

УДК 531.383

АНАЛИЗ ПОГРЕШНОСТЕЙ  
ГИРОМАЯТНИКОВОГО СТАБИЛИЗАТОРА ГРАВИМЕТРА

БОЧАРОВ А. Ф., КОСТРОВ А. В., РИВКИН С. С.

Исследуются погрешности гравиметра, установленного на гиросмаятниковом стабилизаторе при различных характеристиках стабилизатора и действующих возмущений. В качестве возмущения рассмотрено случайное горизонтальное ускорение места установки гравиметра, обусловленное орбитальным движением и качкой объекта. Выявлены условия уменьшения суммарной систематической погрешности второго порядка.

1. Современные гравиметры при использовании на подвижных объектах устанавливаются на гиросtabilизированных платформах. Погрешности платформы вызывают погрешность гравитационных измерений. Рассмотрим механизм возникновения этой погрешности и пути ее уменьшения.

Установленный на гиросtabilизированной платформе гравиметр измеряет проекцию кажущегося ускорения на его ось чувствительности [1]:

$$a_z = (g_0 + \Delta g + w_z) \cos \alpha \cos \beta + w_x \sin \alpha \cos \beta + w_y \sin \beta \quad (1.1)$$

Здесь  $g_0 + \Delta g$  — ускорение силы тяжести,  $\alpha$ ,  $\beta$  — отклонения платформы от плоскости горизонта,  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$  — горизонтальные и вертикальная составляющие ускорения места установки гравиметра. Приблизительно (1.1) записывается в виде

$$a_z \approx g_0 + \Delta g + w_z^0 - \frac{1}{2} (g_0 + \Delta g + w_z) (\alpha^2 + \beta^2) + w_x \alpha + w_y \beta \quad (1.2)$$

Если гравиметром производятся относительные измерения, т. е. определяется приращение ускорения силы тяжести  $\Delta g$  относительно расчетного значения  $g_0$ , соответствующего данной точке земной поверхности, то в выражении (1.2)  $\Delta g$  является полезным сигналом, все остальные слагаемые — помехи, которые должны подавляться, при этом  $g_0$  компенсируется.

Вертикальная составляющая ускорения места установки гравиметра  $w_z$  обусловлена качкой объекта, переносным движением и вибрацией основания. Погрешность из-за переносного движения равна [1]:  $w_z^0 = -v^2/R - 2Uv \sin K \cos \varphi$ , где  $v$  — скорость объекта относительно Земли,  $R$ ,  $U$  — радиус и угловая скорость вращения Земли соответственно,  $K$  — курс объекта,  $\varphi$  — широта места измерения. Эта погрешность вычисляется и исключается из показаний гравиметра (поправка Этвеша). Влияние на показания ускорений вибрации и качки объекта по оси чувствительности гравиметра ослабляется последующей фильтрацией выходного сигнала [2].

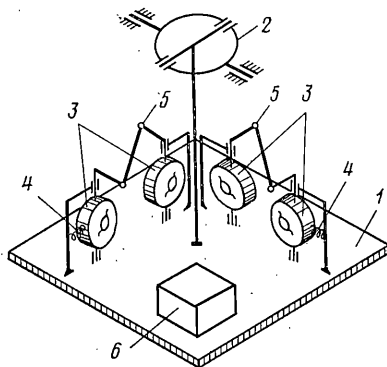
Погрешность, обусловленная неидеальной стабилизацией гравиметра относительно вертикали, зависит от свойств как возмущения (горизонтальных ускорений  $w_x$  и  $w_y$ ), так и погрешности стабилизации. Среднее значение этой погрешности на основании (1.2) определяется выражением [3]:

$$\langle \delta g \rangle = M[a_z - g_0 - w_z^0] - \Delta g = \int_{-\infty}^{\infty} S_{w_x}(\omega) \operatorname{Re} \Phi_{w_x}^{\alpha}(j\omega) d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} S_{w_y}(\omega) \operatorname{Re} \Phi_{w_y}^{\beta}(j\omega) d\omega - \frac{1}{2} g_0 (D[\alpha] + D[\beta]) \quad (1.3)$$

