МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 · 1985

УДК 539.375

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ (K_{Ic}) ПРЕСНОВОДНОГО ЛЬДА

ДАНИЛЕНКО В. И.

Изучение закономерностей разрушения льда связано с необходимостью определения характеристик трещиностойкости льда, важнейшей из которых является трещиностойкость по отношению к нормальному отрыву K_{Ic} [1] [1]. В публикуемой работе для определения энергии разрушения и трещиностойкости (K_{Ic}) пресноводных монокристаллического (тип А1) и столбчатозернистого (тип А4) льдов используется модель разрушения анизотропной линейно-упругой среды с гексагональной симметрией строения [2]. Оценки в рамках модели удовлетворительно согласуются с полученными автором экспериментальными зависимостями трещиностойкости (K_{Ic}) льдов исследованных типов от температуры и ориентации начальной трещины. Определены границы области применимости модели.

1. Модель разрушения монокристаллического льда.

1. *Основные предположения.* Рассмотрим разрушение анизотропного линейно-упругого материала, которое начинается около трещинообразных дефектов, вызывающих критическую концентрацию напряжений на краю трещины. Условие разрушения в рамках энергетического подхода механики разрушения определим как достижение скоростью высвобождения энергии деформации сопротивления материала продвижению трещины. Для квазихрупкого материала основным компонентом в этом сопротивлении является энергия новых поверхностей, определяемая через работу межатомных сил сцепления в вершине трещины. Предположим, что радиус действия межатомных сил сцепления ограничен ближайшими атомами, т. е. поперечный и продольный размеры критического элемента разрушения имеют порядок расстояний между соответствующими кристаллографическими плоскостями. Тогда оказывается возможным получить аналитические выражения для параметров распространения трещин определенных ориентаций в гексагональной кристаллической структуре через модули упругой жесткости материала и поперечный размер критического элемента разрушения.

2. *Математическое описание модели разрушения гексагональной структуры.* Оценим условие распространения моделируемой разрезом плоской трещины в анизотропном линейно-упругом теле, размеры которого много больше характерного размера трещины $2a$. Введем связанную с трещиной систему координат x_i, в которой трещина задается координатами $|x_1|<a$, $x_2=0$, $|x_3|<\infty$ (фиг. 1); кристаллографическую систему координат, в которой плоскость трещины задается индексами Миллера (hkl), обозначим X_i.

Предположим, что тело относительно оси x_2 нагружено симметрично.

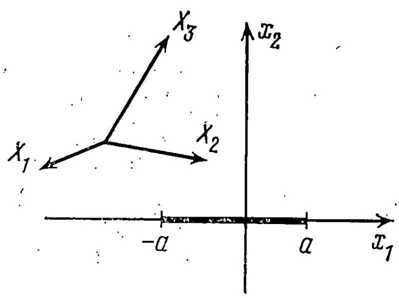
Обозначим относительное смещение берегов трещины через Δu_i. Пред-

[1] См. *Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М.* Механика разрушения ледяного покрова.– Препринт Ин-та проблем механики АН СССР. М., 1982, № 200. 72 с. *Даниленко В. И.* Экспериментальное исследование трещиностойкости (K_{Ic}) пресноводных и распресненных льдов различных структурных видов. М., 1984.– 26 с. Деп. в ВИНИТИ 29.04.84; № 2803–84.

ставим напряженное состояние тела в виде суперпозиции двух полей напряжений, одно из которых соответствует сплошному телу под действием заданных нагрузок, а второе — телу с разрезом под действием только приложенных на берегах разреза нагрузок — $\sigma_{i2}(x_1)$, равных по величине и противонаправленных напряжениям, возникающим на месте разреза в первой задаче. Тогда изменение энергии деформации тела вследствие образования трещины равно [3]:

$$W=-\frac{1}{2}\int_{-a}^{a}\sigma_{i2}(x_1)\cdot\Delta u_i\cdot dx_1 \tag{1.1}$$

С учетом выражений для смещения берегов Δu_i из [4] изменение энергии W запишется в связанной с трещиной полярной системе координат (r, θ) с началом в центре трещины через усредненные напряжения на берегах разреза



Фиг. 1

$$T_i(r)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2}\sigma_{i2}(r\cdot\sin\theta)\cdot(1+\sin\theta)\cdot d\theta \tag{1.2}$$

в виде

$$W=\frac{\pi}{2}B_{ij}\int_{-a}^{a}T_i(r)\cdot T_j(r)\cdot|r|\cdot dr \tag{1.3}$$

где B_{ij} — тензор упругой податливости, зависящий от модулей жесткости c_{ij} материала и ориентации трещины в кристаллографической системе координат X_i.

