

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ильгамов М. А.* Колебания упругих оболочек, содержащих жидкость и газ. М.: Наука, 1969. 181 с.
2. *Чернина В. С.* Свободные колебания тонкой замкнутой сферической оболочки. — В кн.: Тр. 8-й Всес. конф. по теории оболочек и пластин. М.: Наука, 1973, с. 575—579.
3. *Беляев Н. М.* Сопротивление материалов. М.: Физматгиз, 1962. 856 с.
4. *Лаврентьев М. А., Шабат Б. В.* Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973. 736 с.

Баку

Поступила в редакцию
3.VI.1984

УДК 539.374

ПОВЕДЕНИЕ ЦИЛИНДРА, ОСЛАБЛЕННОГО СИСТЕМОЙ СЛОЕВ ПОНИЖЕННОЙ ПРОЧНОСТИ, ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

КОЛОБАНОВА А. Е.

Численно исследуется процесс расширения цилиндра, содержащего систему одинаковых тонких параллельных слоев материала с прочностью, пониженной по сравнению с прочностью оболочки. Слои располагаются под углом 45° к радиальному направлению и служат моделью системы трещин сдвига. Исследованы особенности поведения этой системы в зависимости от числа слоев, их длины и относительной прочности слоя.

1. При разрушении цилиндрических оболочек под действием внутреннего давления газа при импульсном нагружении на внутренней поверхности оболочек, как правило, образуется область с многочисленными трещинами от сдвигов, ориентированных под углом 45° к радиальному направлению [1], причем эти трещины окружены узкими зонами материала с сильно деформированной структурой [2], известными как зоны адиабатического сдвига. При определенных условиях они дают в результате травления белые полосы [2]. Зоны адиабатического сдвига часто встречаются при динамическом нагружении (высокоскоростном ударе, резании и т. п.) [3]. Появление зон адиабатического сдвига объясняется локальным понижением в зоне прочности, как следствия адиабатического разогрева [4, 5]. Таким образом, разрушение сдвигом при больших скоростях деформации и общей текучести (что имеет место при импульсном нагружении) связывается с образованием узких зон пониженной прочности, существующих в процессе нагружения, вдоль которых и происходит разрушение сдвигом.

Задача решается в двумерной нестационарной постановке, т. е. моделируется расширение под действием внутреннего давления газа цилиндрической оболочки с системой тонких слоев пониженной прочности в условиях плоской деформации. Рассматривается (фиг. 1) поперечное сечение цилиндрической оболочки с системой тонких одинаковых слоев с прочностью, пониженной друг от друга и ориентированных по логарифмической спирали, т. е. в каждой точке — под углом 45° к радиальному направлению. Внутри оболочки находится газ. Оболочка рассматривается как идеально упругопластическая. Процесс разрушения моделируется процессом скольжения двух частей оболочки вдоль слоя.

Система уравнений механики сплошной среды, описывающая поведение материала оболочки, в полярных координатах записывается в следующем виде:

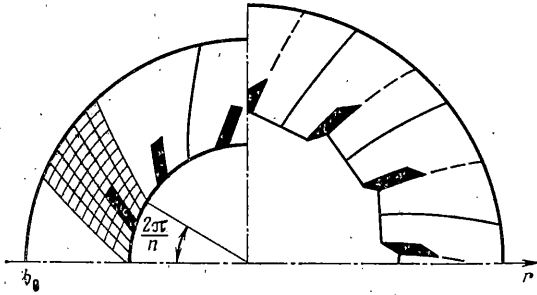
уравнение неразрывности

$$\frac{d\gamma}{dt} + \frac{\gamma}{r} \left(\frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) = 0$$

уравнения движения

$$\gamma \frac{dv_r}{dt} = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r}$$

$$\gamma \frac{dv_\theta}{dt} = \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta}$$



