МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 · 1985

УДК 531.8

УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЧЕТЫРЕХНОГО АППАРАТА, ПЕРЕМЕЩАЮЩЕГОСЯ РЫСЬЮ, ИНОХОДЬЮ И ГАЛОПОМ

ЛАПШИН В. В.

При увеличении скорости движения шагающего аппарата энергетически выгодно переходить от статически устойчивых к динамическим режимам движения аналогично тому, как это имеет место у животных. Это объясняет интерес к разработке алгоритмов управления движением аппаратов, перемещающихся в рамках динамической устойчивости, и созданию макетов таких аппаратов.

В публикуемой работе исследовано пространственное движение четырехного аппарата с невесомыми ногами, перемещающегося парными походками (рысь, иноходь, галоп). Решены задачи построения программного движения и стабилизации движения аппарата. Программное движение построено так, что в опорной фазе обеспечивается равномерность нагрузки на обе опорные ноги. Стабилизация движения аппарата осуществляется за счет изменения управляющих усилий в шарнирах ног (реакций в точках опоры ног) и варьирования координат точек постановки ног на опорную поверхность. Проведено математическое моделирование процесса управления движением аппарата, показавшее работоспособность алгоритма стабилизации при наличии различного рода возмущений.

Рассматривается аппарат, состоящий из массивного корпуса и четырех невесомых ног. С корпусом аппарата связана система координат $Oxyz$, оси которой направлены вдоль главных осей инерции корпуса. Положение корпуса относительно осей абсолютной системы координат $O_1\xi\eta\zeta$ (плоскость $O_1\xi\eta$ горизонтальна) определяется координатами центра масс корпуса ξ, η, ζ и углами: θ – тангаж, γ – крен, ψ – рысканье. Аппарат движется осью y вперед. Ось z является конструктивной вертикалью корпуса. Контакт ноги с опорной поверхностью имеет точечный характер. Взаимодействие ноги с опорной поверхностью сводится к силе реакции опорной поверхности. Конец ноги будем называть стопой.

Движение аппарата описывается уравнениями движения твердого тела (корпуса) под действием силы тяжести, сил реакции опорной поверхности и возмущающих сил.

В том случае, когда ноги имеют по три степени подвижности относительно корпуса, обеспечивающие пространственное движение стопы относительно корпуса, существует взаимно однозначное соответствие между значениями координат и скоростей стоп в относительной системе координат $Oxyz$ и значениями фазовых координат в степенях подвижности ног, а также между значениями реакций в точках опоры ног и значениями управляющих усилий в шарнирах ног (возможно, за исключением некоторых особых положений стопы относительно корпуса, появление которых не допускается при движении аппарата). Дальнейшие рассуждения справедливы для любой кинематической схемы ноги, при этом в качестве управлений рассматриваются реакции в точках опоры ног, а положение аппарата определяется фазовыми координатами корпуса и абсолютными координатами стоп опорных ног.

1. Рассмотрим бег аппарата парными походками (рысь, иноходь, галоп) по горизонтальной поверхности. После каждой фазы опоры на две ноги следует фаза полета. Походки отличаются только составом опорных ног: рысь – чередование фаз опоры на диагонально расположенные ноги (правую переднюю и левую заднюю либо левую переднюю и правую заднюю ноги) и фаз полета, иноходь – чередование фаз опоры на левые и правые ноги и фаз полета, галоп – чередование фаз опоры на передние и задние ноги и фаз полета. Одну опорную фазу движения и следующую за ней фазу полета будем называть шагом. Продолжительность опорной и безопорной фаз движения не меняются от шага к шагу.

Частными случаями рассматриваемых режимов движения при продолжительности фазы полета, равной нулю, являются режимы динамического шагания рысью, иноходью и галопом.

Программное движение строится так, что в проекции на горизонтальную плоскость центр масс корпуса движется равномерно и прямолинейно. Значение вертикальной координаты центра масс корпуса в начале и конце каждой опорной и безопорной фаз движения равно заданной величине h. Центр масс аппарата в фазе полета движется по баллистической траектории и $\ddot{\zeta}=-g$, где g — ускорение силы тяжести. Потребуем, чтобы в опорной фазе $\ddot{\zeta}=\mathrm{const}$, тогда величина $\ddot{\zeta}$ определяется заданными значениями продолжительности опорной и безопорной фаз движения.

