная задача сводится к исследованной ранее [1], в которой получены простые формулы расчета сил, жесткостей и сравнительно легко оцениваются моменты, вызванные несферичностью и несбалансированностью ротора. Допустимость такой замены обосновывается хорошим совпадением результатов точного численного решения исходной задачи с результатами моделирования на ЭВМ предлагаемого метода.

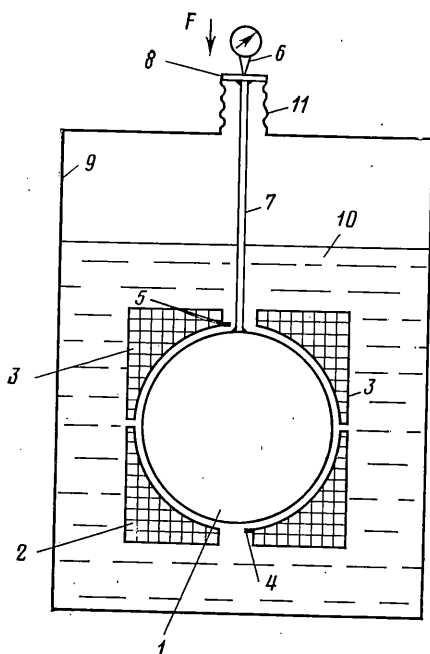
Приводятся результаты экспериментальных исследований силовых характеристик макета сверхпроводящего катушечного подвеса. Характер изменения силовых характеристик, определенных экспериментально, полностью соответствует теоретическим представлениям, кроме того, получено и хорошее количественное совпадение результатов эксперимента и предлагаемого метода. Разработанный метод позволяет достаточно быстро и просто определить основные характеристики сверхпроводящих подвесов криогенных гироскопов и позволяет быстро и наглядно анализировать различные варианты подвесов.

1. Рассмотрим катушечный подвес, поперечное сечение которого изображено на фиг. 1, где введены следующие обозначения: 1 — сверхпроводящий ротор, выполненный из ниобия, 2 — поперечное сечение нижней катушки, 3 — поперечное сечение верхней катушки. Будем предполагать, что катушка состоит из некоторого (для расчетной модели 1700) числа круговых витков N с одинаковым током I . Это предположение весьма существенно для адекватного описания реальных конструкций, так как при «замороженном» магнитном потоке в катушке в каждом звене намотанного провода имеется одинаковый ток. Если же допустить, что витки изолированы друг от друга, то при смещениях сверхпроводящего шара в каждом из контуров будет наводиться свой собственный ток, отличный от тока, протекающего в соседних контурах. В публикуемой работе для расчета силовых характеристик криогенного подвеса будем пользоваться методом изображений [2]. Отметим, что это не единственный способ, позволяющий решить поставленную задачу [3, 4].

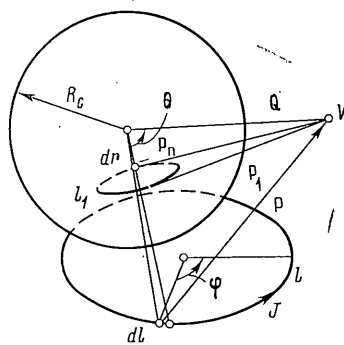
В большинстве реальных конструкций используются катушки, одинаковые по своим характеристикам (размеры, число витков, конфигурация и т. д.). Поэтому в соответствии с принципом суперпозиции для магнитного поля достаточно определить его на поверхности ротора в случае действия одной катушки. Таким образом, требуется определить значения магнитного поля на поверхности ротора криогенного гироскопа при наличии одной катушки.

Приведем формулы, позволяющие произвести расчет магнитного поля на поверхности сверхпроводящего ротора. Поскольку магнитное поле, создаваемое катушкой, складывается из магнитных полей каждого из витков, рассмотрим (фиг. 2) взаимодействие сверхпроводящего шара и контура с током. На фиг. 2 элементу dl контура l с током I соответствует изображение dl_1 с током I_1 . Построение контура l_1 — изображения контура l — производится в соответствии с формулой

$$R_1 = R_c^2 R / R^2 \quad (1.1)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

