

УДК 539.214

**О ПЛАСТИЧЕСКОМ СКОЛЬЖЕНИИ
В ФЕРРОУПРУГОМ МАТЕРИАЛЕ**

ДУДУКАЛЕНКО В. В.

Концепции теории скольжения [1] и микронапряжений [2] предполагают исследование связей между макропараметрами поликристаллического тела и микросостояниями кристаллов. Возникающие при этом задачи являются статистическими и рассматриваются на масштабном уровне структуры материала, для которой применима гипотеза сплошности среды. Исследования микроструктуры материалов, обладающих свойствами сверхпластичности, ферроупругости, спонтанного деформирования при фазовых превращениях, показывают, что в этих материалах бездислокационный процесс скольжения является основным механизмом образования пластических деформаций [3-5]. Более того, подвижность дислокаций в высокотемпературных модификациях этих сплавов приводит к потере таких практически важных свойств, как возврат пластических деформаций, эффект памяти формы [5].

Стабильность ориентаций двойниковых стенок, когерентных фазовых границ, определяющих направление пластического скольжения относительно кристалла, представляется идеальным условием выполнения гипотез теории скольжения. В настоящей работе теория скольжения дополнена соотношениями теории случайных полей, что позволило уточнить связь между макро- и микропараметрами. Свойства отдельных кристаллов определяются движущимися границами доменов, которые рассматриваются как поверхности разрыва параметров состояния. На основании полученной модели изучаются процессы в ферроупругом материале при знакопеременных напряжениях.

1. Определим исходные соотношения теории скольжения [1]. Пусть n_i — вектор нормали к плоскости скольжения, m_i — направление скольжения, λ — величина чистого сдвига, тогда напряжения σ_{ij} и пластическая деформация кристалла p_{ij} удовлетворяют уравнениям (k — критическое напряжение сдвига):

$$\begin{aligned} |\sigma_{ij}n_i m_j| &\leq k, & p_{ij} &= \lambda (m_i n_j + n_i m_j) / 2 \\ n_i n_i &= 1, & m_i m_i &= 1, & n_i m_j &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Соотношения (1.1), задающие свойства отдельного кристалла, необходимо дополнить связью между состояниями кристаллов и средними по объему поликристалла

$$\sigma_{ij} - \langle \sigma_{ij} \rangle = \langle p_{ij} \rangle - p_{ij} \quad (1.2)$$

где напряжения отнесены к коэффициенту пропорциональности, определенному упругими постоянными; таким образом, в последующих формулах зависимость от упругих свойств всегда содержится в безразмерной форме записи.

Заданием начальных распределений $p_{ij} = p_{ij}^0$ или начальных микронапряжений $\sigma_{ij} = -p_{ij}^0$ завершается постановка статистической задачи.

Следствием эргодичности является возможность вычисления средних пластических деформаций по формуле [1]:

$$\langle p_{ij} \rangle = \int_{\Omega} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2} (m_i n_j + n_i m_j) \lambda^* d\Omega d\psi \quad (1.3)$$

Здесь Ω — поверхность единичной сферы направлений n_i , ψ — угол, определяющий направление m_i в плоскости скольжения, λ^* — значения чистого сдвига в кристалле, которое можно вычислить по формуле (1.1), если кристалл находится в пластическом состоянии

$$\lambda^* = \langle s_{ij} \rangle n_i m_j - k \operatorname{sign} \lambda^*, \quad \langle s_{ij} \rangle = \langle \sigma_{ij} \rangle + \langle p_{ij} \rangle \quad (1.4)$$

Скорость сдвига λ^* определяет знак критического напряжения, $\lambda^* = 0$ соответствует нейтральному нагружению. В остальных случаях λ^* определяется предшествующим процессом нагружения.