В силу уравнений движения центра масс аппарата в опорной фазе сумма горизонтальных сил реакции в точках опоры ног равна нулю, а сумма вертикальных сил реакции постоянна. Положим, что горизонтальные реакции в точках опоры ног равны нулю. Для выравнивания нагрузки на опорные ноги потребуем, чтобы реакции в точках опоры ног были одинаковы.

Координаты точек опоры ног таковы, что в проекции на горизонтальную плоскость $O_1\xi\eta\zeta$ боковой вынос точек постановки ног на опорную поверхность относительно линии движения центра масс аппарата $O_1\eta$ одинаков по модулю для всех опорных ног: $\xi_{ci}=a$ для правых, $\xi_{ci}=-a$ для левых.

Тогда из уравнений движения аппарата вокруг центра масс аналитически определяются периодические режимы движения корпуса по угловым координатам, соответствующие заданным параметрам походки (скорости движения, продолжительности опорной и безопорной фаз движения, переднему и боковому выносу точек постановки ног на опорную поверхность). Потребуем, чтобы при этом средние значения всех угловых координат корпуса равнялись нулю.

Угол рысканья ψ тождественно равен нулю для всех походок.

Для рыси угол крена γ тождественно равен нулю, а периодический закон движения по углу тангажа имеет вид $\ddot{\theta}={}^1/_2\lambda V\{T_0-2(t-t_0^\nu)\}$ при $t\in[t_0^\nu,\ t_1^\nu]$, $\ddot{\theta}=0$ при $t\in[t_1^\nu,\ t_2^\nu]$, $\dot{\theta}(t_0^\nu)=-{}^1/_{12}\lambda VT_0^3/(T_0+T_1)$, $\theta(t_0^\nu)={}^1/_2\dot{\theta}(t_0^\nu)T_1$, где t_0^ν — момент начала опорной фазы движения ν-го шага, t_1^ν — момент начала фазы полета ν-го шага, t_2^ν — момент окончания ν-го шага, T_0, T_1 — продолжительность опорной и безопорной фаз движения, V — скорость движения, $\lambda=mg(T_0+T_1)/(J_xT_0)$, m — масса аппарата, J_x — момент инерции корпуса аппарата относительно поперечной оси x. Период движения по углу тангажа равен продолжительности одного шага.

Для иноходи программное движение построено в предположении малости углов θ, γ для линеаризованных уравнений движения аппарата. Получаем, что периодический закон движения по углу тангажа θ при иноходи такой же, как и при рыси, а по углу крена периодический закон движения имеет вид $\ddot{\gamma}=(-1)^\nu\mu a$ при $t\in[t_0^\nu,\ t_1^\nu]$, $\ddot{\gamma}=0$ при $t\in[t_1^\nu,\ t_2^\nu]$, $\dot{\gamma}(t_0^\nu)=(-1)^{\nu+1}\mu aT_0/2$, $\gamma(t_0^\nu)={}^1/_2\dot{\gamma}(t_0^\nu)T_1$, $\mu=mg(T_0+T_1)/(J_yT_0)$, где J_y — момент инерции корпуса аппарата относительно продольной оси y. Период движения по углу крена равен продолжительности двух шагов.

Для галопа угол крена γ тождественно равен нулю, а периодический закон движения по углу тангажа имеет вид $\ddot{\theta}=\lambda\{\sigma^\nu-(t-t_0^\nu)\}$ при $t\in[t_0^\nu,\ t_1^\nu]$, $\ddot{\theta}=0$ при $t\in[t_1^\nu,\ t_2^\nu]$, $\dot{\theta}(t_0^\nu)=-{}^1/_2\lambda\sigma^\nu T_0+{}^1/_{12}\lambda VT_0^2(2T_0+3T_1)/(T_0+T_1)$, $\theta(t_0^\nu)={}^1/_2\dot{\theta}(t_0^\nu)T_1$, $\sigma^\nu=\overset{\nu}{\eta}_{ci1}-\eta(t_0^\nu)=\overset{\nu}{\eta}_{ci2}-\eta(t_0^\nu)$, где σ^ν — передний вынос опорных ног, а $\overset{\nu}{\eta}_{ci1}$, $\overset{\nu}{\eta}_{ci2}$ — координаты стоп опорных ног на ν-м шаге. Период движения по углу тангажа равен продолжительности двух шагов.