При однородном нагружении $T_i(r)=\sigma_{i2}$ и $W=-{}^1/{}_2\pi a^2B_{ij}\sigma_{i2}\sigma_{j2}$. Отсюда скорость высвобождения энергии деформации

$$G=-\partial W/\partial a=\pi aB_{ij}\sigma_{i2}\sigma_{j2} \tag{1.4}$$

и условие квазихрупкого распространения трещины в предположении справедливости энергетического подхода механики разрушения в анизотропном случае имеет вид $G\geqslant 4\gamma$, где γ — поверхностная энергия в плоскости трещины. С учетом (1.4) условие квазихрупкого разрушения можно представить в виде

$$B_{ij}\sigma_{i2}{}^*\sigma_{j2}{}^*\geqslant 4\gamma/(\pi a_*) \tag{1.5}$$

где $\sigma_{i2}{}^*$ — величины критических напряжений.

Полагая, что трещина распространяется в своей плоскости (hkl), можно определить поверхностную энергию разрушения через соответствующую работу межатомных сил сцепления. В случае, когда радиус действия этих сил ограничен соседними атомами, т. е. продольный и поперечный размеры критического элемента разрушения равняются межатомным расстояниям соответственно в плоскости трещины и поперек этой плоскости, имеем согласно [5]

$$\gamma=(2/\pi)^2c_{22}'d_{hkl} \tag{1.6}$$

где c_{22}' — приведенный к плоскости трещины (hkl) модуль жесткости c_{22}, а d_{hkl} — межплоскостное расстояние.

Более сложным в общем случае представляется анализ тензора упругой податливости B_{ij}. Однако, когда среда в связанной с трещиной системе координат является ортотропной (или имеет более высокий порядок симметрии), $B_{ij}=0$ при $i\neq j$ [6]. В случае, когда симметрия является гексагональной [7]:

$$\frac{1}{B_{22}}=(\lambda^2c_{33}+c_{13})\cdot\left[\frac{c_{44}\cdot(\lambda^2c_{33}-c_{13})}{c_{11}\cdot(\lambda^2c_{33}+c_{13}+2c_{44})}\right]^{1/2} \tag{1.7}$$

$$1/B_{11}=\lambda^2/B_{22},\qquad 1/B_{33}=[1/2\cdot(c_{11}-c_{12})\cdot c_{44}]^{1/2},\qquad \lambda^2=(c_{11}/c_{33})^{1/2}$$

Уравнения (1.6) и (1.7) определяют все параметры, которые входят в условие разрушения (1.5), кроме критической полудлины трещины a_*. Например, для разрушения вида I:

$$\sigma_{22}^*=[4\gamma/(\pi a_* B_{22})]^{1/2} \tag{1.8}$$

Формула (1.8) позволяет получить выражения σ_{22}^* для разрушения, происходящего, в частности, по характерным кристаллографическим плоскостям кристалла льда. Как известно [8], в структуре льда атомы кислорода сконцентрированы вблизи так называемых базисных плоскостей, перпендикулярных главной оси гексагональной решетки (c-оси). Кроме того, в самих базисных плоскостях можно выделить направления $[11\bar{2}0]$, в которых параллельно вторичным осям решетки расположены плотноупакованные ряды атомов кислорода, а также промежуточные направления $[10\bar{1}0]$.

Из (1.8) имеем для трещины в базисной плоскости $\sigma_{22}^*=[4\gamma^{(b)}/(\pi a_* B_{22})]^{1/2}$, для параллельной c-оси трещины в призматической (например, $\langle 11\bar{2}0\rangle$ или $\langle 10\bar{1}0\rangle$) плоскости $\sigma_{22}^*=[4\gamma^{(p)}/(\pi a_* B_{11})]^{1/2}$ и для перпендикулярной c-оси трещины в призматической плоскости $\sigma_{22}^*=[4\gamma^{(p)}/(\pi a_* B_{33})]^{1/2}$, где $\gamma^{(b)}$ и $\gamma^{(p)}$ — поверхностные энергии в базисной и соответствующей призматической плоскостях.

Трещиностойкость K_{Ic} рассматриваемого тела определяется через модули податливости s_{ij} в виде [9]:

$$K_{\mathrm{Ic}}=\left(\frac{2E\gamma}{1-\nu^2}\right)^{1/2},\qquad E=\frac{1}{s_{11}},\qquad \nu=-\frac{s_{12}}{s_{11}} \tag{1.9}$$

Таким образом, уравнения (1.8) и (1.9) позволяют определить критические напряжения и трещиностойкость (K_{Ic}) льда через модули жесткости и параметры кристаллической решетки материала.

