

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ИЗЛУЧЕНИИ ПРИ СОУДАРЕНИИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

ЖУРАВЛЕВ В. Ф.

В [1] приводятся результаты эксперимента, в котором при нанесении удара по стержню регистрируется появление импульса электрического напряжения в антенне, установленной вблизи стержня. Ниже дается описание указанного явления.

Модель электрических явлений, сопровождающих соударение твердых тел, основывается на следующих представлениях. В недеформированном состоянии стержня плотность заряда решетки в каждой точке стержня и в любой момент времени компенсируется плотностью заряда электронной жидкости, так что суммарная плотность заряда всюду равна нулю. При нанесении по стержню удара в нем распространяется волна упругих деформаций, приводящая к изменению плотности решетки в местах, вовлеченных в волновой процесс. Меняется, следовательно, и локальная плотность заряда решетки. Поскольку электронная жидкость не в состоянии мгновенно скомпенсировать возникшее изменение, то оказывается отличной от нуля и суммарная плотность заряда, что и приводит к появлению эквивалентного диполя, перемещающегося в стержне со скоростью распространения деформации в нем. В стержне перемещается дипольный солитон, создающий в пространстве вокруг стержня изменяющееся электрическое поле, которое и регистрируется антенной.

Используемые в дальнейшем обозначения таковы: E, B — напряженность электрического поля и магнитная индукция, e, m — заряд электрона и его масса, σ — проводимость материала стержня, $n_1(t, x)$ — плотность решетки (число заряженных частиц в единице объема, t — время, x — пространственная переменная), $n_2(t, x)$ — плотность электронов (произведение en_2 или en_2 представляет собой плотность заряда), n_0 — равновесная плотность, $V_1(t, x)$ — скорость частиц решетки, $V_2(t, x)$ — скорость электронов, J — плотность тока в стержне, p — скалярное электронное давление, учитывающее тепловую кинетическую энергию электронов.

Будем предполагать, что функции $V_1(t, x)$ и $n_1(t, x)$ известны из решения задачи о распространении упругих волн в материале. Ниже будут приведены выражения, связывающие эти функции с параметрами волны.

Уравнения движения электронной жидкости, учитывая столкновения, запишем в виде [2]:

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + \operatorname{div} n_2 V_2 = 0, \quad \frac{\partial V_2}{\partial t} + (V_2 \cdot \operatorname{grad}) V_2 + \frac{e^2}{m\sigma} (n_2 V_2 - n_1 V_1) = \frac{e}{m} (E + V_2 \times B) - \frac{1}{nm} \operatorname{grad} p$$

Плотность суммарного заряда и тока электронов и атомов решетки определяется соотношениями $\rho = e(n_2 - n_1)$, $J = e(n_2 V_2 - n_1 V_1)$. В результате, уравнения Максвелла для нахождения E и B могут быть записаны в виде

$$\operatorname{div} E = (e/\epsilon_0) (n_2 - n_1), \quad \operatorname{div} B = 0$$

$$\operatorname{rot} E + \partial B / \partial t = 0, \quad \operatorname{rot} B - (\partial E / \partial t) / c^2 = \mu_0 e (n_2 V_2 - n_1 V_1)$$

Получена замкнутая система уравнений для нахождения $n_2(t, x)$, $V_2(t, x)$, $E(t, x)$, $B(t, x)$.

При решении задачи определения поля внутри стержня и вне его будем иметь в виду два малых параметра. Первый характеризует малость ширины ударного импульса в сравнении с диаметром стержня. Второй — малость диаметра стержня в сравнении с расстояниями в пространстве, на которых рассматривается поле вне стержня. Первый малый параметр позволяет при решении внутренней задачи (поле внутри стержня) считать диаметр его бесконечно большим и тем самым рассматривать выписанную систему уравнений во всем пространстве.

Второй малый параметр позволяет при решении внешней задачи (поле вне стержня) считать его бесконечно тонким. Знание распределения плотности электрического заряда по его длине позволяет при таком подходе выписать выражения для поля в пространстве в виде известных интегралов [2].

План решения задачи, следовательно, таков. На первом этапе решается внутренняя задача, конечной целью которой является получение распределения плотности заряда по длине стержня. На втором этапе по распределению плотности выписываются выражения для поля вне стержня.