Из периодичности движения по угловым координатам корпуса следует, что для каждой из рассмотренных походок передний вынос передних ног (расстояние от центра масс корпуса до точки опоры передней ноги вдоль оси η в начале опорной фазы) равен заднему выносу задних ног.

2. Алгоритм стабилизации движения аппарата обеспечивает выход на построенное периодическое программное движение для каждой из рассматриваемых походок при наличии различного рода возмущений. В фазе полета аппарат движется под действием силы тяжести и его движение неуправляемо. В опорной фазе стабилизация движения аппарата осуществляется за счет изменения реакций в точках опоры ног (управляющих усилий в степенях подвижности ног) и варьирования координат точек постановки ног на опорную поверхность для последующих шагов. При этом предполагается, что в опорной фазе из показания навигационной системы известны все фазовые координаты корпуса аппарата и абсолютные координаты стоп опорных ног.

Рассмотрим сначала алгоритм стабилизации движения для походок «рысь» и «иноходь». В опорной фазе за счет выбора реакций в точках опоры ног можно обеспечить произвольный закон движения, удовлетворяющий начальным значениям фазовых координат корпуса, только по пяти координатам корпуса $\xi=(\xi, \eta, \zeta, \psi, \theta)$. Это объясняется тем, что за счет реакций опорной поверхности нельзя создать момент относительно линии, соединяющей точки опоры ног.

Для стабилизации движения аппарата по координатам ξ используется логика стабилизации движения шагающего аппарата [1]. Пусть ξ_p, $\xi_p^{\cdot}$ — требуемые значения этих координат и скоростей их изменения в конце опорной фазы ν-го шага. Способ задания значений ξ_p, $\xi_p^{\cdot}$ будет рассмотрен дальше. По информации о рассогласовании между текущими значениями ξ, $\xi^{\cdot}$ и ξ_p, $\xi_p^{\cdot}$ строятся линии перехода, двигаясь вдоль которых аппарат выходит в требуемое положение ξ_p, $\xi_p^{\cdot}$ в конце опорной фазы. Алгоритм следит за точностью движения вдоль линий перехода. Если в реальном движении аппарат выходит из ε-коридора линий перехода, то назначается дополнительная коррекция и происходит пересчет линий перехода.

Движение корпуса вдоль линий перехода обеспечивается за счет соответствующего выбора реакций в точках опоры ног. Реакции определяются в каждый момент времени с точностью до значения реакций, равных по модулю N_R и противоположно направленных вдоль линии, соединяющей точки постановки ног на опорную поверхность. Значение N_R не влияет на движение корпуса. Целесообразно выбрать N_R с точки зрения минимизации некоторого критерия качества. В публикуемой работе выбирается N_R, минимизирующее максимальное значение потребного коэффициента трения в точках опоры ног. Эта задача распределения усилий имеет аналитическое решение [1].

Стабилизация движения по углу крена γ осуществляется за счет изменения бокового выноса точек постановки ног на опорную поверхность относительно оси η (бокового выноса ног) для двух предстоящих шагов. Решается эта задача в предположении, что в течение этих двух шагов реакции в точках опоры ног и такие же, как и в программном движении, а движение по координатам ξ совпадает с программным.

Боковой вынос ног для ν-го и $(\nu+1)$-го шагов вычисляется в начале фазы полета $(\nu-1)$-го шага. Из уравнений движения аппарата следует

$$\gamma(t_0^{\nu+2})=\gamma(t_1^{\nu-1})+\gamma^{\cdot}(t_1^{\nu-1})(2T_0+3T_1)-\mu T_0\{\Delta_\gamma(3/2\,T_0+T_1)+$$

$$+\Delta_{\nu+1}(1/2\,T_0+T_1)\}, \qquad \gamma^{\cdot}(t_0^{\nu+2})=\gamma^{\cdot}(t_1^{\nu-1})-\mu T_0(\Delta_\nu+\Delta_{\nu+1})$$

$$\Delta_\gamma=1/2\,(a_1^\nu+a_2^\nu), \qquad a_1^\nu=\xi_{ci1}^{\nu}, \qquad a_2^\nu=\xi_{ci2}^{\nu} \tag{2.1}$$

---

[1] См.: *Лапшин В. В.* Управление движением четырехногого аппарата.— Препринт Ин-та прикл. матем. АН СССР. М., 1984, № 83. 28 с.