Здесь  $M[\ ]$  — операция математического ожидания,  $S_{w_\xi}(\omega)$ ,  $S_{w_\eta}(\omega)$  — спектральные плотности процессов  $w_\xi(t)$  и  $w_\eta(t)$  соответственно,  $\Phi_{w_\xi}^\alpha(j\omega) = \alpha(j\omega)/w_\xi(j\omega)$  и  $\Phi_{w_\eta}^\beta(j\omega) = \beta(j\omega)/w_\eta(j\omega)$  — частотные характеристики каналов стабилизации гиросtabilизированной платформы,  $\text{Re } \Phi(j\omega)$  — действительная часть функции  $\Phi(j\omega)$ ,  $D[\alpha]$ ,  $D[\beta]$  — дисперсии углов  $\alpha$  и  $\beta$  соответственно. Поскольку среднее значение  $\langle \delta g \rangle$  не подавляется фильтрами, его необходимо уменьшать путем формирования соответствующих свойств платформы.

2. В практике гравиметрических исследований широкое применение нашли гиromаятниковые стабилизаторы. Схема такого стабилизатора представлена на фиг. 1, где: 1 — платформа, 2 — подвес, 3 — гироблоки, 4 — упругие и демпфирующие связи, 5 — антипараллелограммы, 6 — гравиметр. Уравнения движения гиromаятникового стабилизатора по одному из каналов имеют вид [4, 5]:

$$\begin{aligned} A\alpha'' + C\alpha' + mgl\alpha + 2H\delta &= mlw_\xi \\ 2J\delta'' + F\delta' + G\delta - 2H\alpha' &= 2Hu_\eta \end{aligned} \quad (2.1)$$



Фиг. 1

Здесь  $A$ ,  $J$  — моменты инерции платформы и гироблока соответственно,  $H$  — кинетический момент гироскопа,  $C$ ,  $F$  — коэффициенты демпфирования в подвесе платформы и гироблоков соответственно,  $mgl$  — маятниковость платформы,  $G$  — жесткость упругих связей между гироблоком и платформой,  $\delta$  — угол поворота гироблока относительно платформы,  $u_\eta$  — составляющая переносной угловой скорости основания. Передаточная функция данного канала с учетом (2.1) приводится к виду

$$\Phi_{w_\xi}^\alpha(p) = \frac{\alpha(p)}{w_\xi(p)} = \frac{1}{g} \frac{d_0 p^2 + d_1 p + 1}{c_0 p^4 + c_1 p^3 + c_2 p^2 + c_3 p + 1} \quad (2.2)$$

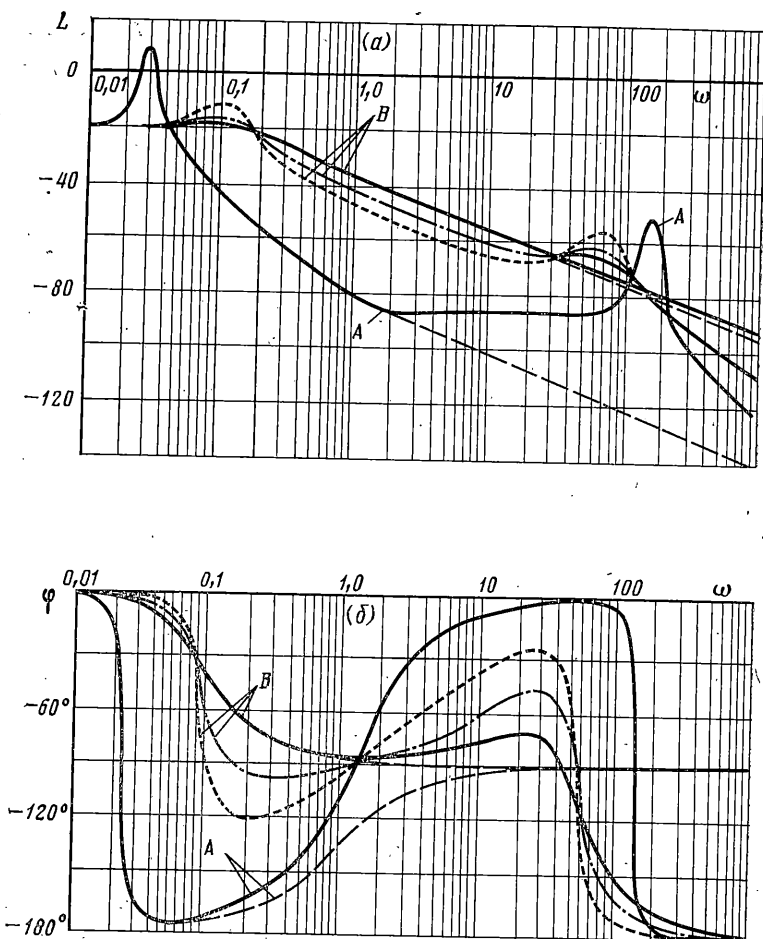
Коэффициенты в (2.2) определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} c_0 &= \frac{2AJ}{Gmgl}, & c_1 &= \frac{2JC + AF}{Gmgl}, & c_2 &= \frac{2J}{G} + \frac{FC + AG + 4H^2}{Gmgl} \\ c_3 &= \frac{F}{G} + \frac{C}{mgl}, & d_0 &= \frac{2J}{G}, & d_1 &= \frac{F}{G} \end{aligned}$$

