

УДК 539.3:539.377

## ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ И ТЕРМОУПРУГОСТЬ ОБОЛОЧЕК С ТЕПЛОПРОНИЦАЕМЫМ РАЗРЕЗОМ

ГОЛЬЦЕВ А. С., ШЕВЧЕНКО В. П.

Задачи теплопроводности и термоупругости для пластин, содержащих теплоизолированные, теплопроницаемые и теплопроводящие разрезы, изучены в [1]. Аналогичные задачи в теории оболочек рассматривались лишь для теплоизолированных разрезов [2]<sup>1</sup>. При этом в задачах термоупругости не учитывался теплообмен с внешней средой и использовались уравнения теплопроводности для пластин [2].

В публикуемой работе при помощи теории обобщенных функций и двумерного преобразования Фурье разработан метод решения задач теплопроводности и термоупругости для изотропных оболочек произвольной гауссовой кривизны, содержащих произвольно ориентированный теплопроницаемый разрез. Предполагается линейное распределение температуры по толщине оболочки и учитывается теплообмен с внешней средой согласно закону Ньютона. Исследовано влияние теплопроницаемости разреза на величину возмущенного температурного поля и на коэффициенты интенсивности усилий и моментов. Полученные результаты сопоставлены с известными данными для оболочек с теплоизолированным разрезом.

1. Рассмотрим тонкую изотропную оболочку постоянной толщины  $2h$ , ослабленную произвольно ориентированным теплопроницаемым разрезом  $L$  (фиг. 1). Оболочка отнесена к ортогональной системе криволинейных координат  $x_i$  ( $i=1, 2, 3$ ), направленных, соответственно, по линиям главных кривизн срединной поверхности и по нормали к ней.

Компоненты термоупругого состояния оболочки с разрезом  $H(x_1, x_2)$  представим в виде суммы двух слагаемых  $H(x_1, x_2) = H^o(x_1, x_2) + H^*(x_1, x_2)$ , где  $H^*(x_1, x_2)$  и  $H^o(x_1, x_2)$  — компоненты возмущенного термоупругого состояния, вызванного наличием разреза, и термоупругого состояния в сплошной оболочке. Для нахождения функций  $H^*(x_1, x_2)$  используем уравнения состояний с большим показателем изменчивости [2, 3], которые совпадают с уравнениями теории пологих оболочек.

Задачу теплопроводности решаем в предположении линейного распределения температуры  $T(x_1, x_2, x_3)$  по толщине оболочки

$$T(x_1, x_2, x_3) = T_1(x_1, x_2) + (x_3/h)T_2(x_1, x_2)$$

$$T_1 = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h T dx_3, \quad T_2 = \frac{3}{2h^2} \int_{-h}^h x_3 T dx_3$$

При этом интегральные характеристики температуры  $T_1, T_2$  удовлетворяют следующим уравнениям [4]:

$$\begin{aligned} h^2 \Delta T_1 - \mu_1 T_1 - \mu_2^* T_2 &= -(\mu_1 t_1 + \mu_2 t_2) \\ h^2 \Delta T_2 - 3(1 + \mu_1) T_2 - 3\mu_2^* T_1 &= -3(\mu_1 t_2 + \mu_2 t_1) \\ \Delta &= \partial^2 / \partial x_1^2 + \partial^2 / \partial x_2^2, \quad \mu_{1,2} = 1/2 (Bi^+ \pm Bi^-) \\ \mu_2^* &= \mu_2^{-1/2} h (k_1 + k_2), \quad t_{1,2} = 1/2 (t_c^+ \pm t_c^-) \end{aligned} \quad (1.1)$$

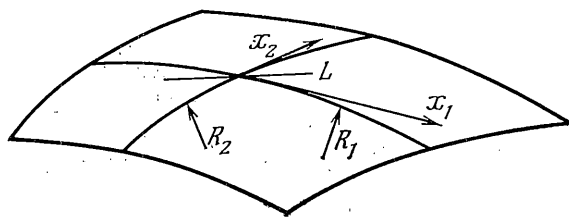
<sup>1</sup> См. также: *Осадчук В. А.* Задача теплопроводности для оболочек с разрезами. Минск, 1980.—13 с. Деп. в ВИНТИ 07.12.79; № 209-80.