где R_c — радиус ротора, R и R_1 — радиус-векторы из центра ротора до элементов dl и dl_1 соответственно. Тогда для определения dl_1 и токов имеем

$$dl_1 = dR_1 = R_c^2 dl / R^2 - 2R_c^2 dR / R^3 \quad (1.2)$$

$$J_1 = -JR / R_c \text{ или } J_1 = -JR_c / R_1 \quad (1.3)$$

Выражения (1.1) и (1.3) дают возможность получить магнитное поле на поверхности ротора в случае, когда все точки контура равноудалены от сверхпроводящей сферы. В общем случае (чтобы удовлетворялись все уравнения электродинамики и, в частности, для ротора напряженности магнитного поля вне сверхпроводника) необходимо вводить в рассмотрение так называемые поверхностные токи. В данном случае можно ввести поверхностный ток по конической поверхности образуемой радиус-вектором R_1 с направлением тока к центру (или от центра) сверхпроводящей сферы. В действительности поверхностные токи образуются на поверхности самой сферы. Однако введение фиктивного контура l_1 и поверхностного тока по конической поверхности, образованной l_1 , позволяет решить задачу электродинамики с необходимыми граничными условиями (магнитное поле не проникает внутрь сверхпроводящей сферы). Значения поверхностного тока dJ_n (течет к центру сферы) будем определять по формуле

$$dJ_n = dJ_1 = R_c J dR_1 / R_1^2 \quad (1.4)$$

Если теперь определять векторный потенциал, то получим выражение, совпадающее с аналогичным из [2]. Однако для непосредственного вычисления вектора магнитной индукции будем пользоваться приведенным ниже выражением, которое можно получить используя соотношения (1.1) — (1.4)

$$B = \frac{\mu_0 J}{4\pi R_c} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{[R' \times (Q - R)]}{|Q - R|^3} + \frac{[(2RR' / R - R) \times (Q - R / R^2)]}{|Q - R / R^2|^3} + \frac{R' [R \times Q]}{|[R \times Q]|^2} \cdot \left(\frac{(Q \cdot R)}{Q} + \frac{1 - (Q \cdot R)}{|Q - R / R^2|} \right) \right\} d\varphi \quad (1.5)$$

где $\mathbf{Q}$ — вектор, определяющий точку, в которой рассчитывается магнитное поле, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума.

В выражении (1.5) используются безразмерные величины $\mathbf{R}$ и $\mathbf{Q}$, отличающиеся от изображенных на фиг. 2 размерным множителем R_c . Для удобства изложения используются старые обозначения, при этом можно считать, что $R_c=1$. Выражение (1.5) записано в виде, удобном для интегрирования, когда контур с током является круговым. Однако это выражение может быть использовано и в случае произвольной намотки провода. Для этого достаточно изменить пределы интегрирования и указать соответствующую связь вектора $\mathbf{R}$ и угла (параметра) φ .

2. Как уже указывалось в п. 1, магнитная индукция на поверхности ротора определяется первоначально для одной из катушек, затем производится наложение полей от каждой катушки, определяется результирующее значение поля на поверхности ротора и величина действующей силы находится из выражения

$$\mathbf{F} = - \oint_S \frac{B^2}{2\mu_0} d\mathbf{S} \quad (2.1)$$

Здесь под $d\mathbf{S}$ понимается вектор, имеющий направление внешней нормали к поверхности S (поверхности ротора), модуль которого равен значению элементарной площадки.

Работу вычислительной программы можно представить в несколько этапов. Сначала вводятся основные параметры, описывающие катушки, размеры ротора, число витков в катушке, сечение провода, особенности намотки и т. д. На втором этапе определяются точки на поверхности сферы, в которых будут вычисляться значения магнитной индукции. Выбирается способ интегрирования (наиболее эффективным считается метод Гаусса достаточно высокого порядка). Задается множество (семейство) точек, в которых необходимо определить силовые характеристики криогенного катушечного подвеса.

Далее определяется вектор магнитной индукции для одной катушки в заданных точках поверхности ротора. При этом расчеты производятся при токе в катушке в 1 А. Это позволяет в силу линейности значений магнитной индукции от тока рассчитывать катушечные подвесы с различными токами и даже при различных токах в катушках. Этот этап по затратам машинного времени самый значительный и занимает более 90% всего времени счета.

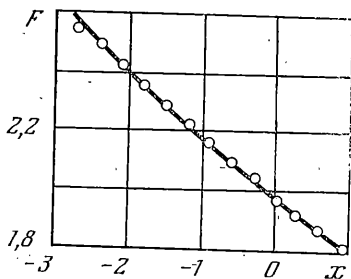
Следующий этап программы включает в себя обработку полученных результатов. В рассматриваемой конкретной модели катушечного подвеса криогенного гироскопа исследовалась схема подвеса, изображенного на фиг. 1. В каждой из катушек равное число витков провода сечением 0,33 мм. Диаметр внутреннего шара 51 мм.