2. Экспериментальное определение трещиностойкости (K_{Ic}) пресноводного льда.

1. *Исследование типа льда.* В качестве объекта исследования был выбран пресноводный лед типа А1, отличающийся крупными размерами монокристаллических блоков и вертикальным направлением c-осей, и типа А4, отличающийся волокнистой текстурой, характерным увеличением поперечных размеров кристаллов по толщине ледяного покрова и горизонтальной ориентацией c-осей [10]. Тип льда, ориентация и размеры кристаллов определялись при вращении шлифов льда в поляризованном свете. Размеры монокристаллических блоков льда типа А1 составляли не менее 10 см с угловой разориентацией соседних блоков не более 10°. В образцах льда типа А4 горизонтальный размер кристаллов изменялся по толщине ледяного покрова (около 8 см) от 1—2 мм в верхней части до 8—10 мм на нижней поверхности.

2. *Методика определения трещиностойкости (K_{Ic}) льда.* Использовалась модифицированная методика определения трещиностойкости (K_{Ic}) при внецентренном растяжении компактного прямоугольного образца с боковым надрезом сосредоточенными силами, приложенными к берегам надреза. Более подробно эта методика описана в [1].

Образцы вырезались из намороженных ледяных пластин одноручной или ленточной пилой; размеры (в см) их изменялись от 1,5×1,5×2,0 до 8×8×12. Упоры для нагружающих захватов глубиной и шириной около 0,5 см вырезались ленточной пилой.

Начальная краевая трещина имитировалась надрезом ленточной пилой с шириной полотна около 1 мм; вершина надреза формировалась скальпелем. Длина надреза составляла около половины ширины образца. В образцах льда типа A1 вершина надреза находилась в центральной части монокристаллического блока, так что по крайней мере в начале распространения трещина развивалась в монокристаллическом льду.

Исследовались образцы со следующими ориентациями начальных надрезов относительно выделенных направлений анизотропии: для льда типа A1 — в базисной плоскости, по направлению c-оси и с фронтом, параллельным c-оси; для льда типа A4 — вдоль и поперек удлиненных кристаллов льда.

Нагружение образцов производилось с помощью электропривода. Время до разрушения определялось по записанным в процессе испытания временным разверткам нагрузки. Скорость нагружения льда в вершине трещины $\dot{K}_{\mathrm{I}}$ составляла от 0,1 до 1,0 $с^{-1}$.

Испытания проводились в холодном помещении и в холодильной камере при температурах от 0° C до −20° C.

3. *Вид разрушения.* Во всех испытаниях излом имел хрупкий характер. В образцах льда типа A1 во всем интервале температур и в образцах льда типа A4 при температурах ниже −4° C происходило транскристаллитное разрушение. Поверхность разрушения напоминала излом силикатного стекла.

Во всех испытаниях нагрузка практически линейно возрастала до момента разрушения и резко уменьшалась до нуля после разрушения.

Эти факты свидетельствуют о квазихрупком режиме разрушения льда при данных условиях испытаний, что позволяет использовать при анализе результатов методы линейной механики разрушения.

3. Параметры разрушения пресноводного льда (типы A1 и A4).

1. *Экспериментальные данные.* В зависимости от условий испытаний трещиностойкость (K_{Ic}) пресноводного льда типов A1 и A4 изменялась в пределах 180—440 кН/м$^{3/2}$ и 110—320 кН/м$^{3/2}$ соответственно, что согласуется с данными работы [1]. Среднеквадратичный разброс отдельных значений не превышал 30% средней величины.

В исследуемом диапазоне условий испытаний трещиностойкость льда слабо зависела от скорости деформирования.

Приведенные в табл. 1 экспериментальные данные свидетельствуют о слабой зависимости K_{Ic} монокристаллического льда от ориентации начального надреза (1 — надрез в базисной плоскости, 2 — фронт надреза совпадает с направлением c-оси, 3 — надрез параллелен c-оси).

Трещиностойкость монокристаллического льда возрастала при понижении температуры от 0 до −20° C (кривая *2* фиг. 2 соответствует усредненным по ориентациям начального надреза значениям K_{Ic} при данной температуре).