Из (2.1) следует, что значения

$$\Delta_\nu^* = \frac{1}{\mu T_0(T_0+T_1)}\{\gamma(t_1^{\nu-1}) - \gamma_D(t_0^{\nu+2}) + \\ +\gamma^\cdot(t_1^{\nu-1})(^3/_2 T_0+2T_1)+\gamma_D^\cdot(t_0^{\nu+2})(^1/_2 T_0+T_1)\}$$

$$\Delta_{\nu+1}^* = \frac{-1}{\mu T_0(T_0+T_1)}\{\gamma(t_1^{\nu-1}) - \gamma_D(t_0^{\nu+2}) + \\ +\gamma^\cdot(t_1^{\nu-1})(^1/_2 T_0+T_1)+\gamma_D^\cdot(t_0^{\nu+2})(^3/_2 T_0+2T_1)\} \quad (2.2)$$

обеспечивают выход на программное движение $\gamma_D(t)$ по углу крена в конце $(\nu+1)$-го шага.

Потребуем, чтобы $a_{\min} \leqslant \xi_{ci} \leqslant a_{\max}$ для правых ног и $-a_{\max} \leqslant \xi_{ci} \leqslant -a_{\min}$ для левых, где значения $a_{\min}$, $a_{\max}$ являются функциями параметров походки и максимальной длины ног L и обеспечивают выполнение условий дотягивания ног до заданных точек постановки ног на опорную поверхность. Тогда

$$\Delta_{\min}^\nu \leqslant \Delta_\nu \leqslant \Delta_{\max}^\nu \quad (2.3)$$

где для рыси $\Delta_{\max}^\nu = {}^1/_2(a_{\max} - a_{\min})$, $\Delta_{\min}^\nu = -\Delta_{\max}^\nu$, а для иноходи $\Delta_{\max}^\nu = a_{\max}$ для правых ног, $\Delta_{\max}^\nu = -a_{\min}$ для левых ног, $\Delta_{\min}^\nu = a_{\min}$ для правых ног, $\Delta_{\min}^\nu = -a_{\max}$ для левых ног.

В силу ограничения (2.3) не всегда возможно обеспечить выход на программное движение по углу крена в конце $(\nu+1)$-го шага. Потребуем, чтобы в конце $(\nu+1)$-го шага значения γ, $\gamma^\cdot$ минимальным образом отличались от программных по норме

$$\|\delta\gamma\| = \{\gamma(t_0^{\nu+2}) - \gamma_D(t_0^{\nu+2})\}^2 + C^2\{\gamma^\cdot(t_0^{\nu+2}) - \gamma_D^\cdot(t_0^{\nu+2})\}^2 \to \inf \quad (2.4)$$

где C — весовой множитель (при расчетах C равно продолжительности одного шага).

Приведем алгоритм решения задачи квадратичного программирования (2.1), (2.3), (2.4). Обозначим $\Delta = (\Delta_\nu, \Delta_{\nu+1})$. Вычислим Δ^* по формулам (2.2), являющееся решением задачи (2.1), (2.4). Если Δ^* удовлетворяет ограничениям типа неравенства (2.3), то Δ^* является решением и $\|\delta\gamma\|=0$. В противном случае возьмем произвольное начальное приближение Δ^0, удовлетворяющее (2.3), например $\Delta^0 = {}^1/_2(\Delta_{\max} - \Delta_{\min})$. Соединим Δ^0 и Δ^* прямой и найдем точку Δ^1 между ними, в которой система выходит на ограничение типа неравенства (2.3) при движении из Δ^0 в Δ^*. Переменную, вышедшую на границу, зафиксируем

$$\Delta_{K1} = \Delta_{K1}^g \quad (2.5)$$

Решим задачу (2.1), (2.4), (2.5) методом неопределенных множителей Лагранжа и получим значение Δ_{K2}^2 ($K1 \neq K2$ и принимают значения ν и $\nu+1$). Если Δ_{K2}^2 удовлетворяет ограничениям типа неравенства (2.3), то Δ_{K1}^g, Δ_{K2}^2 — решение исходной задачи. В противном случае положим

$$\Delta_{K2} = \Delta_{K2}^g. \quad (2.6)$$

освободим переменную Δ_{K1} и найдем решение задачи (2.1), (2.4), (2.6) — Δ_{K1}^3. Если Δ_{K1}^3 удовлетворяет ограничениям (2.3), то Δ_{K1}^3, Δ_{K2}^g — решение. В противном случае решением задачи (2.1), (2.3), (2.4) является Δ_{K1}^g, Δ_{K2}^g. Обоснование этого алгоритма приведено в [2].

