

УДК 531.8

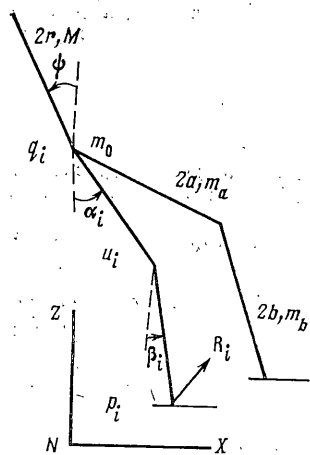
ХОДЬБА, БЕГ ВПРИБРЫЖКУ И БЕГ ДВУНОГОГО ШАГАЮЩЕГО АППАРАТА С УЧЕТОМ УДАРА

РУТКОВСКИЙ С. В.

Работа является продолжением [1, 2]. Для плоской модели шагания антропоморфного аппарата с управляемыми стопами изучается влияние абсолютно неупругого удара при постановке ноги на движение и энергозатраты. Написан программный комплекс, который позволяет исследовать сложные походки, не содержащие двуопорной фазы. Для трех выбранных типов походок моделируется движение антропоморфного аппарата с параметрами, близкими к параметрам человека. Проведена параметрическая оптимизация энергозатрат периодического движения при заданной средней скорости. Найденные удельные энергозатраты сравниваются с энергозатратами, полученными в других работах.

1. Двуногий шагающий аппарат состоит из корпуса и двух одинаковых двузвенных весомых ног. Каждая нога снабжена невесомой управляемой стопой. Аппарат совершает передвижение в плоскости NXZ вдоль оси X по плоской горизонтальной поверхности. Величина $g=9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения. Обозначения приведены на фиг. 1 и совпадают с обозначениями в [1, 2].

Энергозатраты мягкой (безударной) ходьбы для антропоморфного аппарата изучались в [2]. Импульсное управление позволяет значительно снизить энергозатраты [3]. При непрерывном управлении введение удара в ходьбу («ударное» торможение ноги) позволяет уменьшить энергозатраты ([4] — для квадратичного функционала качества, [5] — численные расчеты для биомеханического). Удар имеет смысл учитывать в алгоритмах стабилизации ходьбы [4]. Энергозатраты ходьбы с ударом (график, приведенный в [6]) меньше, чем при мягкой ходьбе [2]. Ходьба с учетом удара изучалась также в [7, 8].



Фиг. 1

В публикуемой работе изучается зависимость энергозатрат от средней скорости передвижения v для трех типов походок с ударом. Рассматриваются только походки без двуопорной фазы, так как она оптимальна только при очень малых скоростях движения [9]. В модельной задаче управления [10] возникли сложные типы походок, отличные от обычных ходьбы и бега.

Для многоногих электромеханических шагающих аппаратов энергозатраты прыжков для мягкой походки изучались в [11].

Будем называть позой двуногого шагающего аппарата вектор его обобщенных координат q , а фазовым состоянием — вектор обобщенных координат и скоростей (q, \dot{q}) .

Уравнения Лагранжа второго рода для антропоморфного аппарата имеют вид [2]:

$$\begin{aligned}
 & k_1 \dot{x}'' - 1/2 k_5 (\dot{\psi}'' \cos \psi - \dot{\psi}''^2 \sin \psi) + 1/2 k_6 \sum (\alpha_i'' \cos \alpha_i - \alpha_i''^2 \sin \alpha_i) + \\
 & + 1/2 k_7 \sum (\beta_i'' \cos \beta_i - \beta_i''^2 \sin \beta_i) = Q_x, \quad c_1 + k_1 z'' - 1/2 k_5 (\dot{\psi}'' \sin \psi + \dot{\psi}''^2 \cos \psi) + \\
 & + 1/2 k_6 \sum (\alpha_i'' \sin \alpha_i + \alpha_i''^2 \cos \alpha_i) + 1/2 k_7 \sum (\beta_i'' \sin \beta_i + \beta_i''^2 \cos \beta_i) = Q_z \\
 & k_2 \dot{\psi}'' - 1/2 k_5 (z'' \sin \psi + x'' \cos \psi) - c_2 \sin \psi = Q_\psi
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned}
 & k_4 \alpha_1'' + 1/2 k_5 (x'' \cos \alpha_1 + z'' \sin \alpha_1) + 1/2 k_8 [\beta_1'' \cos (\alpha_1 - \beta_1) + \\
 & + \beta_1''^2 \sin (\alpha_1 - \beta_1)] - c_3 \sin \alpha_1 = Q_{\alpha_1}, \quad k_4 \alpha_2'' + 1/2 k_5 (x'' \cos \alpha_2 + z'' \sin \alpha_2) + \\
 & + 1/2 k_8 [\beta_2'' \cos (\alpha_2 - \beta_2) + \beta_2''^2 \sin (\alpha_2 - \beta_2)] - c_3 \sin \alpha_2 = Q_{\alpha_2} \\
 & k_3 \beta_1'' + 1/2 k_7 (x'' \cos \beta_1 + z'' \sin \beta_1) + 1/2 k_8 [\alpha_1'' \cos (\alpha_1 - \beta_1) - \\
 & - \alpha_1''^2 \sin (\alpha_1 - \beta_1)] - c_4 \sin \beta_1 = Q_{\beta_1}, \quad k_3 \beta_2'' + 1/2 k_7 (x'' \cos \beta_2 + z'' \sin \beta_2) + \\
 & + 1/2 k_8 [\alpha_2'' \cos (\alpha_2 - \beta_2) - \alpha_2''^2 \sin (\alpha_2 - \beta_2)] - c_4 \sin \beta_2 = Q_{\beta_2}
 \end{aligned}$$