и имеют размерности соответственно:  $[c_0] = c^4$ ,  $[c_1] = c^3$ ,  $[c_2] = c^2$ ,  $[c_3] = c$ ,  $[d_0] = c^2$ ,  $[d_1] = c$ .

Далее рассматриваются два характерных типа гиromаятниковых стабилизаторов: А — с относительно слабым демпфированием, В — с сильным демпфированием [4, 5]. Для указанных типов стабилизаторов ниже принимаются следующие значения коэффициентов в (2.2):

	$c_0$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$d_0$	$d_1$
А	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$5,32 \cdot 10^{-2}$	1200	0,506	0,12	0,5
В	$1,86 \cdot 10^{-2}$	1,25	90,2	12,925	0,192	12,925



Фиг. 2

Для упрощенных расчетов вместо (2.2) применяется передаточная функция

$$\Phi_{w_{\xi}}^{\alpha p}(p) = \frac{1}{g} \frac{d_1 p + 1}{a_2 p^2 + a_3 p + 1}, \quad a_2 = \frac{4H^2}{RmgI} \quad (2.3)$$

которая представляет собой модель только прецессионного движения стабилизатора. Дальше оценивается допустимость такого упрощения.

Для стабилизаторов типов А и В по выражениям (2.2) и (2.3) построены логарифмические частотные характеристики канала стабилизации (фиг. 2). На фиг. 2, а представлены амплитудно-частотные  $L(\omega)$  (в Дб), на фиг. 2, б — фазочастотные характеристики  $\varphi(\omega)$  (в град), частота имеет размерность  $\text{с}^{-1}$ . Штриховые линии отражают прецессионную модель (2.3), все характеристики отмечены индексами, соответствующими типу стабилизатора. При этом для стабилизатора типа В частотные характеристики построены как для номинального значения коэффициента демпфирования в подвесе гироскопов  $F=0,168 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$  (сплошные линии), так и для значений  $F=0,1 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$  (штрихпунктирные линии) и  $F=0,05 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$  (пунктирные линии). Видно, что амплитудно-частотные характеристики  $L(\omega)$  прецессионной и полной моделей стабилизаторов типа В в диапазоне существенных частот качки ( $\omega < 20 \text{ с}^{-1}$ ) практически не различаются. Это позволяет

рассчитывать дисперсию погрешности стабилизации, обусловленной горизонтальными ускорениями качки

$$D[\alpha] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{w_{\xi}}(\omega) |\Phi_{w_{\xi}}^{\alpha}(j\omega)|^2 d\omega \quad (2.4)$$

по прецессионной модели. Фазочастотные характеристики  $\varphi(\omega) = \arg \Phi(j\omega)$  моделей (2.2) и (2.3) стабилизаторов типа В отличаются уже с частот порядка  $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$ , из-за чего при расчетах по выражению (1.3) систематической погрешности  $\langle \delta g \rangle$  использование прецессионной модели недопустимо, поскольку в диапазоне частот качки  $\text{Re } \Phi_{w_{\xi}}^{\alpha}(j\omega)$  существенно отличается от  $\text{Re } \Phi_{w_{\xi}}^{\alpha p}(j\omega)$ .