Линеаризируем полученную систему уравнений в окрестности равновесного положения $n_1=n_2=n_0$, $V_1=V_2=0$:

$$\frac{\partial n_2}{\partial t} + n_0 \operatorname{div} V_2 = 0, \quad \frac{\partial V_2}{\partial t} + \frac{n_0 e^2}{m \sigma} (V_2 - V_1) = \frac{e}{m} E - \frac{1}{m n_0} \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right)_0 \operatorname{grad} n_2$$

$$\operatorname{div} E = \frac{e}{\epsilon_0} (n_2 - n_1), \quad \operatorname{div} B = 0, \quad \operatorname{rot} E + \frac{\partial B}{\partial t} = 0$$

$$\operatorname{rot} B - \frac{1}{c^2} \frac{\partial E}{\partial t} - \mu_0 e n_0 (V_2 - V_1) = 0$$

Здесь за приращениями переменных сохранены обозначения самих переменных. Дифференцируя первое уравнение по времени и подставляя в него второе, найдем

$$\frac{\partial^2 n_2}{\partial t^2} + \frac{e^2 n_0}{m \sigma} \frac{\partial n_2}{\partial t} + \frac{e^2 n_0}{m \epsilon_0} n_2 - \frac{1}{m} \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right)_0 \nabla^2 n_2 = \frac{e^2 n_0}{m \epsilon_0} n_1 + \frac{e^2 n_0}{m \sigma} \frac{\partial n_1}{\partial t} \quad (1)$$

Дифференцируя последнее уравнение по t и подставляя в него $\partial V_2 / \partial t$ из второго уравнения, будем иметь

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{e^2 n_0}{m \sigma} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{e^2 n_0}{m \epsilon_0} E - \frac{1}{m} \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right)_0 \nabla^2 E &= \frac{n_0 e^2 c^2}{m \sigma} \operatorname{rot} B + \\ &+ c^2 \operatorname{rot} \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{e n_0}{\epsilon_0} V_1 + \frac{e}{m \epsilon_0} \left(\frac{\partial p}{\partial n} \right)_0 \operatorname{grad} n_1 \end{aligned} \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) показывают, что в неограниченной среде существуют решения чисто электростатического типа: $B=0$. Для конечных тел условие $B=0$ означает пренебрежение излучением электромагнитных волн (квазистатический подход). Если пренебречь также и электронным давлением p , то вместо (1) и (2) получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 n_2}{\partial t^2} + \frac{e^2 n_0}{m \sigma} \frac{\partial n_2}{\partial t} + \frac{e^2 n_0}{m \epsilon_0} n_2 &= \frac{e^2 n_0}{m \epsilon_0} n_1 + \frac{e^2 n_0}{m \sigma} \frac{\partial n_1}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{e^2 n_0}{m \sigma} \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{e^2 n_0}{m \epsilon_0} E &= \frac{e n_0}{\epsilon_0} V_1 \end{aligned} \quad (3)$$

Левые части написанных уравнений совпадают, правые представляют собой известные функции времени и координат. Решение этих уравнений не встречает затруднений. При отсутствии деформации стержня и пренебрежимо малом сопротивлении ($n_1=0$, $\sigma=\infty$): $\partial^2 n_2 / \partial t^2 + \omega_p^2 n_2 = 0$, $\partial_2 E / \partial t^2 + \omega_p^2 E = 0$, $\omega_p^2 = e^2 n_0 / (m \epsilon_0)$, где ω_p — известное выражение для плазменной частоты. Если же член с электронным давлением существует, то можно получить следующее дисперсионное соотношение для частоты: $\omega^2 = \omega_p^2 + m^{-1} (\partial p / \partial n)_0 k^2$.

В дальнейшем рассмотрим изменение объемной плотности заряда стержня: $\rho = e(n_2 - n_1)$. Из первого уравнения (3) получим

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{e^2 n_0}{m \sigma} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{e^2 n_0}{m \epsilon_0} \rho = -e \frac{\partial^2 n_1}{\partial t^2} \quad (4)$$

Стоящий в правой части член можно выразить через параметры ударного импульса. Пусть $u(vt-x)$ — волна деформации, распространяющаяся по стержню (v — скорость волны, x — продольная координата). Тогда $\partial u / \partial x$ характеризует относительное удлинение материала стержня, связанное с плотностью частиц очевидным образом:

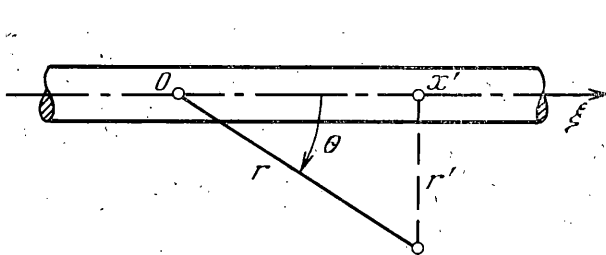
$$n_1 = \frac{N}{V} = \frac{N}{V_0(1+\partial u/\partial x)} \approx \frac{N}{V_0} \left(1 - \frac{\partial u}{\partial x} \right) = n_0 \left(1 - \frac{\partial u}{\partial x} \right)$$