Повсюду суммирование, если не указано явно, ведется по i от 1 до 2. В (1.1) константы и обобщенные силы определяются выражениями

$$\begin{aligned}
 & k_1 = m_0 + M + 2m_a + 2m_b, \quad k_2 = I = 1/3 M r^2, \quad k_3 = I_b = 1/3 m_b b^2 \\
 & k_4 = 4m_b a^2 + I_a, \quad I_a = 1/3 m_a a^2, \quad k_5 = 2rM \\
 & k_6 = 2a(m_a + 2m_b), \quad k_7 = 2bm_b, \quad k_8 = 4abm_b
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

$$c_1 = gk_1, \quad c_2 = grM, \quad c_3 = -ga(m_a + 2m_b), \quad c_4 = -gbm_b$$

$$Q_x = \sum R_{ix}, \quad Q_z = \sum R_{iz}, \quad Q_\psi = - \sum q_i$$

$$Q_{\alpha_i} = -u_i + q_i + 2a(R_{ix} \cos \alpha_i + R_{iz} \sin \alpha_i)$$

$$Q_{\beta_i} = u_i - p_i + 2b(R_{ix} \cos \beta_i + R_{iz} \sin \beta_i)$$

Энергозатраты движения вычислялись с использованием биомеханического функционала

$$A = \int_{t_0}^{t_1} \left\{ \sum (|q_i(\dot{\psi}'' - \alpha_i'')| + |u_i(\alpha_i'' - \beta_i'')| + |p_i \beta_2'|) \right\} dt \tag{1.3}$$

2. Вторая нога всегда опорная, первая — переносная. В фазе полета номер два присваивается ноге, на которую аппарат приземляется и которая будет опорной. В фазе опоры в силу невесомости и безынерционности стоп $p_i = 0$. На аппарат наложены две связи $r_2 = \text{const}$. Вектор $r_i = \|x_i, z_i\|^T$ определяет координаты конца i -й ноги в системе NXZ . Величины R_{ix} , R_{iz} — проекции реакции опоры R_i . В качестве обобщенных координат приняты $q = \|\psi, x, z, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2\|^T$.

Для того чтобы определить углы α_i, β_i , будем задавать x, z, x_i, z_i . Тогда имеем систему

$$a \cos \alpha_i + b \cos \beta_i = z_i^0 = 1/2 (z - z_i)$$

$$a \sin \alpha_i + b \sin \beta_i = x_i^0 = 1/2 (x_i - x)$$

Антропоморфный выбор углов ($\alpha_i \geq \beta_i$) определяется формулами [8]:

$$\alpha_i = \text{arctg} \frac{x_i^0 z_i^0 - \varepsilon \sqrt{r_0^2 - \varepsilon^2}}{z_i^{02} - \varepsilon^2} + \text{arctg} \sqrt{\frac{4ab}{r_0^2 - (a-b)^2} - 1}$$

$$\beta_i = \arctg \frac{x_i^0 z_i^0 - \varepsilon \sqrt{r_0^2 - \varepsilon^2}}{z_i^0 - \varepsilon^2} - \arctg \sqrt{\frac{4ab}{r_0^2 - (a-b)^2} - 1}$$

$$r_0 = (x_i^0 - z_i^0)^{1/2}, \quad \varepsilon = \frac{1}{2}(a-b) \sqrt{\frac{(a+b)^2 - r_0^2}{ab}} \quad (2.1)$$