Для стабилизаторов типа А указанные различия еще более заметны.

3. Горизонтальное ускорение  $w_{\xi}$  места установки гравиметра на судне можно записать в виде [6]:

$$w_{\xi} = \eta'' + z\theta'' \quad (3.1)$$

Здесь  $\eta''$  — горизонтальное ускорение орбитального движения,  $\theta''$  — угловое ускорение бортовой качки,  $z$  — координата места установки гравиметра относительно центра качания судна. Поскольку бортовая качка и орбитальное движение являются некоррелированными стационарными случайными процессами, то спектральная плотность возмущения имеет вид ( $D[\eta'']$ ,  $\mu_{\eta}$ ,  $\lambda_{\eta}$ ,  $D[\theta'']$ ,  $\mu_{\theta}$ ,  $\lambda_{\theta}$  — параметры):

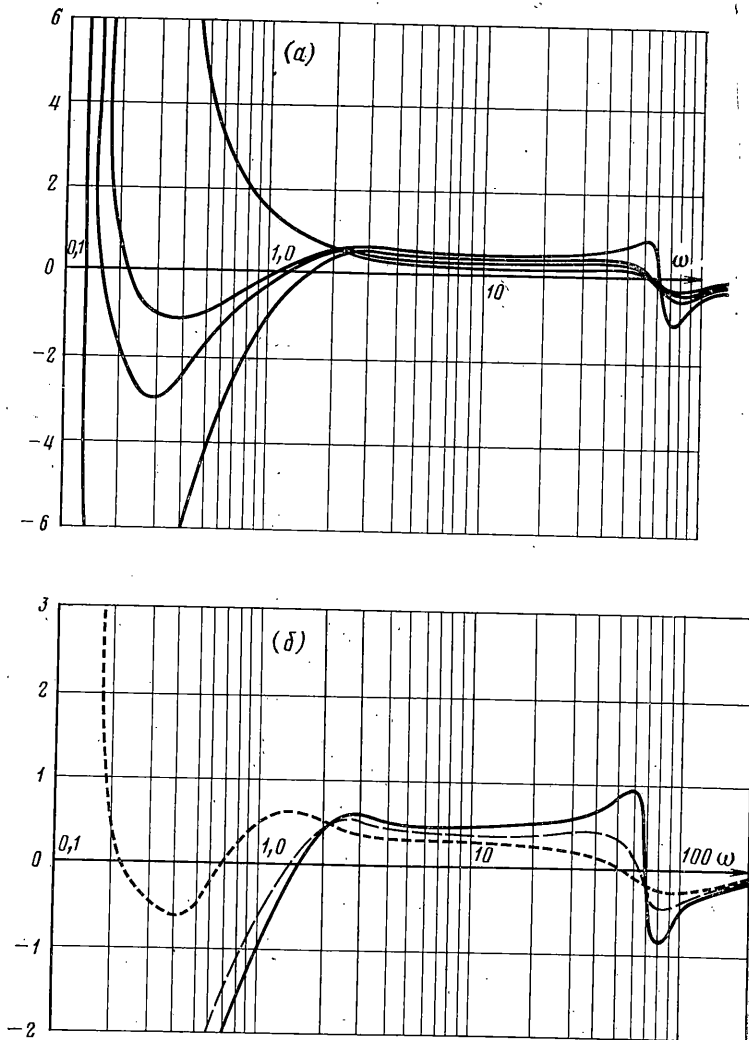
$$S_{w_{\xi}}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{4D[\eta'']\mu_{\eta}b_{\eta}^2\omega^2}{\omega^4 + 2a_{\eta}\omega^2 + b_{\eta}^4} + \frac{4D[\theta'']\mu_{\theta}b_{\theta}^2z^2\omega^4}{\omega^4 + 2a_{\theta}\omega^2 + b_{\theta}^4} \right)$$

$$a_i = \mu_i^2 - \lambda_i^2, \quad b_i^2 = \mu_i^2 + \lambda_i^2 \quad (i = \eta, \theta). \quad (3.2)$$