Экспериментальные значения K_{Ic} столбчатозернистого льда типа A4 приведены на фиг. 3 (кривые *2*, *3* и *4* соответствуют результатам испытаний образцов со средним поперечным размером d зерна около 3, 5 и 8 мм). Видно, что температурная зависимость трещиностойкости льда типа A4 аналогична соответствующей зависимости K_{Ic} монокристаллического льда, но при температурах ниже −5° C выражена заметно слабее. Кроме того, K_{Ic} столбчатозернистого льда возрастает при увеличении среднего поперечного размера зерна.

2. *Оценка K_{Ic} в рамках модели.* Используя экспериментальные значения модулей упругой жесткости пресноводного монокристаллического льда при 0, −10 и −15° C [11] по формуле (1.6) с учетом температурных зависимостей параметров решетки льда при температурах от 0 до −180° C [12], получим приведенные в табл. 2 значения поверхностных энергий разрушения в базисной и призматических $\langle 11\bar{2}0\rangle$ и $\langle 10\bar{1}0\rangle$ плоскостях. Видно, что энергия межатомного сцепления соседних кристаллографических плоскостей льда даже вблизи точки плавления много больше

Таблица 1

Плоскость надреза	0° C	—10° C	—15° C
1	202±34	336±94	414±85
2	147±28	335±50	439±72
3	184±31	318±40	460±150
Среднее	180±40	330±90	440±150

Таблица 2

Плоскость трещины	0° C		—10° C		—15° C	
	γ	K_{Ic}	γ	K_{Ic}	γ	K_{Ic}
⟨0001⟩	3,9±0,4	220±20	4,8±0,5	290±30	5,0±0,5	330±30
⟨11$\bar{2}$0⟩	3,6±0,4	210±20	4,4±0,4	270±30	4,9±0,5	310±30
⟨10$\bar{1}$0⟩	3,1±0,3	200±20	3,8±0,4	260±30	4,2±0,4	290±30

не только энергии межзеренных границ (около 0,065 Дж/м^2 [13]), но и энергии границы раздела «воздух — лед» (около 0,105 Дж/м^2 [13]).

Вычисленные по формуле (1.9) с учетом погрешности определения c_{ij} [11] значения K_{Ic} монокристаллического льда приведены в табл. 2 и на фиг. 2, 3 (кривые *1*). Сравнение их с экспериментальными данными показывает, что предлагаемая модель удовлетворительно описывает трещиностойкость монокристаллического льда и столбчатозернистого льда с $d\geqslant 5$ мм. В частности, в диапазоне температур от 0 до —15° С подтверждаются сделанные выше выводы относительно слабой зависимости K_{Ic} льда от ориентации начальной трещины и возрастания K_{Ic} с понижением температуры. С учетом слабого роста $|c_{ij}|$ при понижении температуры от 0 до —140° С [14] можно предположить, что эти выводы верны в более широком диапазоне температур. Однако правомерность подобных предположений нуждается в экспериментальном подтверждении.

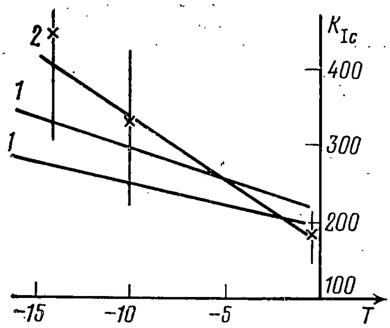
Вычисление в рамках модели предельного напряжения σ_{22}^* осложняется необходимостью определения характерного размера a_*, вызывающего разрушение трещиноподобного дефекта. Решая обратную задачу — определяя согласно формуле (1.8) a_*, например, для $\sigma^*\sim 1$ МПа, получим около 0,4 мм, что согласуется с размером включений в монокристаллическом льде [9].

4. Область применимости модели. Представленная выше модель соответствует квазихрупкому режиму разрушения. Для оценки области ее применимости рассмотрим растяжение поликристаллического агрегата с плоской трещиной, ограниченной размером d зерна. Критическое напряжение квазихрупкого распространения такой трещины вида I имеет вид $\sigma^*=K_{Ic}Yd^{-1/2}$, где Y — тарировочный множитель порядка единицы.