В фазе полета $R_{2x} = R_{2z} = 0$, $p_1 = p_2 = 0$, а x_2, z_2 — произвольные функции времени. Обобщенные силы (1.2) упрощаются $Q_x = 0, Q_z = 0, Q_\psi = -q_1 - q_2$, $Q_{\alpha_1} = -u_1 + q_1, Q_{\alpha_2} = -u_2 + q_2, Q_{\beta_1} = u_1, Q_{\beta_2} = u_2$. Будем задавать $x_1(t), z_1(t), x_2(t), z_2(t)$ — движение концов ног в виде многочленов. Например, $x_1(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$, где $a_0 = x_{10}, a_1 = \dot{x}_{10}$ (определяются начальным фазовым состоянием аппарата), коэффициенты a_2, a_3 могут быть произвольными числами, лишь бы $z_i(t) \geq 0$. Обобщенные координаты x, z определяются из дифференциальных уравнений.

$$k_1 \ddot{x} = {}^{1/2} k_5 (\psi'' \cos \psi - \psi'^2 \sin \psi) - {}^{1/2} k_6 \sum (\alpha_i'' \cos \alpha_i - \alpha_i'^2 \sin \alpha_i) - {}^{1/2} k_7 \sum (\beta_i'' \cos \beta_i - \beta_i'^2 \sin \beta_i) \quad (2.2)$$

$$k_1 \ddot{z} = -c_1 + {}^{1/2} k_5 (\psi'' \sin \psi + \psi'^2 \cos \psi) - {}^{1/2} k_6 \sum (\alpha_i'' \sin \alpha_i + \alpha_i'^2 \cos \alpha_i) - {}^{1/2} k_7 \sum (\beta_i'' \sin \beta_i + \beta_i'^2 \cos \beta_i)$$

Теперь необходимо составить дифференциальное уравнение для ψ , не содержащее x, z . Для этого сложим все уравнения системы (1.1), кроме первого и второго (т. е. исключим внутренние силы — управления), и подставим в получившееся уравнение (2.2). Получим дифференциальное уравнение

$$G_1 \psi'' + G_2 \psi'^2 + G_3 = 0 \quad (2.3)$$

где функции G_1, G_2, G_3 зависят от величин $\sin \psi, \cos \psi$, углов α_i, β_i и производных от этих углов и в виду громоздкости этих зависимостей здесь не выписаны.

Последовательность нахождения энергозатрат фазы полета следующая. Имея начальное фазовое состояние, зададим x_i, z_i . Сделаем шаг интегрирования для (2.3), затем для (2.2). Вычислим углы α_i, β_i , их производные, управления и энергозатраты за время Δt (один шаг интегрирования). Энергозатраты на фазе полета вычисляются по формуле (1.3), где $p_2 = 0$.

Таким образом, в результате работы блока подпрограмм фазы полета, имея начальное фазовое состояние и задав движение концов ног, получаем энергозатраты и конечное фазовое состояние.

3. Фаза движения удар описана в [8]. В результате наложения одно-сторонней связи по начальному фазовому состоянию аппарата (минус) получается новое начальное фазовое состояние (плюс)

$$q_+ = q_-, \quad Q_+ = A^{-1}(q) B(q, q_-) \quad (3.1)$$

Здесь Q_+, B — вектора размерности n' , равной сумме числа степеней свободы и числа наложенных связей, A — матрица $(n' \times n')$; первые семь элементов Q_+ есть вектор q_+ . Для одноударного случая $n' = 9$, для двухударного $n' = 11$ [8]. Такой удар, когда обе ноги находятся на поверхности шагания в момент удара, назовем удар-2.

При беге двуногого шагающего аппарата также происходит удар в момент приземления (удар-1). Переносная нога поднята, поэтому ограничение $z_{1+} \geq 0$ не наложено, может иметь место только одноударный случай. Уравнения удара совпадают с уравнениями (3.1) для одноударного случая.

Имеет ли место удар-2 или удар-1 зависит только от позы аппарата, т. е. находится ли переносная нога (нога, которая будет переносной пос-

ле удара) на односторонней связи, и не зависит от обобщенных скоростей до удара.