По выражениям (2.2)–(2.4) и (3.2) выполнены расчеты с применением таблиц интегралов [3] для рассматриваемых вариантов гиросаятниковых стабилизаторов при следующих значениях параметров возмущающего воздействия:  $D[\eta''] = 0,04 \text{ м}^2\text{с}^{-2}$ ,  $\lambda_{\eta} = 1 \text{ с}^{-1}$ ,  $\mu_{\eta} = 0,1 \text{ с}^{-1}$ ,  $D[\theta''] = 0,00487$ ,  $\lambda_{\theta} = 0,785 \text{ с}^{-1}$ ,  $\mu_{\theta} = 0,05 \text{ с}^{-1}$ ,  $z = 3 \text{ м}$ . При этом для стабилизатора типа В было принято только номинальное значение коэффициента  $F = 0,168 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$ . Результаты расчетов представлены ниже, структура  $\sigma_{\alpha}^2 = \sigma_{\alpha_0}^2 + \sigma_{\alpha_k}^2$  соответствует подстановке выражения (3.2) в (2.4), размерность составляющих дисперсии —  $(\text{рад})^2$ ; в скобках даны соответствующие значения корня квадратного в угловых минутах.

Как видно, подтверждаются сделанные на основании частотных характеристик выводы об условиях применения упрощенных моделей гиросаятниковых стабилизаторов. Видно также, что в этих условиях стабилизатор типа А имеет значительно более высокую точность.

	А		
	$\sigma_{\alpha_0}^2 (\sigma_{\alpha_0})$	$\sigma_{\alpha_k}^2 (\sigma_{\alpha_k})$	$\sigma_{\alpha}^2 (\sigma_{\alpha})$
Модель (2.3)	$6,93 \cdot 10^{-8} (0,9)$	$5,2 \cdot 10^{-10} (0,08)$	$6,98 \cdot 10^{-8} (0,9)$
Модель (2.2)	$13,7 \cdot 10^{-8} (1,27)$	$5,8 \cdot 10^{-9} (0,26)$	$1,43 \cdot 10^{-7} (1,3)$
	В		
	$\sigma_{\alpha_0}^2 (\sigma_{\alpha_0})$	$\sigma_{\alpha_k}^2 (\sigma_{\alpha_k})$	$\sigma_{\alpha}^2 (\sigma_{\alpha})$
Модель (2.3)	$8,55 \cdot 10^{-6} (10,05)$	$5,85 \cdot 10^{-6} (8,31)$	$0,14 \cdot 10^{-4} (13)$
Модель (2.2)	$8,56 \cdot 10^{-6} (10,06)$	$5,84 \cdot 10^{-6} (8,31)$	$0,14 \cdot 10^{-4} (13)$



Фиг. 3

При анализе систематической погрешности  $\langle \delta g_\alpha \rangle$ , вызванной динамическими погрешностями стабилизации только по каналу  $\alpha$ , выражение (1.3) принимает вид

$$\langle \delta g_\alpha \rangle = \langle \delta g_H \rangle + \langle \delta g_B \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} S_{w_\xi}(\omega) \operatorname{Re} \Phi_{w_\xi}^\alpha(j\omega) d\omega - \frac{g_0}{2} D[\alpha] \quad (3.3)$$

Составляющая  $\langle \delta g_H \rangle$ , называемая в гравиметрии поправкой Гэрисона, рассчитывается по (3.3) с учетом (2.2) и (3.2) с использованием упомянутых выше таблиц интегралов [3], поскольку для дробно-рациональной частотной характеристики  $\Phi(j\omega) = (a+bj)(c+dj)^{-1}$  модуль и вещественная часть имеют табличную структуру:

$$|\Phi(j\omega)| = (a^2+b^2)(c^2+d^2)^{-1}, \quad \operatorname{Re} \Phi(j\omega) = (ac+bd)(c^2+d^2)^{-1}$$

Составляющая  $\langle \delta g_B \rangle = -1/2 g_0 D[\alpha]$ , называемая поправкой Броуна, определяется значениями  $\sigma_\alpha^2 = D[\alpha]$ , приведенными выше.

