УДК 539.3:534.1

УДАР СОСТАВНОГО СТЕРЖНЯ О ЖЕСТКУЮ ПРЕГРАДУ

БРИГАДИРОВ Г. В., ТОЛОКОННИКОВ Л. А.

Картина распространения упругопластических волн в однородном стержне при ударе о жесткую преграду впервые дана в [1]. В публикуемой работе, используя аналитические решения задач [2, 3], проводится анализ распространения волн в стержне, состоящем из двух однородных участков, на границе которых жесткости могут изменяться скачком.

1. Механическое поведение многих элементов конструкций моделируется как удар стержня о неподвижную преграду. В частности, для практики интересным является случай удара о жесткую преграду кусочно-однородного стержня, в котором выделяются два участка. При этом предполагается, что первый из участков, воспринимающих удар, может оказаться не только в упругом, но и в упругопластическом состоянии, а второй участок – только в упругом состоянии. Стержень движется со скоростью v, удар нормальный.

Обозначим: a_i и a_{si} – скорости распространения упругих и пластических возмущений, E_i – модуль Юнга, ε_{si} – деформационный предел текучести, l_i и s_i – длина и площадь поперечного сечения i-го участка стержня, x – координата вдоль оси стержня и положим $v_{si}=a_i\varepsilon_{si}$, $\tau_i=l_ia_i^{-1}$, $\alpha=a_{s1}a_1^{-1}$, $k=E_2s_2a_1(E_1s_1a_2)^{-1}$.

Будем предполагать $v>v_{s1}$. В этом случае в сечениях первого участка стержня в момент $t=xa_1^{-1}$ распространяется волна предельных упругих деформаций, а в момент $t=xa_{s1}^{-1}$ пластическая волна интенсивности $a_{s1}^{-1}(v-v_{s1})-\varepsilon_{s1}$. Используя решения упругой задачи [2], можно показать, что волна предельных упругих деформаций, отражаясь от границы участков, имеет интенсивность $(1-k)(k+\alpha)^{-1}\alpha^{-1}\varepsilon_{s1}-\varepsilon_{s1}$.

Если параметры участков стержня таковы, что $k<1$, отраженная волна будет волной разгрузки, если же $k>1$, отраженная волна будет пластической.

В [3] получено полуаналитическое решение задачи упругопластического удара составного стержня о жесткую преграду. Физические соотношения определялись схемой Прандтля с упрочнением и линейным законом разгрузки. Процесс деформирования при этом разбивался на три этапа: упругий, упрочнения, разгрузки. В начальный момент времени перемещения точек стержня отсутствуют. Скорости всюду, за исключением контактирующего торца, совпадают со скоростью удара стержня. Скорость контактирующего сечения равна нулю. Начальными условиями для этапов упрочнения и разгрузки являются перемещения и скорости на фронтах волн предельных упругих деформаций и разгрузки. Граничными условиями для всего процесса деформирования являются отсутствие перемещений ударяемого торца стержня и напряжений на свободном конце, а также условия непрерывности перемещений и усилий на границе участков. Процесс удара заканчивается, когда контактные напряжения обращаются в нуль. На каждом этапе для решения задачи применялись преобразования Лапласа. Обратные преобразования выполнялись по методике, изложенной в [2].

Для оценки полученных результатов проведено сравнение с численным решением, выполненным на ЭВМ методом конечных разностей. Для числового примера были приняты следующие значения параметров: $v=15$ м/с, $l_1=1{,}47$ м, $l_2=1{,}38$ м, $s_1=6{,}46\cdot10^{-3}$ м^2, $s_2=1{,}147\cdot10^{-2}$ м^2, $a_1=1565$ м/с, $a_2=2085$ м/с, $\alpha=0{,}2$, $k=1{,}333$, $\varepsilon_{s1}=\varepsilon_{s2}=4{,}3\cdot10^{-3}$, $E_1=E_2=7\cdot10^{10}$ Па, $E_{s1}=2{,}56\cdot10^9$ Па.

На фиг. 1, 2 представлены графики изменения во времени контактных напряжений и напряжений на границе участков. Численное решение, показанное сплошными линиями, достаточно полно описывает скачкообразное изменение напряжений, вызванное действием падающих и многократно отраженных волн.