В результате обработки полученной числовой информации строятся графики зависимости силы, действующей со стороны одной нижней катушки на ротор криогенного гироскопа, при токе в катушке в 1 А. Эта зависимость изображена на фиг. 3 сплошной линией без меток. По оси x откладываются значения перемещения ротора (мм), а по оси y — значения силы $F(x)$ (Н). Следует отметить особенность рассматриваемого подвеса, заключающуюся в том, что при достаточно большом перемещении ротора (5 мм) силовая функция остается линейной. Из этого же графика можно определить значение жесткости подвеса, которое будет практически постоянным.

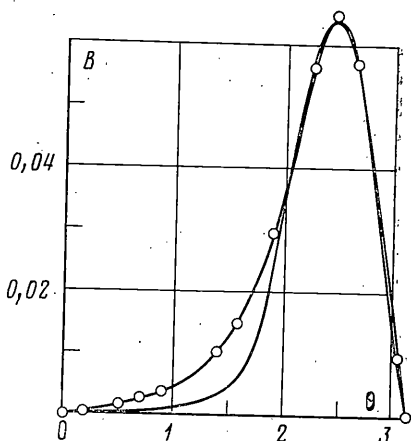
На фиг. 4 изображена зависимость силы, действующей на ротор гироскопа в двухкатушечном подвесе. Как уже отмечалось результаты, приведенные на фиг. 5–7, соответствуют току в катушке в 1 А. График зависимости на фиг. 4 показывает, что силовая характеристика в случае двухкатушечного подвеса (см. схему фиг. 1) является линейной, а значение жесткости в этом случае будет в два раза больше, чем в случае, когда ротор удерживается одной катушкой.

Анализируя графики на фиг. 3, 4, можно определить перегрузочную способность рассматриваемого подвеса. Для этого лишь необходимо знать допустимое перемещение ротора и его массу.

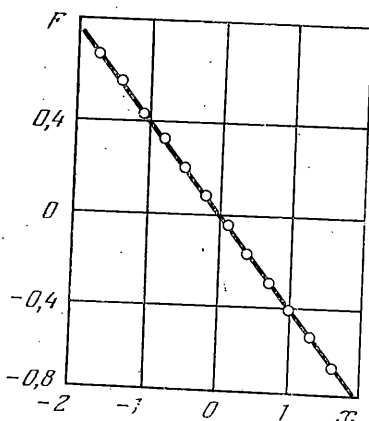
3. Наличие отлаженной вычислительной программы расчета основных характеристик катушечного криогенного гироскопа решает задачу построения конструкции с заданными свойствами. Однако в силу больших затрат машинного времени использование ее для оценочных расчетов не рационально. Угадать необходимую конструкцию достаточно сложно, а многократный расчет предлагаемых схем приводит не только к большим затратам машинного времени, но и весьма затягивает процесс анализа и выбора конструкций. Исследование подобных систем связано с большими трудностями вычислительного характера, и здесь наиболее эффективным является метод конечных элементов. По сути своей сведение катушечного подвеса криогенного гироскопа к одному витку с током, удерживающим ротор, и есть использование метода конечных элементов.



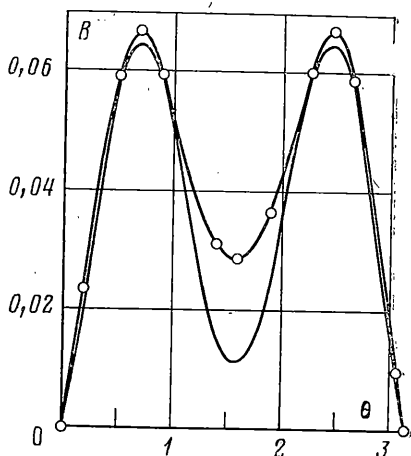
Фиг. 3



Фиг. 5



Фиг. 4



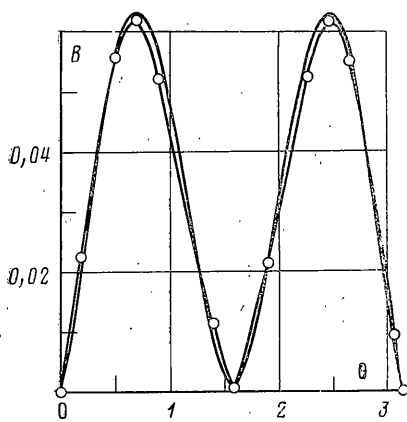
Фиг. 6

Введем в рассмотрение виток с током так, чтобы совпадали основные силовые характеристики катушечного подвеса и подвеса, где ротор удерживается одним витком с током. Пусть имеется сверхпроводящий ротор, удерживаемый одной катушкой. Будем считать, что катушка определена в соответствии с рассмотренным ранее подвесом. Положение ротора будем считать расчетным, т. е. удаление ротора от катушки таково, как если бы ротор находился в центре двухкатушечного подвеса (см. фиг. 1).