Для стабилизатора типа В с  $F=0,168 \text{ Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}$  и для указанных параметров воздействий  $\langle \delta g_H \rangle = 6,95 \cdot 10^{-5} \text{ мс}^{-2}$ ,  $\langle \delta g_B \rangle = -6,87 \cdot 10^{-5} \text{ мс}^{-2}$ , т. е. состав-

ляющие систематической погрешности в значительной мере взаимно компенсируются, тогда  $\langle \delta g_a \rangle = 8 \cdot 10^{-7} \text{ мс}^{-2} = 0,08 \text{ мГал}$ . Такое значение систематической погрешности бывает допустимо даже в прецизионных измерениях, поскольку среднее значение изменения  $g$  в средних широтах имеет порядок 0,8 мГал/км [7].

Влияние демпфирования в осях подвеса гироблоков и частоты возмущающего горизонтального ускорения на величину систематической погрешности  $\langle \delta g_a \rangle$  иллюстрируется анализом стабилизатора типа В при гармонической качке. В этих условиях выражение (3.3) принимает вид

$$\begin{aligned} \langle \delta g_a \rangle &= \langle \delta g_H \rangle + \langle \delta g_B \rangle = \\ &= 1/2 W_0^2 |\Phi(j\omega)|^2 \cos \arg \Phi(j\omega) - \\ &\quad - 1/4 g_0 W_0^2 |\Phi(j\omega)|^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Здесь  $W_0$ ,  $\omega$  — амплитуда и частота горизонтального ускорения качки. По выражению (3.4) в зависимости от частоты  $\omega$  построены графики нормированных функций:  $2W_0^{-2} \cdot 10^3 \langle \delta g_H \rangle$  — фиг. 3, а и  $2W_0^{-2} \cdot 10^3 \langle \delta g_a \rangle$  — фиг. 3, б. Кривые отмечены индексами в соответствии с принятыми значениями коэффициента  $F$  (Н·м·с): 1 — 0,168, 2 — 0,125, 3 — 0,1, 4 — 0,05. Как видно, при принятом номинальном демпфировании среднее значение  $\langle \delta g_a \rangle = \langle \delta g_H \rangle + \langle \delta g_B \rangle$  в достаточно широком диапазоне частот является весьма малым при значениях  $\langle \delta g_H \rangle$  и  $\langle \delta g_B \rangle$ , имеющих порядок единиц мГал. Это обусловлено их взаимной компенсацией, поскольку как погрешности собственно гиросtabilизатора (поправка Броуна), так и погрешности, обусловленные совместным влиянием погрешностей стабилизации и горизонтальных ускорений (поправка Гаррисона) для гиросмаятникового стабилизатора имеют механическую природу, что является физической основой их взаимной компенсации.

Таким образом, систематические погрешности гравитационных измерений, обусловленные погрешностями стабилизации второго приближения, при использовании гиросмаятникового стабилизатора могут быть достаточно малыми. При выполнении съемочных работ обычно не предполагается маневрирование объекта-носителя, баллистические погрешности стабилизатора практически отсутствуют и исследуемые систематические погрешности становятся доминирующими.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ривкин С. С. Определение линейных скоростей и ускорений качки корабля инерционным методом. Л.: Центр. н.-и. ин-т «Румб» 1980: ч. 1. 113 с; ч. 2. 132 с.
2. Береза А. Д., Костров А. В., Ривкин С. С. Исследование методов фильтрации при гравиметрических измерениях. — В кн.: Физико-техническая гравиметрия (аппаратура и методы измерений). М.: Наука, 1982, с. 61–88.
3. Лившиц Н. А., Пугачёв В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. Т. 1. М.: Сов. радио, 1963. 896 с.
4. Пантелеев В. Л. Основы морской гравиметрии. М.: Недра, 1983. 256 с.
5. Стабилизация морского гравиметра. М.: Наука, 1978. 79 с.
6. Ривкин С. С. Стабилизация измерительных устройств на качающемся основании. М.: Наука, 1978. 320 с.
7. Железняк Л. К., Измайлов Ю. П., Марков Г. С., Попов Е. И. Опыт проведения площадных съемок морскими гравиметрами. М.: Наука, 1976. 104 с.

Ленинград, Пермь

Поступила в редакцию  
19.XII.1983