В результате решения задачи квадратичного программирования (2.1), (2.3), (2.4) получаем оптимальные значения Δ_ν, $\Delta_{\nu+1}$. Задача определения бокового выноса точек постановки ног на опорную поверхность a_1^ν, a_2^ν по полученному значению Δ_ν имеет бесконечное множество решений. Целесообразно выбрать среди них значения a_1^ν, a_2^ν, такие, чтобы максимальное значение модуля отклонения a_1^ν, a_2^ν от их номинальных значений было минимально.

Для рыси программное значение бокового выноса точек постановки ног на опорную поверхность для ν-го шага равно $(-1)^{\nu+1}a$ для передней ноги и $(-1)^\nu a$ для задней. В итоге имеем следующую задачу для определения a_1^ν, a_2^ν:

$$a_{\min}\leqslant(-1)^{\nu+1}a_1^\nu\leqslant a_{\max}, \quad a_{\min}\leqslant(-1)^\nu a_2^\nu\leqslant a_{\max} \tag{2.7}$$

$$a_1^\nu+a_2^\nu=2\Delta_\nu, \quad \max\{|a_1^\nu-(-1)^{\nu+1}a|,\ |a_2^\nu-(-1)^\nu a|\}\to\inf$$

Обозначим $x=a_1^\nu-(-1)^\nu a$, тогда задача (2.7) имеет вид

$$x_{\min}\leqslant x\leqslant x_{\max}, \quad \max\{|x|,\ |A-x|\}\to\inf \tag{2.8}$$

где значения A, $x_{\min}$, $x_{\max}$ не зависят от x. Если $x_0=A/2$ удовлетворяет ограничениям типа неравенства задачи (2.8), то x_0 является решением (2.8). В противном случае решением задачи (2.8) является одно из граничных значений $x_{\min}$, $x_{\max}$, ближайшее к x_0.

Следовательно, если $a_1^\nu=(-1)^{\nu+1}a+\Delta_\nu$, $a_2^\nu=(-1)^\nu a+\Delta_\nu$ удовлетворяют ограничениям типа неравенства, то эти значения a_1^ν, a_2^ν являются решением задачи (2.7). В противном случае хотя бы одно из значений a_1^ν, a_2^ν выходит на ограничение типа неравенства, а второе однозначно определяется из ограничения типа равенства. Отметим, что задача (2.7) всегда имеет решение, потому что Δ_ν удовлетворяет ограничениям (2.3).

Аналогично для иноходи имеем $a_1^\nu=a_2^\nu=(-1)^{\nu+1}a+\Delta_\nu$.

Рассмотрим вопрос о выборе требуемых значений ξ_p, $\dot\xi_p$ в момент окончания опорной фазы t_1^ν в алгоритме стабилизации движения по управляемым координатам $\xi=(\xi,\ \eta,\ \zeta,\ \psi,\ \theta)$. Можно выбрать ξ_p, $\dot\xi_p$ равными значениям этих координат на программном движении. Однако представляется целесообразным положить некоторые из значений ξ_p, $\dot\xi_p$ отличными от их значений на программном движении.

Вместо отработки программного движения центра масс аппарата по координате η (в направлении движения аппарата) целесообразно потребовать, чтобы в течение опорной фазы ν-го шага аппарат переместился на расстояние VT_0 (такое же, как и в программном движении) и скорость в конце опорной фазы равнялась программной. Тогда $\eta_p=\eta(t_0^\nu)+VT_0$, $\dot\eta_p=V$. Ошибки отработки программного значения координаты η на $(\nu-1)$-м шаге не компенсируются в течение ν-го шага.

При движении аппарата по неровной (отличной от горизонтальной) поверхности потребуем, чтобы заданное значение клиренса аппарата в начале фазы полета отрабатывалось относительно модели опорной поверхности $\zeta_S=\zeta_S(\xi,\ \eta)$, построенной в результате работы информационной системы, т. е. $\zeta_p=\zeta_S(\xi_p,\ \eta_p)+h$, где h — программное значение вертикальной координаты центра масс аппарата в начале и конце опорной фазы движения. Это заставляет корпус аппарата «отслеживать» неровности местности и позволяет организовать движение аппарата по поверхности, средний наклон которой отличен от горизонтального (например, длинный пологий подъем), без перестройки программного движения и алгоритма стабилизации. Отклонение опорной поверхности от горизонтальной при этом является возмущением, которое приводит к отклонению движения аппарата от номинального в начале очередного шага.