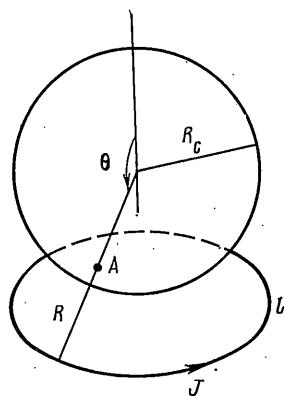
Рассмотрим теперь тот же ротор, удерживаемый одним токовым витком. На фиг. 8 изображен этот подвес, где R — расстояние, на которое удалены точки контура l от центра ротора, θ — угол, определяющий коническую поверхность, на которой находится контур l и I — некоторый ток, протекающий в контуре. Известные величины R , θ и I подлежат определению из следующих условий: необходимо, чтобы совпадали силы; необходимо совпадение жесткостей в вертикальном и горизонтальном направлениях; можно приравнять максимальные значения поля на поверхности ротора.

Имея подобные характеристики для ротора с катушкой, получим три уравнения с тремя неизвестными. Разрешив эти уравнения, находим виток с током, эквивалентный катушке. Использование одного эквивалентного витка в модели подвеса позволяет достаточно легко и быстро выбрать необходимые его параметры исходя из конкретных заданий (например, обеспечение определенного уровня жесткостей, значений магнитных полей, величин уходов, вызванных отклонением ротора от сферы и т. д.). Затем уже искать необходимую конструкцию, обеспечивающую заданный эквивалент. После того как будет сделан выбор конструкции, проводится полный ее обсчет с определением всех интересующих параметров подвеса.

Рассмотрим вопрос о том, насколько модель подвеса с одним витком соответствует катушечному подвесу? На фиг. 3 приводится зависимость силы, действующей на ротор криогенного гироскопа со стороны токового витка, эквивалентного нижней катушке подвеса. Эта зависимость на фиг. 3 помечена соответствующей меткой. Эти результаты получены для одного эквивалентного витка, параметры которого выбирались из условий равенства максимальных значений поля на поверхности ротора, силы и жесткости в вертикальном направлении. Сравнивая кривые на



Фиг. 7



Фиг. 8

фиг. 3, убеждаемся, что количественное расхождение приведенных интегральных характеристик является незначительным даже при смещениях ротора более чем на 5 мм. Такие смещения ротора в прецизионных приборах считаются очень большими.

Следует заметить, что приведенные на фиг. 3 и 4 характеристики криогенных подвесов не охватывают всего множества величин, которые требуется знать. Например, в них не приведены значения возможных уходов от несферичности ротора. При определении уводящего момента, вызванного возможной несферичностью ротора, требуется знать распределение значений магнитной индукции на всей поверхности ротора. Поэтому соответствие по некоторым интегральным характеристикам (сила, жесткость и т. д.) не гарантирует соответствие всех возможных в данной системе интегральных характеристик.

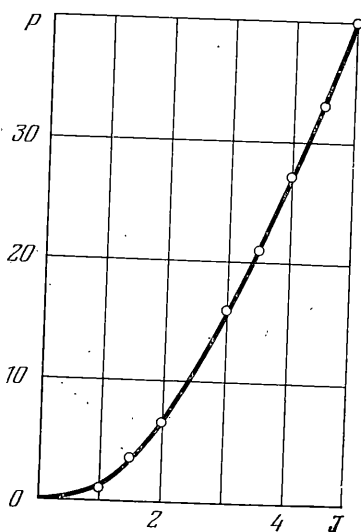
На фиг. 5 приведены значения магнитной индукции для катушечного и одновиткового подвесов в ряде точек по меридиану на поверхности сверхпроводящего ротора. Здесь точками отмечена кривая, соответствующая эквивалентному витку. По оси x откладываются значения дуги большого круга (рад.), а по оси y — значения магнитной индукции B (Тл). Хорошее количественное совпадение получается и в случае замены двухкатушечного подвеса двумя эквивалентными витками. Соответствующие кривые зависимости магнитной индукции изображены на фиг. 6 и 7. Кривые, изображенные на фиг. 6, соответствуют двухкатушечному и двухвитковому подвесу, когда магнитные потоки направлены навстречу, а на фиг. 7 соответствуют случаю, когда магнитные потоки направлены в одну сторону. Следует отметить, что кривые, изображенные на фиг. 5–7, получены для среднего положения ротора.