4. Задача выравнивания формулируется так: найти многочлен седьмого порядка так, чтобы $f(t_0) = x_L$, $f'(t_0) = x_L$, $f(t_1) = x_R$, $f'(t_1) = x_R$. $f(t) = \sum_{i=0}^7 a_i t^i$ величины $a_4, a_5, a_6, a_7, x_L, x_L', x_R, x_R'$ заданы, a_0, a_1, a_2, a_3 неизвестны. В результате решения системы линейных уравнений четвертого порядка получается

$$\begin{aligned} a_3 &= [(b_4 - b_2)(\Delta t_2 - 2t_0 \Delta t_1) - 2(b_3 - b_1 - \\ &\quad - b_2 \Delta t_1)] [3\Delta t_1 (\Delta t_2 - 2t_0 \Delta t_1) - \\ &\quad - 2(\Delta t_3 - 3t_0^2 \Delta t_1) \Delta t_1], \\ a_2 &= [(b_3 - b_1 - b_2 \Delta t_1) - \\ &\quad - a_3 (\Delta t_3 - 3t_0^2 \Delta t_1)] (\Delta t_2 - 2t_0 \Delta t_1), \\ a_1 &= b_2 - 2a_2 t_0 - 3a_3 t_0^2, \\ a_0 &= b_1 - a_1 t_0 - a_2 t_0^2 - a_3 t_0^3 \\ b_1 &= x_L - a_4 t_0^4 - a_5 t_0^5 - a_6 t_0^6 - a_7 t_0^7 \\ b_2 &= x_L' - 4a_4 t_0^3 - 5a_5 t_0^4 - 6a_6 t_0^5 - 7a_7 t_0^6 \\ b_3 &= x_R - a_4 t_1^4 - a_5 t_1^5 - a_6 t_1^6 - a_7 t_1^7 \\ b_4 &= x_R' - 4a_4 t_1^3 - 5a_5 t_1^4 - 6a_6 t_1^5 - 7a_7 t_1^6 \\ \Delta t_i &= t_1^i - t_0^i \quad (i=1, 2, 3) \end{aligned}$$

Коэффициенты a_4, a_5, a_6, a_7 являются свободными параметрами, от которых зависит походка. При их варьировании получаются различные траектории, а следовательно, различные походки. Если свободных параметров два, то $a_6 = a_7 = 0$.

Фаза опоры с выравниванием завершает любую походку (ходьба [8], бег). Цель выравнивания заключается в том, чтобы во время фазы опоры, когда аппаратом можно полностью управлять, перевести его из некоторого имеющегося фазового состояния в то фазовое состояние, с которого начиналось движение. Построенная таким образом походка будет периодической.

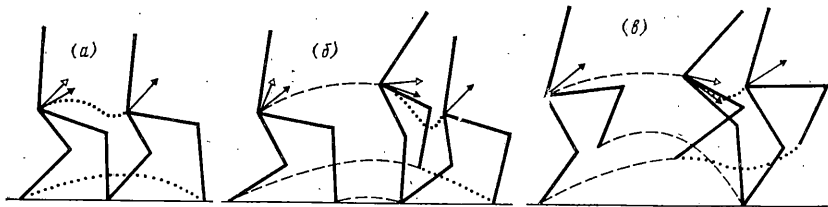
В фазе опоры $r_2 = \text{const}$. При выравнивании по ψ задавалось четыре свободных параметра, по остальным обобщенным координатам x, z, x_1, z_1 — два. Следовательно, углы α_i, β_i также будут выравнены. Системой можно полностью управлять, число независимых степеней свободы равно числу управлений. Обозначим левые части уравнений Лагранжа второго рода (1.1) (известные функции времени после выбора обобщенных координат) через $f_x, f_z, f_\psi, f_{\alpha_1}, f_{\alpha_2}, f_{\beta_1}, f_{\beta_2}$ соответственно. Можно вычислить управления

$$\begin{aligned} q_1 &= f_{\beta_1} + f_{\alpha_1}, \quad q_2 = -f_\psi - f_{\alpha_1} - f_{\beta_1}, \quad R_{2x} = f_x \\ R_{2z} &= f_z, \quad u_1 = f_{\beta_1}, \quad u_2 = 2a(R_{2x} \cos \alpha_2 + R_{2z} \sin \alpha_2) - \\ &- f_\psi - f_{\alpha_1} - f_{\alpha_2} - f_{\beta_1}, \quad p_2 = 2a(R_{2x} \cos \alpha_2 + R_{2z} \sin \alpha_2) + \\ &+ 2b(R_{2x} \cos \beta_2 + R_{2z} \sin \beta_2) - f_\psi - f_{\alpha_1} - f_{\alpha_2} - f_{\beta_1} - f_{\beta_2} \end{aligned}$$

Далее по формуле (1.3) определяются энергозатраты в фазе опоры. Таким образом, имея начальное и конечное фазовое состояние аппарата, можно построить движение и вычислить энергозатраты на этом этапе.