Используя аналитические выражения для деформаций первого и второго участков стержня на всех этапах процесса деформирования, приведенные в [3], проведем анализ распространения упругопластических волн и параметров нагружения для рассматриваемого процесса удара.

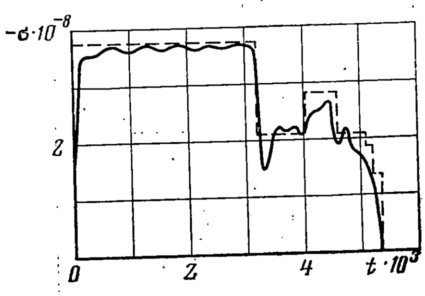
При этом ограничимся рассмотрением случая, имеющего практическое использование, когда в центральной части первого участка стержня не развиваются пластические деформации.

2. Рассмотрим случай $k<1$. Отраженная от границы участков волна разгрузки, встречая пластическую волну, распространяющуюся от ударяемого торца, образует стационарный фронт разрыва по деформациям $x_0=2l_1\alpha(1+\alpha)^{-1}$. Первый участок стержня в этом случае состоит из двух зон: зоны пластических деформаций $0\leqslant x\leqslant x_0$ и зоны упругих деформаций.

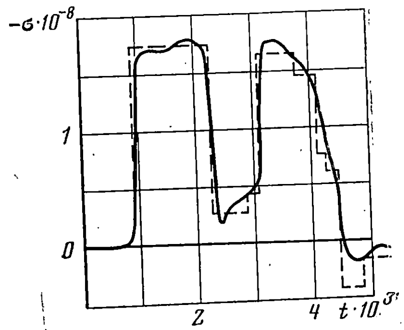
Картина распространения упругопластических волн в стержне представлена на фиг. 3. Условие отсутствия пластических деформаций в зоне $x_0\leqslant x\leqslant l_1$ имеет вид

$$vv_{s1}^{-1}\leqslant1-2(k-1)(k+1)^{-1}(1+\alpha)^{-1} \tag{2.1}$$

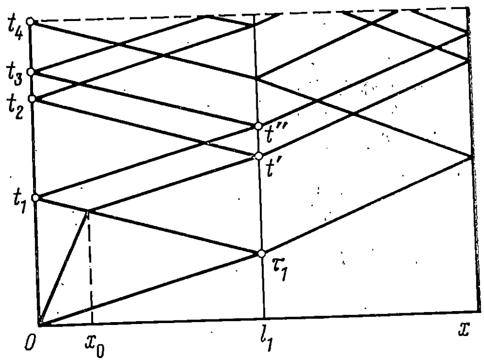
На фиг. 4 линия *5* является верхней границей области изменения параметров процесса удара, соответствующих условию (2.1). На фиг. 3 видно, что продолжительность удара в рассматриваемом случае, в зависимости от соотношения парамет-



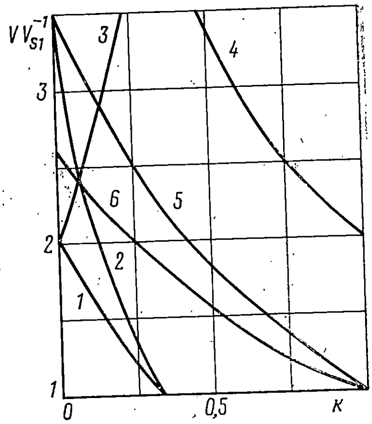
Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

ров τ_i, соответствует одному из моментов времени t_n ($n=1$, 2, 3, 4). Области изменения параметров удара, соответствующие этим значениям, на фиг. 4 ограничены сверху линиями *1*, *2*, *3*, *4*.

Приведенные результаты для случая однородного стержня ($k=0$) согласуются с результатами [1].