Кристаллы с фиксированной плоскостью скольжения n_i можно рассматривать как плоскопластическую систему скольжения [6]. На плоскость скольжения спроектируем пластические деформации $p_i = p_{ij} n_j = \lambda m_i / 2$, тогда уравнение (1.3), представленное в виде $\lambda = (\langle \sigma_j \rangle + \langle p_j \rangle) m_j - k$, $\langle \sigma_i \rangle = \langle \sigma_{ij} \rangle n_j$, $\langle p_i \rangle = \langle p_{ij} \rangle n_j$, задаем кардиоиду в плоскости (p_i)

$$p_i = 1/2 [(\langle \sigma_j \rangle + \langle p_j \rangle) m_j - k] m_i \quad (1.5)$$

Замкнутая кривая (1.5) окружает область упругих состояний кристаллов, которые характеризуются некоторым ранее образованным распределением пластических деформаций. Процесс нагружения определяет закон движения кривой (1.5) (фиг. 1), причем координатное изменение пластических деформаций $p_i = \lambda m_i / 2$ производится в внутренней стороне кардиоиды, что следует из условия положительной диссипации энергии; роли сторон меняются на внутренней петле (фиг. 1). Деформации вовлеченных в пластическое состояние кристаллов суммируются, образуя новое их распределение, сосредоточенное на кривой (1.5). Кардиоиды «сметает» начальное распределение деформаций, делая их сосредоточенными вдоль кривой активного нагружения; в результате начальное распределение полностью стирается из памяти материала. При разгрузке кардиоиды отступает, оставив достигнутое распределение пластических деформаций.

Обычно условие нагружения рассматривается в пространстве $\langle \sigma_{ij} \rangle$. Пусть в начальный момент нагружения $p_{ij} = 0$, тогда $|\langle \sigma_{ij} \rangle n_i n_j| = |\langle \sigma_{ij} \rangle n_i n_j| \leq k$. Это уравнение в пространстве $\langle \sigma_{ij} \rangle$ задает семейство плоскостей, огибающая которых является критерием пластичности Треска [1]. Рассмотрим простое нагружение до напряжений $\langle \sigma_{ij} \rangle = \sigma_{ij}^*$, при котором пластические деформации достигают значений $\langle p_{ij} \rangle = p_{ij}^*$, тогда из соотношений (1.1) — (1.4) получим распределение деформаций по ориентациям $p_{ij} = [(\sigma_{ij}^* + p_{ij}^*) m_i m_j - k] m_i m_j$, которое имеет место в кристаллах, находившихся в пластическом состоянии; для остальных ориентаций $p_{ij} = 0$. Перейдем теперь к произвольному напряженному состоянию $\langle \sigma_{ij} \rangle$ и выясним, при каких условиях наступает пластическое состояние. Так как после пластического нагружения образовались кристаллы с различными деформациями

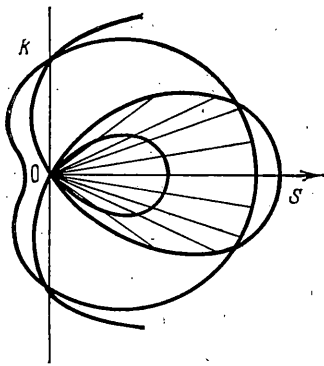
$$\sigma_{ij} = \langle \sigma_{ij} \rangle + p_{ij} - [(\sigma_{kl}^* + p_{kl}^*) m_k n_l - k] m_i n_j, \quad \sigma_{ij} = \langle \sigma_{ij} \rangle + p_{ij}^* \quad (1.6)$$

то условие $|\langle \sigma_{ij} \rangle n_i m_j| = k$ образует варианты

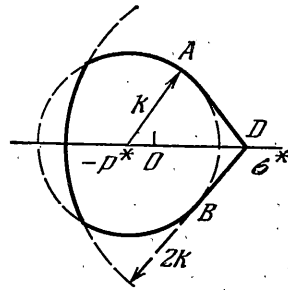
$$\langle \sigma_{ij} \rangle - \sigma_{ij}^* = \begin{cases} -2k, \\ 0 \end{cases}, \quad |(\langle \sigma_{ij} \rangle + p_{ij}^*) n_i m_j| = k \quad (1.7)$$

которые в пространстве $\langle \sigma_{ij} \rangle$ соответствуют различным семействам плоскостей: одно образует условие Треска, смещенное в центр σ_{ij}^* с пределом пластичности $2k$, второе стянуто в угловую точку σ_{ij}^* , в которой семейство плоскостей пересекается; третье образует условие Треска с центром $-\sigma_{ij}^*$, смещенный в направлении, обратном деформированию.