где  $Bi^+$ ,  $Bi^-$ ,  $t_c^+$ ,  $t_c^-$  — критерий Био и температура среды на поверхностях  $x_3 = \pm h$ ,  $k_1 = 1/R_1$ ,  $k_2 = 1/R_2$  — главные кривизны. Уравнения (1.1) учитывают теплообмен оболочки с окружающей средой, который совершается по закону Ньютона.

Граничные условия для задачи теплопроводности получим исходя из расчетной модели теплового контакта берегов разреза, которая принята в [1]. Записывая общие условия сопряжения через тонкий промежуточный слой [5] с учетом принятых предположений и переходя к интегральным величинам  $T_1$  и  $T_2$ , граничные условия для теплопроницаемого разреза представим в виде

$$\lambda_0 (\partial T_i(s)/\partial n)^\pm - \lambda_n (T_i^+(s) - T_i^-(s)) = 0 \quad (s \in L) \quad (i=1, 2) \quad (1.2)$$

Здесь  $\lambda_0$  — коэффициент теплопроводности материала оболочки,  $\lambda_n$  — коэффициент теплопроницаемости, характеризующий теплопроводность



Фиг. 1

разреза в поперечном направлении [1],  $s$  — координата точки срединной поверхности, принадлежащая  $L$ ,  $n$  — внешняя нормаль к линии разреза; знаками плюс и минус обозначены предельные значения функций справа и слева от  $L$ .

Для полного решения задачи термоупругости кроме уравнений теплопроводности (1.1) следует использовать уравнения равновесия пологих оболочек, соотношения упругости и соотношения, связывающие деформации и перемещения [4]. При этом граничные условия на линии разреза запишем следующим образом:

$$N_n^\pm(s) = S_{nt}^\pm(s) = M_n^\pm(s) = Q_n^\pm(s) = 0 \quad (s \in L) \quad (1.3)$$

где  $N_n$ ,  $S_{nt}$  — нормальное и касательное усилия,  $M_n$ ,  $Q_n$  — изгибающий момент и обобщенная перерезывающая сила. Условия (1.3) имеют место в случае отсутствия контакта между берегами разреза.

2. Рассматриваемые задачи сведем к системам сингулярных интегральных уравнений. Для этого применим двумерное преобразование Фурье к уравнениям теплопроводности и термоупругости пологих оболочек, используя теорию обобщенных функций. В частности, производные будем определять из соотношений [6]:

$$\partial H / \partial x_j = \{ \partial H / \partial x_j \}^h + n_j \delta_l [H] \quad (j=1, 2)$$

а трансформанты Фурье производных — по формуле

$$F \left\{ \frac{\partial H}{\partial x_j} \right\} = (-i \xi_j) F \{ H \} + \frac{1}{2\pi L} \int n_j [H] \exp(i \xi_p x_p') \bar{d}L \quad (j, p=1, 2)$$

где  $\{ \partial H / \partial x_j \}^h$  — классическая производная функции  $H$ ,  $[H] = H^+ - H^-$  — скачок функции  $H$  при переходе через линию  $L$ ,  $n_j$  — направляющие косинусы нормали к линии разреза,  $\delta_l$  — дельта-функция, сосредоточенная на линии разреза,  $\xi_j$  — переменные в пространстве трансформант,  $x_p'$  — координаты точки на линии  $L$ .