где N — число частиц в единице объема V . Таким образом, приращение плотности к равновесной имеет вид $n_1 = -n_0 \partial u / \partial x$. В результате уравнение (4) имеет вид

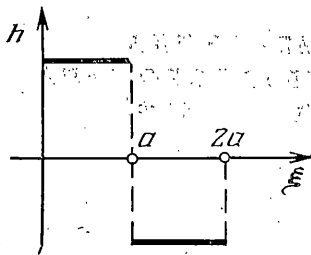
$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \frac{e^2 n_0}{m \sigma} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{e^2 n_0}{m \epsilon_0} \rho = e n_0 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2}$$

Выполним в нем замену $x \rightarrow \xi$, соответствующую переходу к системе координат, в которой импульс неподвижен, и рассмотрим стационарное распределение

$$v^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial \xi^2} + \frac{v e^2 n_0}{m \sigma} \frac{\partial \rho}{\partial \xi} + \frac{e^2 n_0}{m \epsilon_0} \rho = -n_0 e v^2 \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3} \quad (\xi = vt - x) \quad (5)$$



Фиг. 1



Фиг. 2

Общее решение этого уравнения с нулевыми начальными условиями (до удара все находилось в равновесии) имеет вид

$$\rho(\xi) = -\frac{en_0}{v} \int_0^{\xi} \exp(-g(\xi-\tau)) \sin v(\xi-\tau) \frac{\partial^3 u}{\partial \xi^3}(\tau) d\tau$$

$$g = \frac{n_0 e^2}{2m\sigma v}, \quad v = \frac{e}{v} \sqrt{\frac{n_0}{m} \left(\frac{1}{\epsilon_0} - \frac{n_0 e^2}{4m\sigma^2} \right)}$$

где $-g$ и v — вещественная и мнимая части корней характеристического полинома.

Зная распределение плотности, нетрудно выписать выражение для продольной и поперечной составляющих электрического поля в пространстве вне стержня (точка с координатами ξ, r_1 на фиг. 1) ($x' = \xi, r' = r_1$):

$$E_x(\xi, r_1) = -\frac{eS n_0}{v} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \int_0^{\eta} \frac{\exp(-g(\eta-\tau)) \sin v(\eta-\tau) \partial^3 u / \partial \eta^3 (\xi-\eta) d\tau}{(\sqrt{(\xi-\eta)^2 + r_1^2})^3}$$

$$E_r(\xi, r_1) = -\frac{eS r_1 n_0}{v} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta \int_0^{\eta} \frac{\exp(-g(\eta-\tau)) \sin v(\eta-\tau) \partial^3 u / \partial \eta^3 d\tau}{(\sqrt{(\xi-\eta)^2 + r_1^2})^3} \quad (6)$$

Это электрическое поле перемещается в пространстве со скоростью волны в стержне, и наводит импульс э.д.с. в расположенной поблизости антенне. Если стержень обращен, то импульс будет многократно отражаться от его концов, приводя к повторяющимся импульсам э.д.с. в антенне.

Качественно более ясный результат можно получить, рассмотрев для уравнения (5) «дорезонансное приближение» $e^2 n_0 \rho / (m \epsilon_0) = -n_0 e v^2 \partial^3 u / \partial \xi^3$. Характерный вид распределения $\partial^3 u / \partial \xi^3$ при ударе изображен на фиг. 2. Если считать a малым, то соответствующее распределение плотности заряда определяет диполь (S — площадь поперечного сечения стержня): $d = \epsilon_0 m v^2 h a^2 S / e$, для которого выражения (6) приобретают вид

$$E_x \approx m v^2 h a^2 S (3 \cos^2 \theta - 1) / (e r^3), \quad E_r \approx 3 m v^2 h a^2 S \cos \theta \sin \theta / (e r^3)$$

В [3] решалась задача в близкой постановке и были получены выражения для плотности тока и потенциала внутри стержня. Было отмечено, что при импульсном нагружении металлических стержней наибольшим должен быть эффект возникновения объемных зарядов. Именно этот эффект и изучен в настоящей заметке.

Выражаю благодарность В. В. Викторову и его сотрудникам за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бивин Ю. К., Викторов В. В., Кулинич Ю. В., Чурсин А. С. Электромагнитное излучение при динамическом деформировании различных материалов. — Изв. АН СССР. МТТ, 1982, № 1, с. 183–186.
2. Джексон Дж. Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965. 702 с.
3. Алексеев О. Г., Лазарев С. Г., Приемский Д. Г. К теории электромагнитных эффектов, сопровождающих динамическую деформацию металлов. — ПМТФ, 1984, № 4, с. 145–147.

Москва

Поступила в редакцию
5.V.1985