В плоскости $\langle \sigma_i \rangle = \langle \sigma_{ij} \rangle n_j$ (фиг. 2) поверхность нагружения определяет m_i (дуга AB), по которым суммируются деформации. Если процесс нагружения происходит таким образом, что касательная к траектории в точке D не выходит из угла, образованного продолжениями AD и BD , то результат суммирования не зависит от траектории. В начальный момент



Фиг. 1



Фиг. 2

вектор таких траекторий больше, а затем сужается. Если среди всех ориентаций n_i выбрать плоскость скольжения с наибольшим удалением точки D , то соответствующий угол ABD лимитирует траектории нагружения поликристалла, для которых выполняются нелинейные интегрируемые соотношения.

Доказательство независимости от пути интегрирования проще получить при рассмотрении условий нагружения в пространстве (p_i) . Образовавшийся вектор пластических деформаций ограничивает нейтральные движения кардиоиды (фиг. 1) моментами касания, а именно: внутреннее касание соответствует условиям пластичности на линиях AD, BD , причем угловой точке D соответствует полное совпадение кардиоиды с распределением пластических деформаций; внешнее касание кардиоидной точки O определяет напряжения на окружности радиуса $2k$ (фиг. 2); внешнее касание с линией распределения пластических деформаций дает окружность радиуса k в пространстве $\langle \sigma_i \rangle$. Если нагружение производится таким образом, что в кристаллах не происходит разгрузки, то результирующее распределение не зависит от пути его достижения. Последнее совпадает с условием нагружения в конусе конической точки.

2. Рассмотрим процессы растяжения — сжатия стержня вдоль оси x_3 . Обозначим $\langle p_{33} \rangle = p$, $\langle \sigma_{33} \rangle = \sigma$, $\langle s_{11} \rangle = \langle s_{22} \rangle = -p/2$, $n_3 = \sin \theta \cos \psi$, тогда

$$\langle s_{ij} \rangle n_i n_j = s \sin 2\theta \cos \psi, \quad s = \frac{1}{2}(\sigma + \frac{3}{2}p)$$

$$p = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin 2\theta \cos \psi \lambda^* \cos \theta \, d\theta \, d\psi \quad (2.1)$$

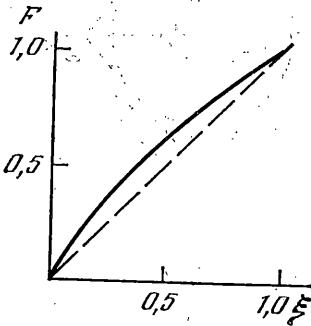
В случае простого нагружения для начального распределения $\lambda^* = 0$ по формуле (1.4) определяется пластическое состояние кристаллов $\lambda^* = s \sin 2\theta \cos \psi - k$. Кристаллы, для которых $s \sin 2\theta \cos \psi < k$, находятся в упругом состоянии $\lambda^* = 0$. Эти соображения определяют пределы интегрирования (2.1), где $\lambda^* \neq 0$. В этом случае

$$p = \frac{1}{4\pi} \int_{k/s}^1 \xi (s\xi - k) \int_{\omega}^{\pi/2 - \omega} \frac{\cos \theta \, d\theta \, d\xi}{\sqrt{\sin^2 2\theta - \xi^2}} = \int_{h/s}^1 (s\xi - k) F \, d\xi \quad (2.2)$$