Трансформанты интегральных характеристик температуры, их производных и внутренних силовых величин  $P_k$  имеют следующий вид:

$$F\{T_m\} = F\{T_m^\circ\} + \int_L A_{mn}^* [T_n] \exp(i\xi_p x_p') dL \quad (m, n, p=1, 2) \quad (2.1)$$

$$F\left\{\frac{\partial T_m}{\partial x_j}\right\} = F\left\{\frac{\partial T_m^\circ}{\partial x_j}\right\} + \int_L \left\{E_j^* \frac{\partial [T_m]}{\partial s} + \right. \quad (2.2)$$

$$\left. + B_{mjn}^* [T_n]\right\} \exp(i\xi_p x_p') dL \quad (m, j, n, p=1, 2)$$

$$F\{P_k\} = F\{P_k^\circ\} + \int_L \left\{D_{k1}^* [u_1] + D_{k2}^* [u_2] + \right. \quad (2.3)$$

$$+ D_{k3}^* [u_3] + D_{k4}^* \left[\frac{\partial u_3}{\partial x_1}\right] + D_{k5}^* \left[\frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right] + D_{k6}^* [T_1] +$$

$$\left. + D_{k7}^* [T_2] + W_{kl}^* [P_l]\right\} \exp(i\xi_p x_p') dL \quad (p=1, 2; k, l=1, 2, \dots, 8)$$

Здесь  $A_{mn}^*$ ,  $E_j^*$ ,  $B_{mjn}^*$ ,  $D_{kr}^*$ ,  $W_{kl}^*$  — трансформанты ядер, причем функции  $D_{kr}^*$  ( $r=1, 2, \dots, 5$ ) имеют такой же вид, как и в случае силовой задачи [7],  $u_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) — перемещения вдоль координатных осей. Интегральные члены в (2.1)–(2.3) определяют компоненты возмущенного термоупругого состояния оболочки с разрезом.

Вводя новые неизвестные функции

$$\psi_1 = [T_1], \quad \psi_2 = [T_2], \quad \psi_3 = \partial[u_1]/\partial s + k_1 n_2 [u_3]$$

$$\psi_4 = \frac{\partial [u_2]}{\partial s} - k_2 n_1 [u_3], \quad \psi_5 = \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right],$$

$$\psi_6 = \frac{\partial}{\partial s} \left[ \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right]$$

выражения (2.3) запишем в виде ( $G_{kj}^*$  — трансформанты ядер)

$$F\{P_k\} = F\{P_k^\circ\} + \int_L \{G_{kj}^* \psi_j +$$

$$+ W_{kl}^* [P_l]\} \exp(i\xi_p x_p') dL \quad (p=1, 2; j=1, 2, \dots, 6; l, k=1, 2, \dots, 8) \quad (2.4)$$

Применяя к соотношениям (2.1), (2.2), (2.4) формулу обращения для двумерного преобразования Фурье и используя методику обращения, изложенную в [7], найдем интегральные представления компонент термоупругого состояния. Системы разрешающих интегральных уравнений получим используя найденные представления и граничные условия (1.2), (1.3).

Рассмотрим решение задачи теплопроводности. С учетом интегральных представлений для производных  $T_1$ ,  $T_2$  и граничных условий (1.2) приходим к системе двух сингулярных интегродифференциальных уравнений относительно неизвестных функций  $\psi_1$  и  $\psi_2$ :

$$\beta_0 \psi_k(s_0) + \int_{s_1}^{s_2} \left\{ \frac{\psi_k'(s)}{s-s_0} + B_{kj}^\circ (s - \right. \quad (2.5)$$

$$\left. - s_0) \psi_j(s) \right\} ds = Z_k(s_0) \quad (s_0 \in L) \quad (k, j=1, 2)$$