Для облегчения стабилизации движения аппарата как по координатам ξ, так и по углу крена γ целесообразно за счет изменения координат точек постановки ног на опорную поверхность в направлении движения и перестройки движения по углу тангажа для двух предстоящих шагов в максимально возможной степени обеспечить равномерность нагрузки на переднюю и заднюю опорные ноги.

Решается эта задача для ν-го и $(\nu+1)$-го шагов в начале фазы полета $(\nu-1)$-го шага, в предположении, что реакции в точках опоры ног такие же, как и в программном движении. Тогда $\theta^{\cdot\cdot}=\lambda\{{}^1/_2(\sigma_1^\nu+\sigma_2^\nu)-V(t-t_0^\nu)\}$ при $t\in[t_0^\nu, t_1^\nu]$, $\theta^{\cdot\cdot}=0$ при $t\in[t_1^\nu, t_2^\nu]$, где σ_1^ν, σ_2^ν — передний вынос, соответственно, передней и задней ног.

Потребуем, чтобы расстояние вдоль оси η между точками постановки на опорную поверхность передних и задних ног было такое же, как и в программном движении

$$\sigma_1^\nu-\sigma_2^\nu=b \tag{2.9}$$

Обозначим через $\theta(t_1^{\nu-1})$, $\theta^\cdot(t_1^{\nu-1})$ значение угла тангажа и скорости его изменения в начале фазы полета $(\nu-1)$-го шага, полученные из показаний навигационной системы. При сделанных предположениях имеем

$$\theta(t_0^{\nu+2})=\theta(t_1^{\nu-1})+\theta^\cdot(t_1^{\nu-1})(2T_0+3T_1)+\lambda(\sigma_1^\nu-{}^1/_2b)T_0({}^3/_2T_0+2T_1)+$$
$$+\lambda(\sigma_1^{\nu+1}-{}^1/_2b)T_0({}^1/_2T_0+T_1)-{}^1/_2\lambda VT_0^2({}^5/_3T_0+3T_1)$$
$$\theta^\cdot(t_0^{\nu+2})=\theta^\cdot(t_1^{\nu-1})+\lambda T_0(\sigma_1^\nu+\sigma_1^{\nu+1}-b)-\lambda VT_0^2 \tag{2.10}$$

Обозначим

$$\delta_\nu=\sigma_1^\nu-{}^1/_2b \tag{2.11}$$

Тогда значения

$$\delta_\nu^*=\frac{-1}{\lambda T_0(T_0+T_1)}\{\theta(t_1^{\nu-1})-\theta_D(t_0^{\nu+2})+\theta^\cdot(t_1^{\nu-1})({}^3/_2T_0+2T_1)+$$
$$+\theta_D^\cdot(t_0^{\nu+2})({}^1/_2T_0+T_1)-{}^1/_2\lambda VT_0^2({}^2/_3T_0+T_1)\}$$
$$\delta_{\nu+1}^*=\frac{1}{\lambda T_0(T_0+T_1)}\{\theta(t_1^{\nu-1})-\theta_D(t_0^{\nu+2})+\theta^\cdot(t_1^{\nu-1})({}^1/_2T_0+T_1)+$$
$$+\theta_D^\cdot(t_0^{\nu+2})({}^3/_2T_0+2T_1)+{}^1/_2\lambda VT_0^2({}^4/_3T_0+T_1)\}$$

обеспечивают выход на периодическое программное движение по углу тангажа $\theta_D(t)$ в конце $(\nu+1)$-го шага.

Потребуем выполнения ограничений

$$\delta_{\min}^\nu\leqslant\delta_\nu\leqslant\delta_{\max}^\nu \tag{2.12}$$

обеспечивающих доставание ног до точек постановки ног на опорную поверхность. Значения $\delta_{\min}^\nu$, $\delta_{\max}^\nu$ являются функциями кинематических параметров походки, длины ноги L и полученных при решении задачи стабилизации движения аппарата по углу крена значений бокового выноса точек постановки ног на опорную поверхность.