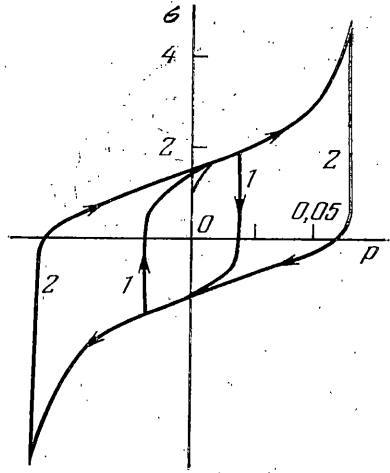
$$F = \frac{\xi}{\pi \sqrt{1 + \xi}} K \left(\sqrt{\frac{1 - \xi}{1 + \xi}} \right), \quad s = \frac{1}{2} \left(\sigma + \frac{3}{2} p \right)$$

$$\omega = \frac{1}{2} \arcsin \xi, \quad \xi = \sin 2\theta \cos \psi$$

где K — интеграл Лежандра первого рода.



Фиг. 3



Фиг. 4

В начальный момент нагружения $s \approx k$ пределы интегрирования по θ (2.2) локализируются вблизи плоскостей скольжения, направленных под углом 45° к оси стержня. Так как ξ определяет пределы интегрирования по θ , то функция $F(\xi)$ будет общей при знакопеременных нагрузках. Величина λ (1.4) определяет текущее значение сдвигов кристаллов в пластическом состоянии. Для определения пределов интегрирования по ξ воспользуемся схемами на фиг. 1, где ξ пропорционально $\cos \psi$ — проекции единичного вектора, определяющего направление p , на ось s . Нагружение в обратном направлении после достижения состояний $\lambda^* = s_1 \xi - k$ начнется после нейтральной разгрузки (холостой ход кардиоиды $\lambda = s \xi - k$ до момента касания с распределением λ^*), а затем пластические деформации определяются пределами интегрирования, следующими из условия пересечения кардиоид

$$p = \int_{k/s_1}^z (s_1 \xi - k) F d\xi + \int_z^1 (s \xi + k) F d\xi, \quad z = \frac{2k}{s_1 - s} \quad (2.3)$$

Функция $F(\xi)$ (фиг. 3) аппроксимируется удобным для интегрирования выражением; результаты интегрирования показаны на фиг. 4. Петля гистерезиса I с участками (2.2), (2.3) замыкается после одного цикла, причем явно выражен эффект Баушингера.

Предположим, что пластическая деформация кристалла имеет определенный предел λ^0 , после которого кристалл упруго деформируется. Эта ситуация может возникнуть, если в кристалле нет источников дислокаций, тогда путь пробега существующих дислокаций ограничен размерами кристалла. Определяя пределы интегрирования из условия $\lambda^0 = s \xi - k \operatorname{sign} \lambda$, получим зависимости, представленные на фиг. 4 (кривая 2).

3. Анализ микроструктурных исследований показывает, что эффекты ферроупругости возможны в структурах, в которых границы кристаллов неподвижны [5]. Пластичность проявляется в субструктуре кристаллов, которая образована доменными состояниями, изменяющимися в процессе деформирования.

Домены могут содержать дислокации и другие локальные несовершенства, но в целом являются однородной кристаллической структурой, доменные границы ориентированы по определенным кристаллографическим направлениям. Эффект ферроупругости проявляется при понижении температуры, когда в кристалле появляются модификации с меньшей симметрией, способные образовывать двойниковые и другие доменные струк-

туры. При понижении температуры дислокации становятся неподвижными, так как критические напряжения необходимые для их движения, оказываются больше, чем когерентные напряжения двойников и доменных границ.

Границы между доменами являются когерентными, и их движение определено упорядоченным перемещением коллектива атомов, составляющих атомную плоскость [7]. Переход плоскости атомов из одной правильной структуры в другую, при перемещении границы на одно межатомное расстояние h , соответствует смещению каждого атома на величину α_i . Таким образом, структурная деформация перехода $(\alpha_i n_j + \alpha_j n_i) / (2h)$, где n_i — нормаль к границе, определена изменением формы ячейки домена при переходе через границу и является собственной деформацией перехода [5]. Эта деформация не изменится вследствие искаженности структуры вблизи границы, так как существенно начальное и конечное состояния ячеек.