По окончании удара на первом участке стержня имеется одна зона остаточных деформаций интенсивностью $\varepsilon_0=(a_1\alpha)^{-1}(1-\alpha^2)(v_{s1}-v)$. В момент времени τ_1 второй участок стержня будет деформироваться упруго при условии

$$v_{s2}>v_{s1}2(k+1)^{-1} \tag{2.2}$$

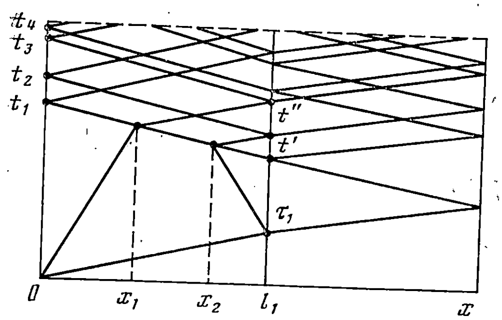
Если стержень выполнен из одного материала, в случае упругопластического деформирования первого участка второй участок будет испытывать пластические деформации всегда.

Если параметры удара определяются областью, ограниченной сверху линией *1* на фиг. 4, то условие упругого деформирования второго участка стержня не зависит от скорости удара.

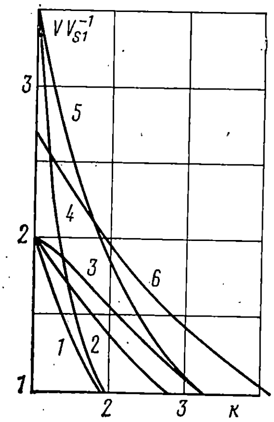
В момент времени t' и t'' второй участок стержня будет в упругом состоянии, если параметры удара удовлетворяют условиям $v_{s2}>v_{s1}(1-\alpha)(k+1)^{-1}+v(1+\alpha)\times(k+1)^{-1}$ и $v_{s2}>v_{s1}2(k+1)^{-1}[(k-1)(k+1)^{-1}+vv_{s1}^{-1}]$.

3. Рассмотрим случай $k>1$. В этом случае от границы участков отражается пластическая волна. От свободного торца стержня отражается волна разгрузки. Догоняя пластическую волну, она образует стационарный фронт разрыва по деформациям в сечении $x_2=l_1-2l_2a_1a_2^{-1}\alpha(1-\alpha)$. Встретив пластическую волну, распространяющуюся от ударяемого торца, она образует другой стационарный фронт разрыва в сечении $x_1=2\alpha(1+\alpha)^{-1}(l_1+a_1a_2^{-1}l_2)$.

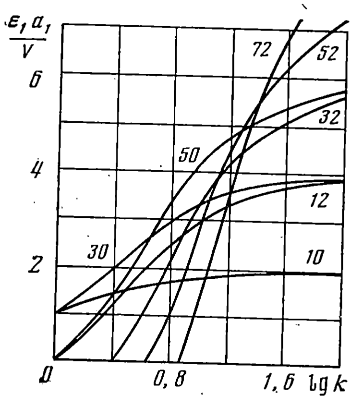
Картина распространения упругопластических волн в стержне в предположении $x_2>x_1$ показана на фиг. 5, из которой следует, что окончание удара, в зависимости от характеристик участков стержня и скорости удара, возможно в один из моментов времени t_n ($n=1$, 2, 3, 4). На фиг. 6 области изменения параметров удара, соответствующие этим моментам времени, ограничены сверху линиями *1*, *2*, *3*, *4* соответственно.



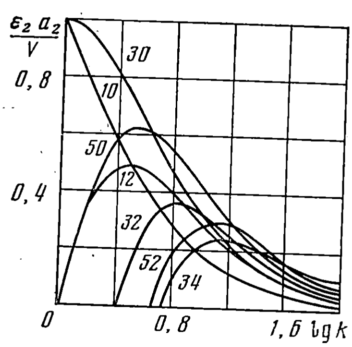
Фиг. 5



Фиг. 6



Фиг. 7



Фиг. 8

Отсутствие повторных пластических деформаций в сечениях $0 \leqslant x \leqslant x_1$ приводит к условию

$$vv_{s1}^{-1} \leqslant 1+2k(1+\alpha)(k^2-\alpha^2)^{-1}-(k-1)(k-\alpha)^{-1} \tag{3.1}$$

а в сечениях $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$:

$$vv_{s1}^{-1} \leqslant 1+4k(k+1)^{-1}(k+\alpha)^{-1}-2(k-1)^2[(k+1)(k+\alpha)(1+\alpha)]^{-1} \tag{3.2}$$

Области изменения параметров удара, соответствующие условиям (3.1) и (3.2), на фиг. 6 ограничены сверху линиями *5* и *6*.