Здесь  $\beta_0 = \lambda_n / \lambda_0$ ,  $B_{kj}^\circ$  — ядра системы,  $Z_k$  — производные от  $T_k^\circ$  по нормали к линии разреза,  $s_1$  и  $s_2$  — координаты концов разреза. Решение системы (2.5) следует находить с учетом непрерывности температуры на концах разреза

$$[T_m] |_{s=s_1} = [T_m] |_{s=s_2} = 0 \quad (m=1, 2) \quad (2.6)$$

Для решения задачи термоупругости используем граничные условия (1.3) и интегральные представления для внутренних силовых факторов. Разрешающая система четырех сингулярных интегральных уравнений относительно неизвестных функций  $\psi_3, \psi_4, \psi_5, \psi_6$  имеет вид

$$\begin{aligned} & \int_{s_1}^{s_2} G_{kj}^\circ(s-s_0)\psi_j(s)ds = P_k^\circ(s_0) + \\ & + \int_{s_1}^{s_2} R_{km}^\circ(s'-s_0)\psi_m(s')ds' \quad (s_0 \in L) \quad (m=1, 2; k=1, 2, \dots, 4; j=3, 4, \dots, 6) \end{aligned} \quad (2.7)$$

где  $G_{kj}^\circ$  — ядра системы,  $R_{km}^\circ$  — известные функции. Система (2.7) имеет единственное решение при выполнении условий непрерывности перемещений и углов поворота на концах разреза

$$\begin{aligned} [u_i] |_{s=s_1} = [u_i] |_{s=s_2} = 0 \quad (i=1, 2, 3) \\ [\partial u_3 / \partial x_j] |_{s=s_1} = [\partial u_3 / \partial x_j] |_{s=s_2} = 0 \quad (j=1, 2) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Системы (2.5), (2.7) с учетом дополнительных условий (2.6), (2.8) решаются численно методом механических квадратур [8]. С помощью полученных решений определяются компоненты возмущенного термоупругого состояния в любой точке оболочки, а также коэффициенты интенсивности усилий и моментов.

3. Рассмотрим некоторые частные примеры. Пусть оболочка ослаблена разрезом длиной  $2l$ , расположенным на оси  $x_1$  таким образом, что его середина находится в начале координат.

Вводя новые неизвестные функции  $\Psi_j = \partial \psi_j / \partial x$ , задачу теплопроводности сведем к решению системы двух сингулярных интегральных уравнений

$$\begin{aligned} \beta \Psi_k(x_0) + \int_{-1}^1 K_{kj}(x-x_0)\Psi_j(x)dx = Z_k(x_0) \\ \beta = \beta_0 l \quad (|x_0| < 1) \quad (k, j=1, 2) \end{aligned} \quad (3.1)$$

при дополнительных условиях, которые следуют из (2.6):

$$\int_{-1}^1 \Psi_j(x)dx = 0 \quad (j=1, 2) \quad (3.2)$$

Ядра системы (3.1) представим следующим образом:

$$K_{kj}(x-x_0) = -\frac{\delta_{kj}}{2\pi(x-x_0)} + \frac{\tau_0}{2\pi} \sum_{m=1}^2 X_{kj}^{(m)} Y(\tau e_m | x-x_0)$$

$$X_{11}^{(m)} = (-1)^m \frac{\mu_1 e_m^2 - 3\mu_0}{2e_0 e_m}, \quad X_{12}^{(m)} = (-1)^m \frac{\mu_2^* e_m}{2e_0}$$

$$X_{21}^{(m)} = 3X_{12}^{(m)}, \quad X_{22}^{(m)} = (-1)^m \frac{3(1+\mu_1)e_m^2 - 3\mu_0}{2e_0 e_m}$$

$$\tau_0 = \tau \operatorname{sign}(x-x_0), \quad \tau = l/h$$

$$\mu_0 = \mu_1 + \mu_1^2 - (\mu_2^*)^2, \quad e_0 = e_1^2 - e_2^2$$

$$e_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(3+4\mu_1 \pm \sqrt{(3+2\mu_1)^2 + 12(\mu_2^*)^2})^{1/2}, \quad Y(y) = \int_0^y G_{1,0}(z) dz$$

где  $\delta_{kj}$  — символ Кронекера. Явное выражение специальной функции  $G_{n,m}(z)$  приведено в [7].