В силу ограничений (2.12) не всегда можно обеспечить выход на периодическое программное движение по углу тангажа в конце $(\nu+1)$-го шага в рамках сделанных предположений. Потребуем, чтобы в конце $(\nu+1)$-го шага значения θ, $\theta^\cdot$ минимальным образом отличались от программных θ_D, $\theta_D^\cdot$ по норме

$$\|\delta\theta\|=\{\theta(t_0^{\nu+2})-\theta_D(t_0^{\nu+2})\}^2+C^2\{\theta^\cdot(t_0^{\nu+2})-\theta_D^\cdot(t_0^{\nu+2})\}^2\to\inf \tag{2.13}$$

Алгоритм решения задачи квадратичного программирования (2.10), (2.12), (2.13) аналогичен алгоритму решения задачи (2.1), (2.3), (2.4).

В результате получаем значения δ_ν, $\delta_{\nu+1}$, которые в силу (2.9, (2.11) определяют значения переднего выноса передних и задних ног для ν-го и $(\nu+1)$-го шагов.

Полученное при этом движение по углу тангажа используется в качестве нового номинала в алгоритме стабилизации движения аппарата по управляемым координатам.

Для галопа алгоритм стабилизации строится аналогичным образом. Только стабилизация движения по углу крена осуществляется за счет изменения реакций в точках опоры ног и бокового выноса ног, а стабилизация по углу тангажа осуществляется только за счет изменения координат точек постановки ног в направлении движения аппарата [2].

3. Таким образом решены задачи построения программного движения и стабилизации движения четырехногого аппарата с невесомыми ногами, перемещающегося парными походками (рысью, иноходью и галопом).

Предложен простейший способ организации движения аппарата. В проекции на горизонтальную плоскость центр масс аппарата движется равномерно и прямолинейно. В течение опорной фазы ускорение центра масс по вертикальной координате постоянно и обеспечивается равномерность нагрузки на обе опорные ноги. Эти условия определяют периодические режимы движения по угловым координатам корпуса.

При стабилизации движения аппарата работают два контура управления. Первый – за счет выбора соответствующих значений реакций в точках опоры ног (управляющих усилий в степенях подвижности ног) обеспечивает движение вдоль линий перехода по пяти управляемым координатам корпуса с целью обеспечения требуемых значений этих координат и скоростей их изменения в конце опорной фазы. Второй контур управления вычисляет значения бокового и переднего выноса точек постановки ног на опорную поверхность для двух предстоящих шагов с целью стабилизации движения корпуса аппарата по шестой координате (углу крена для рыси и иноходи или углу тангажа для галопа) и выравнивания нагрузки на опорные ноги. Эти два контура работают независимо.

Реализована на ЭЦВМ математическая модель процесса управления движением аппарата, состоящая из алгоритмов управления движением и математической модели динамики пространственного движения аппарата.

Результаты расчетов показали работоспособность построенного алгоритма стабилизации движения аппарата при наличии различного рода возмущений (возмущения по начальным условиям, возмущающие силы, движение по негоризонтальной поверхности, задержка по времени на расчет реакций в точках опоры ног) [3].

Определен объем вычислений при решении задач управления движением аппарата. Предложенные алгоритмы отличаются простотой и относительно небольшим объемом вычислений. Исследован вопрос о допустимой величине задержки по времени при построении линий перехода и расчете реакций в точках опоры ног в алгоритме стабилизации движения аппарата по управляемым координатам. Полученные требования к быстродействию вычислительной машины, управляющей движением аппарата, не выходят за пределы доступные для реализации на современном уровне [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. *Алексеева Л. А., Голубев Ю. Ф.* Адаптивный алгоритм стабилизации движения автоматического шагающего аппарата.– Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1976, № 5, с. 56–64.
2. *Зуховицкий С. И., Авдеева Л. И.* Линейное и выпуклое программирование. М.: Наука, 1964. 348 с.

Москва

Поступила в редакцию
11.IV.1985

[2] *Лапшин В. В.* См. указ. публ., с. 41.

[3] См.: *Лапшин В. В.* Математическое моделирование управления движением четырехногого аппарата, перемещающегося рысью, иноходью и галопом.– Препринт Ин-та прикл. матем. АН СССР. М., 1985, № 69. 28 с.