Для однородного стержня ($k=1$) полученные результаты по-прежнему согласуются с результатами из [1].

По окончании удара на первом участке стержня в сечениях $0 \leqslant x \leqslant x_1$ имеют место остаточные деформации $\varepsilon_1=(v_{s1}-v)(1-\alpha^2)(a_1\alpha)^{-1}$, а в сечениях $x_2 \leqslant x \leqslant l_1$ – деформации $\varepsilon_2=\varepsilon_{s1}(1-k)(1-\alpha^2)[\alpha(k+\alpha)]^{-1}$. Остаточные деформации на участке $x_2 \leqslant x \leqslant l_1$ не зависят от скорости удара, а определяются лишь соотношением характеристик участков стержня.

Второй участок стержня в момент τ_1 будет деформироваться упруго, если

$$v_{s2} > v_{s1}(1+\alpha)(k+\alpha)^{-1} \tag{3.3}$$

Из соотношения (3.3) следует, что развитие пластических деформаций на втором участке стержня в этот момент не зависит от скорости удара. В последующие моменты времени эта связь проявляется. Например, в момент $t''=3\tau_1+2(\tau_2-x_1a_1^{-1})$ условие упругого деформирования второго участка стержня будет $v_{s2} > v_{s1}2(k-1)\times(k+1)^{-1}(k+\alpha)^{-1}+(1+\alpha)(k+1)^{-1}(v-v_{s1})$. Аналогичное условие может быть получено и для момента t'. Можно построить области изменения параметров процесса удара, обеспечивающих упругое деформирование второго участка стержня, подобно фиг. 4 и 6.

4. Если $v<v_{s1}$, то по первому участку стержня начнет распространяться волна упругих деформаций. Пластические деформации на первом участке стержня возникнут в сечении $x=l_1$ при $k>1$. Момент возникновения и интенсивности этих деформаций определяются параметрами v, k и τ_i.

Используя выражения для деформаций, приведенные в [2], можно построить графики изменения деформаций первого участка стержня в сечении $x=l_1$ в зависимости от k для различных соотношений параметров τ_i. Для примера на фиг. 7 представлены такие графики для случая $\tau_1 \leqslant \tau_2 \leqslant 1{,}5\tau_1$. Для различных моментов времени $t_{pq}=p\tau_1+q\tau_2$ эти графики представляют семейство кривых, огибающая которых является верхней границей области изменения параметров процесса удара, при которых первый участок деформируется упруго.

Деформирование второго участка стержня в момент прихода упругой волны будет упругим при выполнении условия (2.2).

Для $k<1$ выполнение этого условия гарантирует упругое деформирование второго участка стержня и в последующие моменты времени.

Для случая $k>1$ на фиг. 8 представлены кривые изменения деформаций второго участка стержня в сечении $x=l_1$ в зависимости от k для того же значения соотношения параметров τ_i. Огибающая этих кривых является верхней границей области изменения параметров процесса удара, удовлетворяющих условию упругого деформирования второго участка стержня. Числа у кривых на фиг. 7 и 8 соответствуют индексу момента времени t_{pq}.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ленский В. С.* Об упругопластическом ударе стержня о жесткую преграду.– ПММ, 1949, т. 13, вып. 2, с. 165–170.
2. *Аверин В. В., Бригадиров Г. В.* Упругий удар составного стержня.– Прикл. механика, 1980, т. 16, № 2, с. 95–101.
3. *Бригадиров Г. В., Аверин В. В.* Упругопластический удар неоднородного стержня.– В кн.: Исследования в области пластичности и обработки металлов давлением. Тула: Изд-е Тульск. политехн. ин-та, 1980, с. 45–52.

Тула

Поступила в редакцию 17.V.1984

Технический редактор *Т. В. Скворцова*

Сдано в набор 05.06.85 Подписано к печати 02.08.85 Т-14868 Формат бумаги 70×108¹/₁₆
Высокая печать Усл. печ. л. 16,8 Усл. кр.-отт. 24,6 тыс. Уч.-изд. л. 18,0 Бум. л. 6,0
Тираж 1451 экз. Зак. 1467

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука», 103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21

2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Шубинский пер., 6