Анализируя графики на фиг. 5–7, а именно определяя максимальное значение магнитного поля, можно простым пересчетом определить значения критического тока, при котором разрушается сверхпроводимость ротора. Для рассматриваемой модели подвеса, если считать критическим значение магнитной индукции, равное 0,26 Тл, значения критического тока 3–4 А, в зависимости от положения ротора.

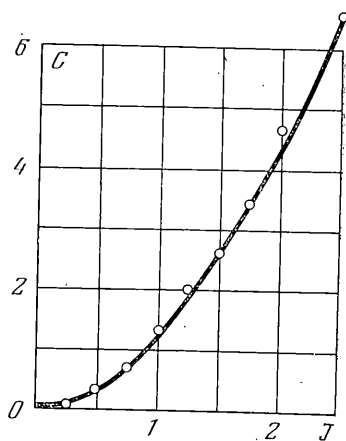
Сравнение характеристик 5–7 для катушечных подвесов и эквивалентных им витков дает основание полагать, что остальные (не только силы, жесткости и максимальное значение поля) интегральные характеристики, и в частности уходы, вызванные несферичностью ротора, будут соответствовать друг другу не только качественно, но и количественно.

4. Экспериментальные исследования силовых характеристик сверхпроводящего магнитного подвеса криогенного гироскопа проводились на макете прибора (фиг. 1). Полый ниобиевый ротор 1 сферической формы помещен в катушечный подвес, состоящий из двух катушек 2 и 3. Каждая катушка имеет форму цилиндра с внутренней сферической поверхностью, радиус которой близок к радиусу ротора, равному 25,5 мм. Катушки намотаны эмалированным проводом из сплава Nb_3Ti диаметром 0,33 мм и имеют 1700 витков. Для контроля магнитного поля и измерения смещений ротора предусмотрены датчики Холла 4 и 5 типа ПХЭ602147А с чувствительностью 752 мкВ/мТл. Одновременно перемещение ротора контролируется с помощью рычажного индикатора 6, связанного через штангу 7 с ротором 1. Площадка 8 предназначена для нагружения ротора. Макет прибора помещен в гелиевый криостат 9 типа КГ15/150, заполненный жидким гелием 10. Сильфон 11 обеспечивает герметичность криостату и свободу перемещения ротора вместе со штангой 7.

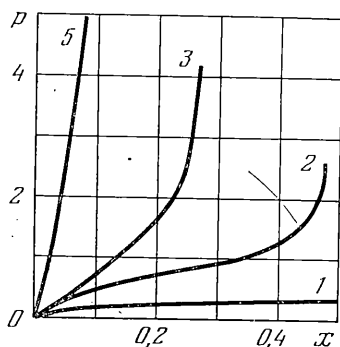
В экспериментах регистрировалась зависимость смещения ротора от приложенной нагрузки при различных значениях тока в катушках и при различных способах включения катушек подвеса: согласно или встречно, в управляемом или неуправляемом режимах. В управляемом режиме ток в катушках поддерживался постоянным от внешнего источника тока, в неуправляемом режиме ток в сверхпроводящих катушках заводился от внешнего источника тока с помощью тепловых ключей, после чего источник тока отключался. Датчики Холла регистрировали величину магнитного поля при различных режимах работы катушек подвеса.



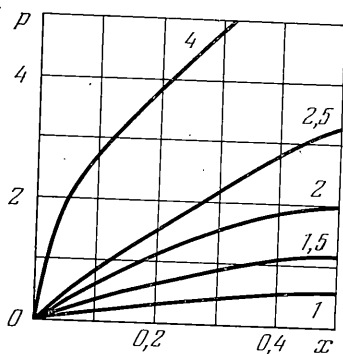
Фиг. 9



Фиг. 10



Фиг. 11



Фиг. 12

Результаты экспериментов представлены на графике (фиг. 9–12). На фиг. 9 представлена зависимость подъемной силы $P[H]$ от силы тока $I[A]$ для одной катушки, включенной в управляемом режиме; на фиг. 10 – зависимость жесткости подвеса $C[H/mm]$ от тока в катушках, включенных в неуправляемом режиме. На фиг. 11, 12 приведены нагрузочные характеристики подвеса при различных значениях силы тока в катушках, включенных в управляемом (фиг. 11) и неуправляемом (фиг. 12) режимах. Цифры у кривых означают силу тока в А. Характер изменения экспериментальных кривых полностью соответствует теоретическим представлениям. Видна хорошая линейность перегрузочной кривой для неуправляемого подвеса. Аналогичный результат был получен и в случае численного моделирования подвеса.