Используя представления механики сплошной среды, рассмотрим границу как поверхность разрыва параметров. Критическое условие на границе разрыва скоростей v_i в случае непрерывных полей перемещений u_i имеет вид $[u_{i,j}]c = [v_i]n_j$, где квадратными скобками обозначены величины разрывов, c — скорость границы. Таким образом, движущаяся граница оставляет за собой неупругое изменение деформаций $[e_{ij}] = ([v_i]n_j + [v_j]n_i) / (2c)$, которое полагаем равным собственной деформации перехода. Мощность работы напряжений на границе равна $\sigma_{ij}n_j[v_i]$ [8]; g — химическая энергия — пропорциональна объему твердого вещества и, следовательно, мощность на границе пропорциональна скорости $[g]c$; диссипация энергии $D \geq 0$ для необратимых равновесных процессов [8] пропорциональна объему превращенной фазы $D = k|c|$. Тогда закон сохранения энергии запишется в виде $\sigma_{ij}n_j[v_i] + [g]c = k|c|$, где пренебрегается разрывом упругой энергии, предполагая, что структурные составляющие микронапряжений в доменах незначительны.

Учитывая постоянство собственных деформаций $[v_i]n_j/c = \alpha_i n_j/h = \alpha m_i n_j$, получим условие перехода

$$\sigma_{ij}n_j m_j \alpha + [g] = k|c|/c \quad (3.1)$$

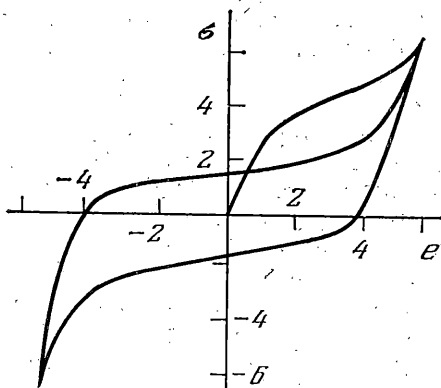
которое отличается от условия скольжения (1.1) наличием химической составляющей $[g]$.

Рассмотрим плоскопараллельные структуры доменов, характерные для термоупругого мартенсита [5] и часто наблюдаемые на микрофотографиях ферроупругих и других сплавов [7]. Ферроупругая фаза имеет двойниковую структуру с границами, разделяющими зеркально-симметричные состояния [7]. Эти состояния определяют собственные деформации, отличающиеся лишь знаком [9], поэтому пластическая деформация кристалла будет пропорциональна разности концентраций $\lambda^+ - \lambda^-$ двойниковых доменов

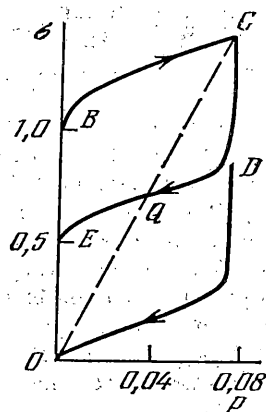
$$p_{ij} = 1/2 (\lambda^+ - \lambda^-) \alpha (m_i n_j + n_i m_j) \quad (3.2)$$

Так как двойники химически однородны, условие (3.1) при $[g] = 0$ переходит в уравнение (1.1), а выражение (3.2) эквивалентно (1.1), следовательно, результаты предыдущих разделов полностью переносятся на процессы двойникования.