Система (3.1) с учетом условий (3.2) решается численно в классе функций, неограниченных на концах отрезка  $[-1, 1]$  [1, 8].

Если кривизны оболочки положить равными нулю, то получим задачу теплопроводности для пластинки с теплопроницаемым разрезом. Результаты расчетов в случае пластинки с термоизолированными поверхностями, а также при наличии теплообмена совпали с решениями, полученными в [1].

Численные исследования, проведенные для оболочек произвольной гауссовой кривизны, показали, что при отсутствии градиента температурного момента скачок  $[T_1]$  слабо зависит от соотношения кривизн  $k_1/k_2$ . Максимальное значение возмущенного температурного поля достигается в случае теплоизолированного разреза ( $\beta=0$ ).

С целью сравнения проведены расчеты для цилиндрической оболочки с продольным разрезом при равных коэффициентах теплообмена на боковых поверхностях ( $Bi^+ = Bi^- = \mu_1$ ). Построены графики зависимости отношения  $\sigma = \frac{1}{2}[T_1]/(\partial T_1/\partial x_2)$  в середине разреза от величины теплообмена при  $l/h=5$  (фиг. 2). Кривые 1-4 соответствуют следующим значениям параметра теплопроницаемости<sup>2</sup>:  $\beta = 0$  (теплоизолированный разрез);  $\beta=0,25$ ;  $\beta=0,7$ ;  $\beta=2$ .

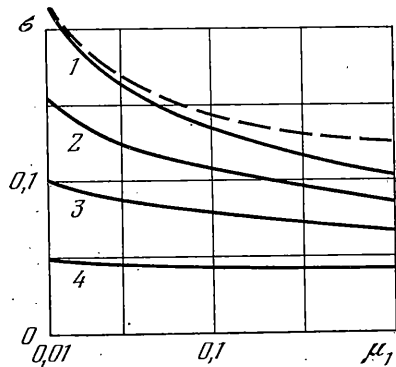
Из графиков следует, что учет теплопроницаемости разреза оказывает значительное влияние на величину скачка  $[T_1]$  и, следовательно, на значение возмущенного температурного поля.

Перейдем к решению задачи термоупругости. Рассмотрим оболочку, температура которой изменяется по линейному закону вдоль координаты  $x_2$ . При отсутствии силовой нагрузки термоупругое состояние оболочки с разрезом полностью определяется возмущенным температурным полем. Задача термоупругости сводится к случаю антисимметричного нагружения, что исключает контакт берегов разреза. В этом случае приходим к системе двух сингулярных интегральных уравнений относительно неизвестных функций  $\Phi_1 = \psi_3$  и  $\Phi_2 = \psi_5$  ( $\nu$  — коэффициент Пуассона):

$$\int_{-1}^1 J_{kj}(x-x_0) \Phi_j(x) dx = U_k(x_0) \quad (|x_0| < 1) \quad (k, j=1, 2) \quad (3.3)$$

$$J_{kj}(x-x_0) = \frac{\delta_{kj}}{2\pi} \frac{c_k}{x-x_0} + \frac{2\varphi_{kj}}{\pi^2} (x-x_0) \times$$

<sup>2</sup> Штриховой линией показано изменение  $\sigma$  для теплоизолированного разреза, полученное в работе, цитированной на стр. 153.



Фиг. 2

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{f_{nm}^{(kj)}}{m!} \{ (1-\delta_{kj}) \operatorname{Re} G_{n,n+m-1}(\gamma|x-x_0|) + \delta_{kj} \operatorname{Im} G_{n,n+m-1}(\gamma|x-x_0|) \}$$

$$f_{nm}^{(kj)} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} v_{kj} G_{n-1}^m \sin^2 \theta \cos(2n-1)\theta d\theta$$

$$v_{11} = q_1 \cos \theta, \quad v_{12} = d_1^2 \cos \theta$$

$$v_{21} = \frac{\operatorname{sign}(t^2)}{\cos \theta} q_1 d_2^2, \quad v_{22} = \frac{\operatorname{sign}(t^2)}{\cos \theta} d_1^2 d_2^2$$