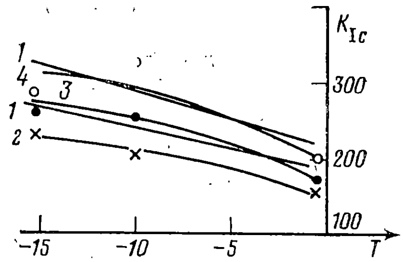
Поскольку напряжение текучести поликристаллического льда $\sigma_Y=\sigma_i+k_Yd^{-1/2}$, где σ_i и k_Y — экспериментально определяемые величины (при —10° С и $\dot\varepsilon=2{,}1\cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$, σ_i=0,8 МПа и k_Y=0,097 МПа·м$^{-1/2}$ [15]), то критерий перехода от пластического деформирования к хрупкому запишется в виде

$$K_{Ic}Yd^{-1/2}=\sigma_i+k_Yd^{-1/2} \qquad (4.1)$$

Если скорость неупругой деформации связать с напряжением σ_i выражением $\dot\varepsilon=A\sigma^n\exp[-W_a/(kT)]$, где A и n — постоянные, W_a — энергия



Фиг. 2



Фиг. 3

активации и k — постоянная Больцмана, то переходная скорость $\dot{\varepsilon}_*$ от неупругого разрушения к хрупкому запишется

$$\dot{\varepsilon}_* = A\left(\frac{K_{Ic}Y - k_Y}{d^{1/2}}\right)^n \exp\left(-\frac{W_a}{kT}\right) \qquad (4.2)$$

Используя значения A, n и W_a из [15], получим, что при температуре $-10°$ С для $d=1$ мм имеем $\dot{\varepsilon}_* = 2\cdot10^{-4}$ с$^{-1}$, а для $d=10$ мм — $\dot{\varepsilon}_* = 10^{-5}$ с$^{-1}$. Эти значения удовлетворительно согласуются с экспериментально полученной величиной $\dot{\varepsilon}_* \sim 10^{-4}$ с$^{-1}$ для растяжения образцов поликристаллического льда с $d \sim 0{,}7$ мм при $-7°$ С [16], что подтверждает достоверность проводимых оценок.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гольдштейн Р. В., Осипенко Н. М.* Механика разрушения и некоторые вопросы разрушения льда.— В кн.: Механика и физика льда. М.: Наука, 1982, с. 65—94.
2. *Yoo N. H.* The elastic energy of slit cracks in hexagonal crystals.— Scripta Metallurgica, 1979, v. 13, No. 2, p. 131—136.
3. *Билби Б., Эшелби Дж.* Дислокации и теория разрушения.— В кн.: Разрушение. Т. 1. / Под ред. Г. Либовица. М.: Мир, 1973, с. 112—209.
4. *Stroh A. N.* Dislocations and cracks in anisotropic elasticity.— Philos. Mag., Eigth ser., 1958, v. 3, No. 30, p. 625—646.
5. *Macmillan N. H., Kelly A.* On the relationship between ideal tensile strength and surface energy.— Mater. Sci. Engng, 1972, v. 10, No. 3, p. 139—143.
6. *Chou Y. T., Young H. C.* The energy of a slit cracks in an orthotropic medium.— Scripta Metallurgica, 1974, v. 8, No. 1, p. 71—74.
7. *Savin M. M., Chernov V. M., Strokova A. M.* Energy factor of dislocation in hexagonal crystals.— Phys. Status Sol. (a), 1976, v. 35, No. 2, p. 747—754.
8. *Уикс У. Ф., Ассур А.* Разрушение озерного и морского льда.— В кн.: Разрушение. Т. 7. Ч. 1. / Под ред. Г. Либовица. М.: Мир, 1976, с. 513—623.
9. *Парис П., Си Дж.* Анализ напряженного состояния около трещин.— В кн.: Прикладные вопросы вязкости разрушения. М.: Мир, 1967, с. 64—142.
10. *Черепанов Н. В.* Классификация льдов природных водоемов.— В кн.: Строение и физико-механические свойства льда.— Тр. Арктического и Антарктического н.-и. ин-та, 1976, вып. 331, с. 77—99.
11. *Богородский В. В.* Упругие модули кристалла льда.— Акуст. ж., 1964, т. 10, вып. 2, с. 152—155.
12. *Lonsdale D. K.* The structure of ice.— Proc. Roy. Soc., A, 1958, v. 247, No. 1251, p. 424—434.
13. *Ketcham W. M., Hobbs P. V.* An experimental determination of the surface energies of ice.— Philos. Mag., 1969, v. 19, No. 162, p. 1161—1173.
14. *Dantl G.* Elastic moduli of ice.— In: Physics of ice. Proc. Internat. Symp. of Physics of Ice. N. Y.: Plenum Press, 1969, p. 223—230.
15. *Mugurumа J.* Effects of surface condition on the mechanical properties of ice crystals.— Appl. Phys., 1969, v. 2, No. 2, p. 1517—1525.
16. *Hawkes I., Mellor M.* Deformation and fracture of ice under uniaxial stress.— J. Glac., 1972, v. 11, No. 61, p. 103—131.

Москва

Поступила в редакцию
15.XI.1984