На фиг. 13 представлены значения магнитной индукции $B[Тл]$ в зависимости от перемещения x (мм) ротора при различных значениях силы тока. Сплошной линией приведены расчетные значения, полученные предлагаемым методом для точки с координатами $\theta=2,972$, $R=27,64$ мм, в которой расположен датчик Холла. Точками отмечены значения магнитной индукции, полученные в эксперименте.

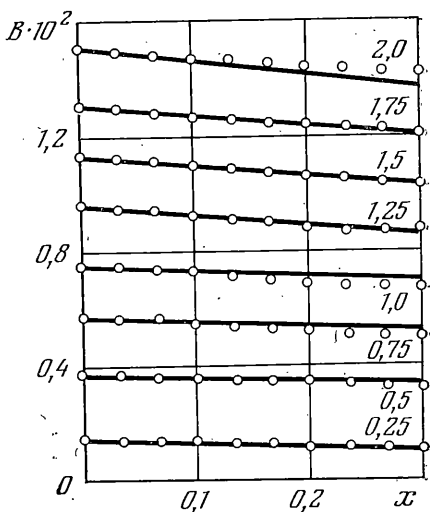
Экспериментальная зависимость магнитной индукции B от силы тока при центральном положении ротора полностью совпадает с расчетной и представляет собой прямую линию с коэффициентом наклона 75 Тл/А. Сравнение результатов показывает хорошее совпадение экспериментальных данных с результатами численного моделирования, относительная погрешность не превышает 5%. В экспериментах было установлено, что нагрузочные кривые подвеса не зависят от направления тока в катушках, т. е. при встречном и согласном включении катушек характеристики подвеса одинаковы. Величина критического тока, при котором возникают замороженные потоки в роторе, равна $3,9$ А, что совпадает со значениями критического тока, полученными численно. При силе тока 10 А «замороженный» магнитный поток

составляли 60% от основного потока, однако подвес полностью сохранял работоспособность.

Для определения собственных частот подвеса кроме статических испытаний были проведены вибрационные испытания подвеса. Вибрационное возмущение ротору в виде сигнала типа «белый шум» передавалось от электромагнитного вибратора, возбуждаемого от генератора через усилитель мощности. Результирующие колебания воспринимались пьезодатчиком и анализировались на ИВК-2 в составе СМ-4 и аппаратуры сопряжения ЭВМ с объектом в стандарте КАМАК.

В результате обработки исследуемого сигнала на ЭВМ получали спектр колебаний, который регистрировался в графическом и цифровом виде. Собственная частота подвеса, полученная вибрационным способом, хорошо совпадает с соответствующими значениями частот, полученных статическим и расчетным способами, и равна, например, для силы тока 1 А в неуправляемом режиме 19 Гц.

Разработанный метод позволяет достаточно просто определять основные характеристики сверхпроводящего катушечного подвеса криогенного гироскопа. Метод может использоваться при проектировании подвесов, так как позволяет анализировать различные варианты подвесов. Метод достаточно точен, что подтверждается хорошим совпадением экспериментальных и теоретических результатов, полученных предлагаемым методом и точным численным решением исходной задачи.



Фиг. 13

ЛИТЕРАТУРА

1. Журавлев В. Ф., Руденко В. М. К анализу силовых характеристик подвеса криогенного гироскопа. — Изв. АН СССР. МТТ, 1983, № 1, с. 9–15.
2. Белозеров В. Н., Левин М. Л., Метод изображений в магнитостатике при сферической сверхпроводящей границе. — Ж. техн. физики, 1966, т. 36, вып. 1, с. 3–6.
3. Рябов А. Б. Расчет силовых характеристик внешнего сферического подвеса криогенного гироскопа. — В кн.: Системы ориентации и наведения летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1968, с. 120–142.
4. Линьков Р. В., Урман Ю. М. Силовое воздействие на проводящий шар, движущийся в магнитном поле. — Ж. техн. физики, 1977, т. 47, вып. 5, с. 716–723.

Москва

Поступила в редакцию
4.II.1985