Фиг. 1

соотношения Прандтля – Рейсса

$$\begin{aligned} \lambda s_r + \frac{ds_r}{dt} &= 2G \left(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{3\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right) \\ \lambda s_\theta + \frac{ds_\theta}{dt} &= 2G \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{3\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \right) \\ \lambda s_z + \frac{ds_z}{dt} &= \frac{2G}{3\gamma} \frac{d\gamma}{dt} \\ \lambda \tau_{r\theta} + \frac{d\tau_{r\theta}}{dt} &= G \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \\ \lambda &= \frac{3}{2Y^2} \frac{dA}{dt} \delta \left(\frac{dA}{dt} \right), \quad \frac{dA}{dt} = 2G \left[s_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + s_\theta \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} \right) + \right. \\ &\left. + \tau_{r\theta} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \right], \quad \delta(\xi) = 1 \quad (\xi \geq 0), \quad \delta(\xi) = 0 \quad (\xi < 0) \end{aligned}$$

закон объемной сжимаемости и условие пластичности Мизеса:

$$\sigma = \sigma(\gamma), \quad s_r^2 + s_\theta^2 + s_z^2 + 2\tau_{r\theta}^2 = 2/3 Y^2$$

Здесь γ – текущая плотность металла оболочки (γ_0 – начальная плотность), G – модуль сдвига, Y – динамический предел текучести, v_r , v_θ – радиальная и тангенциальная компоненты скорости оболочки, $s_r = \sigma_r - \sigma$, $s_\theta = \sigma_\theta - \sigma$, $s_z = \sigma_z - \sigma$, σ_r , σ_θ , σ_z , $\tau_{r\theta}$ – компоненты тензора напряжений, $\sigma = (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)/3$. Объемная сжимаемость для стали задавалась в виде баротропной связи $\sigma = \sigma(\gamma)$ [6].

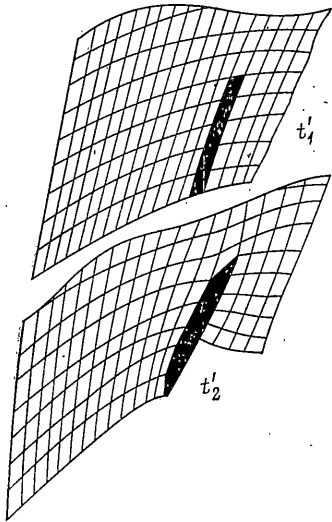
Система уравнений, описывающих движение газа, приведена в [6]. Симметрия задачи позволяет ограничиться рассмотрением некоторой области, содержащей всего один узкий слой пониженной прочности. При этом расчетная область в цилиндре ограничивалась поверхностями оболочки и двумя отрезками логарифмической спирали, а в газе в качестве расчетной области использовался сектор с центральным углом $2\pi/n$ (фиг. 1), где n – число слоев. Вдоль радиусов, ограничивающих расчетную область в газе, а также вдоль отрезков логарифмической спирали, ограничивающих расчетную область в металле, ставились периодические граничные условия, обусловленные симметрией задачи. Граничные условия на внутренней и внешней (свободной) поверхности цилиндра, на оси симметрии цилиндра, а также начальные условия приведены в [6].

2. Конечно-разностная аппроксимация уравнений, описывающих поведение газа, выполнена при помощи явной двухшаговой схемы типа «предиктор – корректор» второго порядка точности [7]. Численное интегрирование системы уравнений, описывающих поведение металла оболочки, проводилось при помощи явной схемы второго порядка точности с искусственной вязкостью [6]: Узлы расчетной сетки образованы пересечением окружностей и отрезков логарифмической спирали (фиг. 1), т. е. сетка построена в соответствии с конфигурацией расчетной области. В процессе численного счета дисбаланс полной энергии не превышал 4%. Отдельно вычислялся дисбаланс полной энергии в газе и в оболочке. Невязка по энергии в газе отрицательна и по абсолютной величине не превышает 5–6%, в то время как в оболочке дисбаланс полной энергии не превышает 2%.