5. При помощи четырех описанных выше фаз движения (полет, удар-1, удар-2, опора) можно построить любую походку двуногого шагающего аппарата, не содержащую двуопорной фазы. Ниже построены и исследованы три типа походок: ходьба, бег и бег вприпрыжку.

Организация движения при ходьбе: задаем начальное фазовое состоя-



Фиг. 2

ние так, чтобы скорость конца второй ноги была направлена вниз, рассчитываем удар, получая новое фазовое состояние, далее идет фаза опоры с выравниванием. Вычисляем удельные энергозатраты на метр пути $A_w^i = A/L$, A — энергозатраты на фазе опоры, L — длина шага. Построенная таким образом ходьба является одноопорной. Мгновенная двуопорная фаза существует только в момент удара.

Организация движения при беге вприпрыжку: из заданного фазового состояния производится удар-2, потом происходит фаза полета (физически это, например, поджав ноги под себя). В момент приземления происходит удар-1. Далее следует опора с выравниванием. Вычисляются удельные энергозатраты A_R^1 .

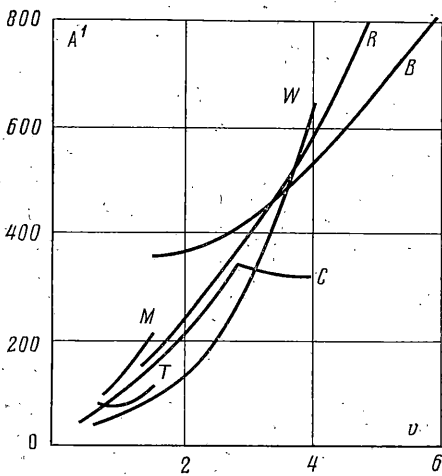
Организация движения при беге: из заданного фазового состояния начинаем полет, в момент приземления происходит удар-1, далее опора с выравниванием. Удельные энергозатраты обозначим A_B^1 .

Схемы походок при ходьбе, беге вприпрыжку и беге приведены на фиг. 2, а-в. На примере точки подвеса ног схематически показаны скачки обобщенных скоростей в момент удара (белая и черная стрелки — обобщенная скорость до и после удара) и выравнивание. Траектории во время полета показаны штриховой линией, во время опоры — пунктирной. Конечное фазовое состояние совпадает с начальным с точностью до перенумерации ног (вторая нога становится первой и наоборот).

При моделировании периодического движения двуногого шагающего аппарата на ЭВМ БЭСМ-6 масса и размеры выбирались, как и в [2, 8]: $M=40$, $m_0=10$, $m_a=m_b=5$ кг, $r=2a=2b=0,425$ м. Для минимизации удельных энергозатрат использовался метод параметрической оптимизации. Задача формулируется так: при заданной средней скорости v движения аппарата по горизонтальной плоскости найти наименьшие удельные энергозатраты данного типа походки. Варьируемыми параметрами были начальное фазовое состояние и свободные коэффициенты многочленов в траекториях обобщенных координат. Тем самым варьировались траектории обобщенных координат $q(t)$. Задача сводится к поиску минимума функций 21, 31 и 32 переменных.

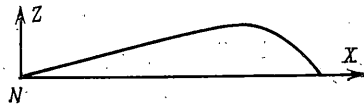
На фиг. 3 построены графики зависимостей $A_w^1(v)$ (ходьба), $A_R^1(v)$ (бег вприпрыжку) и $A_B^1(v)$ (бег) (размерность — Дж/м), обозначенные, соответственно, буквами W , R и B . Для сравнения нанесены графики энергозатрат из [2] (мягкая походка, индекс M) и из [6] (ходьба и бег, алгоритм стабилизации, параметрическая оптимизация по некоторым параметрам, индекс C). График с индексом T соответствует ходьбе аппарата с ударом [7]. Параметры этого аппарата (ноги — телескопические): $M=40$, $m_0=9$, $m_a=10$, $m_b=0$ кг, $2r=0,5$, $2a=0,6$ м.