На фиг. 5 показана петля гистерезиса сплава AuCd [10] с характерным для ферроупругости ограничением на предельную пластическую деформацию, что объясняется переходом кристаллов в монодоменные состояния. Эта особенность отражена в формуле (1.4) тем, что λ пропорциональна объемной концентрации одного из двойниковых доменов в кристалле. Начальный участок кривой нагружения (фиг. 5) соответствует фазовому переходу, который будет рассмотрен несколько позже, а петля гистерезиса соответствует процессам двойникования. Обычно экспериментальные дан-



Фиг. 5



Фиг. 6

ные приводятся для случая, когда ферроупругая модификация кристаллов образована в результате температурного воздействия, которое приводит к равновероятному распределению ориентаций скольжения. Тогда расчет петли гистерезиса (фиг. 4) производится по формулам (1.1) и следующим из них интегралам (2.2).

Особенность ферроупругой фазы состоит в том, что она может образовываться и исчезать под воздействием напряжений. Исходная параупругая фаза пластически деформируется лишь при напряжениях, активизирующих дислокации. При понижении температуры неупругое деформирование происходит с появлением доменов ферроупругой фазы, причем обе фазы могут существовать образуя структуры, нестабильные при воздействии напряжений. Воспользуемся результатами работы [1] для определения направления перехода

$$d\lambda^+ \alpha \sigma_{ij} n_j m_i - d\lambda^- \alpha \sigma_{ij} n_j m_i + (d\lambda^+ + d\lambda^-) [g] \geq 0 \quad (3.3)$$

Первые два слагаемые представляют приращения термодинамических потенциалов двойниковых доменов и равны, как следует из (3.2), работе на пластических деформациях $\sigma_{ij} dp_{ij}$, третье равно фазовому изменению химической составляющей, одинаковой в двойниковых доменах. Неравенство является следствием второго начала термодинамики для изотермического процесса. В зависимости от вида химической реакции величина $\sigma_{ij} dp_{ij}$ может быть отрицательной, возможен спонтанный процесс деформирования [5]. Условия для протекания необратимого процесса следуют из (3.1), причем процессы двойникового симметричны относительно направления перехода (знака λ), а фазовый переход в общем случае имеет различные энергии активации

$$2\alpha |\sigma_{ij} n_j m_i| = k_0, \quad -k_1 \leq \alpha \sigma_{ij} n_j m_i + [g] \leq k_2 \quad (3.4)$$

где k_0, k_1, k_2 — положительные постоянные изотермического процесса, определяющие энергию активации двойникового, прямого и обратного фазовых переходов.

Выражение для пластических деформаций (3.2) остается прежним, так как параупругая фаза пластически не деформируется и служит началом отсчета деформаций. Возврат деформаций соответствует возврату в параупругое состояние [5]. К этому выводу приводит и теория скольжения с исходными соотношениями (3.2) — (3.4). Действительно, в начальный момент параупругого состояния $\lambda^+ = \lambda^- = 0$ имеет смысл лишь условие $\alpha \sigma_{ij} n_j m_i + [g] = k_2$, поэтому нагрузка произойдет по кривой AB (фиг. 6), определенной интегралами типа (2.3). Разгрузка возможна в двух вариантах, определенных величинами k_0, k_1 . Если $k_1 - [g] < -k$, то

обратный переход происходит по формулам

$$p = \int_{\kappa_0}^{\kappa_1} (s_1 \xi - k_2 + [g]) F d\xi + \int_{\kappa_1}^1 (s \xi - k_1 - [g]) F d\xi$$

$$(k_1 s_1 / k_2 \leq s \leq s_1 - k_2 + k_1), \quad \kappa_1 = \frac{k_2 - k_1}{s_1 - s}, \quad \kappa_0 = \frac{k_2 - [g]}{s_1}$$

$$p = \int_{h_1/s}^1 (s \xi - k_1) F d\xi \quad (k_1 \leq s \leq k_1 s_1 / k_2)$$

которые определяют кривую *DQE* (фиг. 6). Форма двойной петли гистерезиса соответствует экспериментальной [5].

Если $-k_1 - [g] > -k_0$, то двойникование начнется раньше и переход произойдет на двойниковую петлю (фиг. 5). Формы переходов определены температурной зависимостью параметров $[g]$, k_0 , k_1 , k_2 , которые дают многообразия кривых деформирования [11].