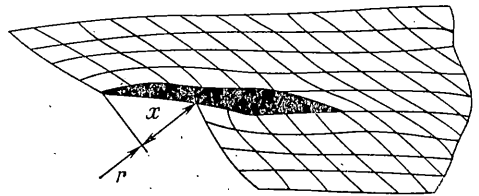
Расчет проводился в безразмерных переменных [6]. Все варианты рассчитывались для оболочки с относительной толщиной $\delta_a = 1/2 \delta_0 / b_0 = 1/8$, где δ_0 – начальная

толщина стенки цилиндра, b_0 — начальный внешний радиус цилиндра. Исследовалась зависимость относительного смещения x' вдоль слоя с пониженной прочностью от варьируемых параметров, таких, как число слоев n , относительная длина слоя $y' = y/\delta_0$ и относительная прочность слоя $Y' = Y/Y_0$. Здесь Y — динамический предел текучести в слое, Y_0 — динамический предел текучести материала оболочки, x — проекция на радиальное направление смещения одной части оболочки по другой вдоль слоя пониженной прочности, взятого на внутренней поверхности оболочки, $x' = x/\delta_0$.

На фиг. 2 показана конфигурация расчетной области в окрестности слоя пониженной прочности в металле оболочки для двух моментов времени в случае, когда прочность слоя равна нулю (слой жидкий), относительная длина слоя составляет 25% от толщины стенки оболочки ($y' = y/\delta_0 = 0,25$, y — проекция длины слоя пониженной прочности на радиальное направление), и в оболочке имеется 20 слоев. Первый момент времени $t_1' = 0,490$ соответствует примерно моменту выхода первой волны сжатия на внешнюю поверхность (середина первой пульсации оболочки). В этот момент проскальзывания вдоль жидкого слоя почти не наблюдается. В момент времени $t_2' = 2,940$, примерно соответствующий окончанию третьей пульсации оболочки, смещение вдоль жидкого слоя уже существенно, и его радиальная проекция составляет примерно 40% от толщины оболочки. Как и следовало ожидать, деформации в



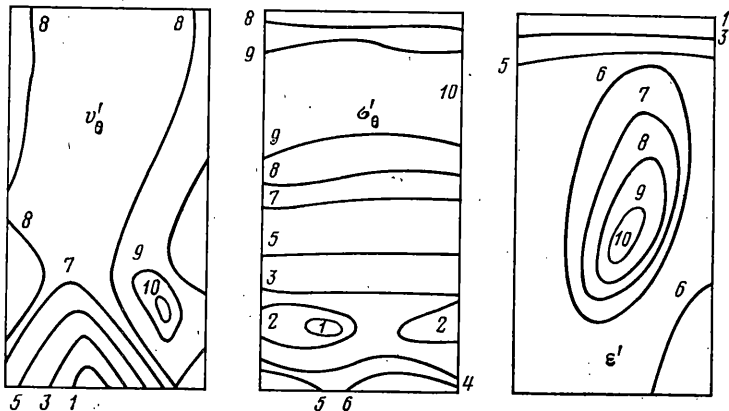
Фиг. 2



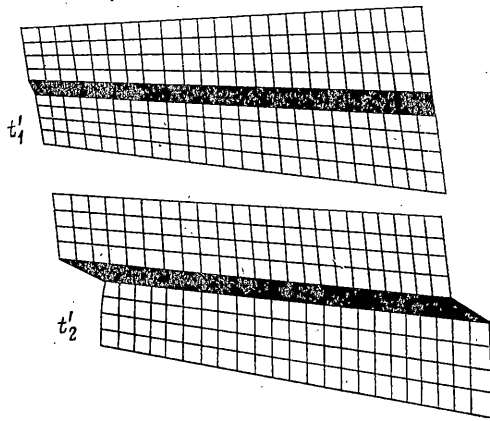
Фиг. 3

основном локализируются в окрестности слоя пониженной прочности. Слой пониженной прочности везде показан сплошной темной полосой, время t' является безразмерной переменной, которая определяется как $t' = tD/(b_0 - \delta_0)$, где D — скорость распространения фронта детонационной волны (в расчетах принималось $D = 8000$ м/с).