По результатам расчетов можно сделать следующие выводы. В фазе опоры выгодно переносить ногу под поверхность шагания. В фазе опоры траектория переноса ноги над поверхностью шагания и удара сверху вниз качественно имеет вид, показанный на фиг. 4. Высота переноса ноги порядка 1 мм. Управления наименьшие. Нет резких максимумов и минимумов. Движение близко к комфортабельному с параметрами h , s , t_1^* , T . Влияние удара возрастает с ростом средней скорости движения v . Среднее



Фиг. 3

значение ψ всегда отрицательно; аппарат ходит наклонившись вперед. Для ходьбы скачок кинетической энергии мал (от 1 до 10% в зависимости от скорости движения). По сравнению с мягкой походкой [2] уменьшились по абсолютной величине ψ и $\dot{\psi}$. Энергетика построенной ходьбы с ударом на 30–50% меньше, чем при ходьбе, рассмотренной в [2], на 5–30% меньше, чем при ходьбе,



Фиг. 4

рассмотренной в [6]. Бег вприпрыжку имеет при $v=1,5$ м/с резкий минимум. Фаза опоры при беге составляет при беге $0,5-0,7T$, где T — время одного шага. В фазовой плоскости ($\psi, \dot{\psi}$) при беге удар происходит близко к началу движения. При больших скоростях (4, 6 м/с) бег выходит на асимптоту: во сколько раз увеличивается скорость, во столько раз увеличиваются энергозатраты. Энергозатраты на фазе опоры по крайней мере в два раза больше, чем на фазе полета. На малых скоростях движения энергетика бега и бега вприпрыжку возрастает из-за ограничений на траекторию переноса ноги и выбранной параметризации. Ни на одном оптимальном режиме не было физически нереализуемого случая удара. При скорости 4 км/ч имеем следующие энергозатраты: $A_w^1=71, e_w=0,103; A_R^1=151, e_R=0,22; A_B^1=350, e_B=0,51$. Безразмерная величина e имеет смысл коэффициента трения $e=A^1/Mg$. При скорости $v=1,5$ м/с имеем следующие энергозатраты: $A_w^1=109, e_w=0,159; A_R^1=146, e_R=0,21; A_B^1=358, e_B=0,52$.

Автор благодарит В. В. Белецкого за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белецкий В. В. Динамика двуногой ходьбы: I, II. — Изв. АН СССР. МТТ, 1975, № 3, с. 3–14; № 4, с. 3–13.
2. Белецкий В. В., Бербюк В. Е., Самсонов В. А. Параметрическая оптимизация движений двуногого шагающего аппарата. — Изв. АН СССР. МТТ, 1982, № 1, с. 28–40.
3. Формальский А. М. Перемещение антропоморфных механизмов. М.: Наука, 1982. 368 с.
4. Ларин В. В. Управление шагающими аппаратами. Киев: Наук. думка, 1980. 168 с.
5. Болотин Ю. В. К задаче стабилизации пространственной двуногой ходьбы. — В кн.: Механика и управление движением роботов с элементами искусственного интеллекта. М.: Изд-е Ин-та прикл. матем. АН СССР, 1980, с. 41–46.
6. Белецкий В. В., Болотин Ю. В. Энергетика пространственной двуногой ходьбы. — Препринт Ин-та прикл. математики АН СССР. М., 1981; № 118. 28 с.
7. Бордюк Б. А., Тимошенко А. Г. Синтез программного движения двуногого шагающего аппарата (двухопорные походки). — В кн.: Системы навигации и управления. Киев: Ин-т математики АН УССР, 1983, с. 98–110.
8. Рутковский С. В. Влияние удара на движение и энергетiku двуногого шагающего аппарата. — Изв. АН СССР. МТТ, 1984, № 4, с. 54–62.
9. Бербюк В. Е. Программный уровень системы управления шагающего аппарата при движении с заданной скоростью. — Изв. АН СССР. МТТ, 1982, № 5, с. 45–50.
10. Болотин Ю. В. О разделении движений в задаче стабилизации двуногой ходьбы. — Изв. АН СССР. МТТ, 1979, № 4, с. 48–53.
11. Лапшин В. В. Параметрическая оптимизация энергетики движения прыгающего аппарата. — Препринт Ин-та прикл. матем. АН СССР. М., 1983; № 120. 28 с.

Москва

Поступила в редакцию
23.V.1984