4. Необходимость более строгого обоснования исходных положений теории скольжения отмечена в [1]. В частности, для параметров, характеризующих состояние отдельных кристаллов, должны быть уточнены зависимости, связывающие их с макропараметрами поликристалла. Эта задача имеет несколько общее значение, чем ее приложение к концепции пластического скольжения, и является составной частью статистической теории микронапряжений [2].

Поликристалл рассматривается как среда с изотропными упругими свойствами, в которой микронапряжения созданы несовместностью деформаций отдельных кристаллов. Эту часть деформаций e_{ij} , неудовлетворяющую условиям совместности, обозначим a_{ij} , тогда закон Гука примет вид

$$e_{ij} - a_{ij} = [(1 - \nu) \sigma_{ij} - \nu \sigma_{ll} \delta_{ij}] / E \quad (4.1)$$

Предполагая статистическую однородность полей, решение уравнений упругости относительно флуктуаций, которые отметим штрихом, представим с помощью тензорной функции Грина для напряжений

$$\sigma_{ij}' = \int G_{ijkl}(x-y) a_{kl}'(y) dy \quad (4.2)$$

Физическое состояние N отдельного кристалла будем характеризовать параметрами, осредненными по объему этого кристалла, и отмечать индексом N в скобках, например $a_{ij}'(N)$. Пусть $N(x)$ — индикаторная функция в объеме поликристалла, принимающая значения нуль или единица, причем единица имеет место в области кристаллов с одинаковыми состояниями N . Поле $a_{ij}'(x)$ представим в виде суммы, образованной индикаторными функциями по всем состояниям N , причем различным состояниям N , M соответствуют функции $N(x)$, $M(x)$:

$$a_{ij}' = \sum_N a_{ij}(N) N(x), \quad \langle a_{ij} \rangle = \sum_N c(N) a_{ij}(N) \quad (4.3)$$

где осреднение $\langle a_{ij} \rangle$ вычислено через объемные концентрации кристаллов $c(N) = \langle N(x) \rangle$.

Выпишем некоторые соотношения, следующие из сделанных предположений

$$N(x)M(x) = 0, \quad N' = N(x) - \langle N(x) \rangle$$

$$\langle N'(x)M'(x) \rangle = -c(N)c(M), \quad \langle N'(x)N'(x) \rangle = c(N)(1 - c(N))$$

$$a_{ij}(N) = \langle a_{ij}N(x) \rangle / c(N), \quad \langle \sigma_{ij}'M' \rangle = c(M)(\sigma_{ij}(N) - \langle \sigma_{ij} \rangle) \quad (4.4)$$

Полагаем, что изменение среднего однородного напряженного состояния $\langle \sigma_{ij} \rangle$ вызывает статистически однородное изменение полей e_{ij} , a_{ij} , которые в начальный момент при $\langle \sigma_{ij} \rangle = 0$ были статистически изотропны. Предположим, что избирательность внешнего воздействия $\langle \sigma_{ij} \rangle$ на кристаллы зависит от начальных состояний a_{ij} , истории их последующего изменения, геометрии функций $N(x)$, любых параметров, образующих пространство необратимых состояний N , но геометрия функций остается постоянной и изотропной. Последнее условие является определением системы функций $N(x)$, относительно которых величина $c(N)$ характеризует плотность распределения на множестве состояний N .