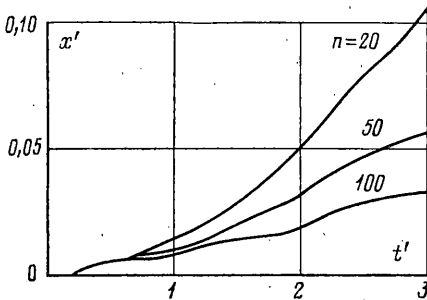
На фиг. 3 приведена конфигурация расчетной области в окрестности жидкого слоя с первоначальной длиной в четверть толщины оболочки ($y' = 0,25$) для оболочки, содержащей 40 слоев, в момент времени $t' = 3,176$, соответствующий началу четвертой пульсации оболочки. Относительное смещение x' здесь соответствует примерно 7%. Для этого же расчетного варианта и момента времени на фиг. 4 показана



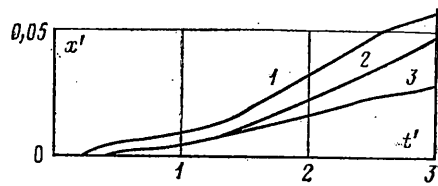
Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7

ны в лагранжевых координатах изолинии тангенциальной скорости v_{θ}' , компоненты тензора напряжений σ_{θ}' и плотности внутренней энергии ε' . Все величины рассчитывались в безразмерных переменных ($v_{\theta}' = v_{\theta}/D$, $\sigma_{\theta}' = \sigma_{\theta}/(\rho_0 D^2)$, $\varepsilon' = \varepsilon/(\rho_0 D^2)$, где ρ_0 — начальная плотность газа). При этом изолиния 1 каждой величины соответствует ее минимуму, изолиния 10 — максимуму величины, а значение величины увеличивается прямо пропорционально порядковому номеру соответствующей изолинии.

На фиг. 4 v_{θ}' изменяется от $-0,0149$ до $0,0057$, σ_{θ}' и ε' соответственно, от $-0,0455$ до $0,0147$ и от 0 до $0,0705$. Слой пониженной прочности концентрирует энергию в окрестности своей вершины, т. е. ведет себя в этом смысле аналогично разрезу или трещине в механике разрушения.

Поведение цилиндра несколько изменяется в случае, когда жидкий слой распространен на всю толщину оболочки. На фиг. 5 представлена конфигурация расчетной области для случая оболочки с 40 жидкими слоями. Первый момент времени ($t_1' = 1,000$) соответствует примерно окончанию первой пульсации оболочки, второй ($t_2' = 2,800$) — окончанию третьей пульсации. Видно, что при таком длинном слое пониженной прочности смещаются друг относительно друга не только элементы среды, расположенные в окрестности внутренней поверхности, как это характерно для более коротких слоев, но и соседние элементы внешней поверхности также начинают смещаться друг относительно друга вдоль жидкого слоя. При этом на сравнительно ранней стадии процесса наличие в оболочке даже сквозных жидких слоев практически не возмущает напряжение σ_{θ}' в тангенциальном направлении. Несмотря на то что вершина жидкого слоя совпадает с внешней поверхностью оболочки, локальный максимум плотности внутренней энергии совпадает примерно с серединой жидкого слоя в момент времени $t_1' = 1,000$. При $t_2' = 2,800$ для слоя, пересекающего всю оболочку, локализация энергии вообще отсутствует в отличие от слоев меньшей длины, для которых локальный максимум энергии всегда примерно совпадает с вершиной слоя. Характерно также, что если слой пониженной прочности существенно возмущает в тангенциальном направлении поля скоростей, деформаций и плотности внутренней энергии, то на поле σ_{θ}' этот слой влияет сравнительно слабо.

Величина x' (радиальная проекция относительного смещения точек внутренней поверхности вдоль жидкого слоя) может рассматриваться в первом приближении как радиальная проекция длины трещины сдвига, отнесенная к начальной толщине стенки цилиндра x/δ_0 . Величина x' зависит от времени t' , но также и от числа слоев пониженной прочности, их относительной длины y' , а также от относи-

тельной прочности слоя Y' . Зависимость x' от других параметров в работе не исследовалась. Расчеты проводились при $\delta_d = 1/8$, $G = 81$ ГПа, $Y_0 = 1$ ГПа, $\rho_0 = 1,7$ г/см³, $D = 8000$ м/с, $\gamma_0 = 7,85$ г/см³, где γ_0 — начальная плотность материала цилиндра (цилиндр стальной).