Из соотношений (4.2), (4.3) следует

$$\langle \sigma_{ij}' M' \rangle = \int G_{ijkl}(x-y) \left[\sum_{N \neq M} a_{kl}(N) \langle N'(y) M'(x) \rangle - a_{kl}(M) \langle M'(y) M'(x) \rangle \right] dy \quad (4.5)$$

Интегралы от корреляционных функций $\langle N'(y) M'(x) \rangle$ для изотропных случайных полей можно вычислить по заданным дисперсиям

$$\int G_{ijkl}(x-y) \langle N'(y) M'(x) \rangle dy = -c(N)c(M) \left[\frac{1}{3}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - (\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})(15-15\nu)^{-1} \right] \quad (4.6)$$

Тогда с учетом соотношений (4.4) получим

$$\sigma_{ij}(N) - \langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{E}{1-\nu} \left[\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{15(1-\nu)} \right) (\langle a_{ij} \rangle - a_{ij}(N)) + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{15(1-\nu)} \right) (\langle a_{il} \rangle - a_{il}(N)) \delta_{ij} \right] \quad (4.7)$$

Несовместные деформации a_{ij} разобьем на составляющие, вызванные пластической деформацией p_{ij} и микронапряжениями c_{ij} , связанными с геометрической несовместностью формы кристаллов при образовании сплошной структуры. Опуская индекс N , соотношения (4.7) запишем в виде

$$\sigma_{ij} - \langle \sigma_{ij} \rangle = A(\langle p_{ij} \rangle - p_{ij}) + c_{ij}, \quad p_{ii} = 0 \quad (4.8)$$

$$A = (E/(1+\nu)) \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{15(1-\nu)} \right)$$

Это разбиение имеет смысл, если кинематика пластических деформаций не может снять внутренних напряжений. Например сдвиговая деформация в отдельном кристалле не изменит в нем всестороннего давления. Скольжение с определенной ориентацией также ограничивает возможность релаксации напряжений в других направлениях.

Модель материала получается следующим образом. Присоединяя к формулам (4.7) (в настоящей работе формула (1.2)) соотношения в отдельном кристалле $\sigma_{ij} \sim p_{ij}$ (в настоящей работе ферроупругие кристаллы), получим систему уравнений для определения свойств поликристалла $\langle \sigma_{ij} \rangle \sim \langle p_{ij} \rangle$. В начальный момент деформирования ансамбль состояний отдельных кристаллов зависит от технологии получения материала и в рассматриваемых задачах является заданным начальным распределением (в настоящей работе $p_{ij} = 0$, n_i , m_i равновероятно ориентированы). Модель сформулирована, ее поведение при сложном нагружении — вопрос вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979. 744 с.
2. Кадашев Ю. И., Новожолов В. В. О предельных вариантах теории пластичности, учитывающей начальные микронапряжения. — Изв. АН СССР. МТТ, 1980, № 3, с. 93–96.

3. Курдюмов Г. В., Хандрос Л. Г. О «термоупругом» равновесии при мартенситных превращениях.— Докл. АН СССР, 1949, т. 66, № 2, с. 211—214.
4. Корнилов И. И., Белоусов О. К., Качур Е. В. Никелид титана и другие сплавы с эффектом «памяти». М.: Наука, 1977. 179 с.
5. Апаев Б. А., Вороненко Б. И. Физические представления о фазовых превращениях в «запоминающих» форму сплавах.— Металловедение и термообработка металлов, 1975, № 5, с. 28—33.
6. Швайко Н. Ю. К теории пластичности, основанной на концепции скольжения.— Прикл. механика, 1976, т. 12, № 11, с. 12—24.
7. Бернштейн М. Л. Структура деформированных металлов. М.: Металлургия, 1977. 431 с.
8. Седов Л. И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1970, т. 1. 492 с.; т. 2. 568 с.
9. Сиротин Ю. И., Шаскольская М. П. Основы кристаллофизики. М.: Наука, 1975. 680 с.
10. Дудукаленко В. В., Бондарев Е. Н. Об эффекте запоминания формы при фазовых превращениях в твердых телах.— Механика деформируемых сред: Сб. статей. Куйбышев: Изд-во Новосиб. ин-та инж. ж.-д. трансп., 1978, с. 130—135.
11. Nakanishi N., Mori T., Miura S., Mutakami Y., Kashi S. Pseudoelasticity in AuCd thermoelastic martensite.— Phil. Mag. 1973, v. 28, № 2, p. 277—292.

Сумы

Поступила в редакцию
3.I.1983