На фиг. 6 показана зависимость x' от времени t' для систем из 20, 50 и 100 жидких слоев ($Y' = 0$, относительная длина слоев $y' = 0,25$). Относительная длина трещин сдвига x' на протяжении первой половины первой пульсации оболочки практически не зависит от числа слоев n , далее же растет тем быстрее, чем меньше n . Аналогично ведет себя система n одинаковых трещин отрыва, равномерно распределенных в цилиндре, при сходных условиях нагружения¹. Как в случае разрушения сдвигом, так и отрывом, это объясняется тем, что чем ближе расположены трещины (чем больше n), тем в большей степени они влияют друг на друга, создавая вокруг себя частично или полностью разруженные области. Зависимостью скорости распространения трещин сдвига от их числа можно, в частности, объяснить наличие большого количества коротких трещин сдвига на внутренней поверхности оболочки или ее фрагментов [1]. При очень большом числе зародившихся в начальный момент трещин сдвига распространение их происходит крайне медленно, и к моменту полного разрушения оболочки средняя длина трещин сдвига, расположенных в окрестности внутренней поверхности, остается сравнительно малой. Полное разрушение цилиндрических оболочек при импульсном нагружении может происходить или независимо от образовавшейся на внутренней поверхности системы сдвиговых трещин посредством механизма разрушения отрывом, или посредством сдвига, а также посредством смешанного механизма [4].

На фиг. 7 представлено сравнение трех кривых зависимости x' от времени t' при следующих параметрах систем слоев пониженной прочности: для всех трех кривых $n = 50$, для кривой 1 — $Y' = 0$, $y' = 0,25$, для кривой 2 — $Y' = 0,5$, $y' = 0,25$, для кривой 3 — $Y' = 0$, $y' = 0,05$. Кривые 1 и 3 отличаются только относительной длиной жидкого слоя. Сравнивая их между собой, можно прийти к заключению, что скорость распространения фронта разрушения сдвигом увеличивается с увеличением длины слоя пониженной прочности. В свою очередь, кривые 1 и 2 отличаются только относительной прочностью слоя — для кривой 2 Y' больше, а значение x' в любой момент времени меньше, чем для системы жидких слоев.

Таким образом, моделирование разрушения сдвигом при импульсном нагружении посредством задания в цилиндре системы тонких слоев пониженной прочности дает картину, качественно сходную с экспериментальной [1]. При этом оказывается, что слой пониженной прочности, как и трещина, концентрирует энергию в окрестности своей вершины, т. е. в этом плане является моделью трещины.

Относительное смещение точек внутренней поверхности вдоль слоя пониженной прочности, трактуемое здесь как длина трещины сдвига, увеличивается при увеличении относительной длины слоя и уменьшении числа слоев в системе, а также относительной прочности слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Одинцов В. А., Чудов Л. А.* Расширение и разрушение оболочек под действием продуктов детонации. — В кн.: Проблемы динамики упруго-пластических сред. М.: Мир, 1975, с. 85—154.
2. *Staker M. R.* On adiabatic shear band determination by surface observation. — *Scr. Met.*, 1980, vol. 14, No. 6, p. 677—680.
3. *Bedford A. J., Wingrove A. L., Thompson K. R. L.* The phenomenon of adiabatic shear deformation. — *J. Austral. Inst. Metals*, 1974, vol. 19, No. 1, p. 61—73.
4. *Recht R. F.* Catastrophic thermoplastic shear. — *Trans. ASME. Ser. E.—J. Appl. Mech.*, 1964, vol. 31, No. 2, p. 189—193.
5. *Thornton P. A., Heiser F. A.* Observation on adiabatic shear zones in explosively loaded thick-wall cylinders. — *Met. Trans.*, 1974, vol. 2, No. 5, p. 1496—1499.
6. *Колобанова А. Е., Одинцов В. А., Чудов Л. А.* Распространение трещины в цилиндре, нагруженном взрывом. — *Изв. АН СССР. МТТ*, 1982, № 1, с. 138—149.
7. *Кестенбойм Х. С., Росляков Г. С., Чудов Л. А.* Точечный взрыв. Методы расчета. Таблицы. М.: Наука, 1974. 255 с.

Москва

Получила в редакцию
21.XI.1984

¹ См.: *Колобанова А. Е., Одинцов В. А., Чудов Л. А.* Распространение системы трещин в цилиндре при импульсном нагружении. — Препринт Ин-та проблем механики АН СССР. М., 1981, № 184. 44 с.