$$q_1 = |t^2|, \quad q_2 = 1 - |t^2|, \quad t^2 = \cos^2 \theta + \lambda \sin^2 \theta$$

$$d_1^2 = (2 - \lambda - \nu) \cos^2 \theta + (1 - \lambda \nu) \sin^2 \theta$$

$$d_2^2 = (2 - \nu) \cos^2 \theta + \sin^2 \theta, \quad \gamma = \sqrt{i} \tau \kappa$$

$$c_1 = 1/\tau, \quad c_2 = -(3 + \nu) / [3(1 + \nu) \tau^3]$$

$$\Phi_{11} = -k_2 l \nu_0, \quad \Phi_{12} = -\Phi_{21} = k_2 h, \quad \Phi_{22} = -k_2 h / (\tau \nu_0)$$

$$\lambda = k_1/k_2, \quad \kappa = \sqrt{k_2 h \nu_0}, \quad \nu_0 = \sqrt{3(1 - \nu^2)}$$

Функции  $\Phi_j$  удовлетворяют дополнительным условиям, которые следуют из (2.8):

$$\int_{-1}^1 \left\{ \Phi_1(x) - \frac{k_1}{2} x^2 \Phi_2(x) \right\} dx = 0$$

$$\int_{-1}^1 \Phi_2(x) dx = 0, \quad \int_{-1}^1 x \Phi_2(x) dx = 0 \quad (3.4)$$

Правые части системы (3.3) зависят от скачков интегральных характеристик температуры и находятся по формуле

$$U_k(x_0) = \delta_{2k} C_0 + \int_{-1}^1 R_{kp}(x' - x_0) [T_p(x')] dx' \quad (k, p = 1, 2)$$

где  $C_0$  — константа, определяемая из дополнительных условий (3.4).

Функции  $R_{kp}(x' - x_0)$  запишем следующим образом:

$$R_{1p}(x' - x_0) = \delta_{1p} V_0^{(1)}(x' - x_0) + \frac{1}{\pi^2} \sum_{j=1}^3 C_{pj}^{(1)} V_{pj}^{(1)}(x' - x_0)$$

$$R_{2p}(x' - x_0) = \delta_{2p} V_0^{(2)}(x' - x_0) + \frac{1}{\pi^2} \sum_{j=1}^6 C_{pj}^{(2)} V_{pj}^{(2)}(x' - x_0)$$

$$V_0^{(h)}(x' - x_0) = \frac{\omega_h}{x' - x_0} \sum_{i=1}^2 (-1)^{i+1} e_i^2 G_{1,1}(\tau e_i |x' - x_0|)$$

$$V_{pj}^{(h)}(x' - x_0) = (x' - x_0) \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{i=1}^2 f_{n, pj}^{(i)} G_{n, n-1}(\tau e_i |x' - x_0|) + \right.$$

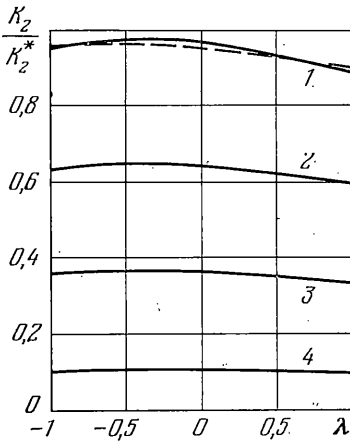
$$\left. + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} (f_{n, mpj}^{(1)} \operatorname{Re} G_{n, n+m-1}(\gamma|x' - x_0|) - f_{n, mpj}^{(2)} \operatorname{Im} G_{n, n+m-1}(\gamma|x' - x_0|)) \right\}$$

$$f_{npj}^{(i)} = a_{npj}^{(i)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{g_{npj}^{(i)}(\theta)}{e_1^4 + \kappa^4 t^4} \cos(2n-1)\theta d\theta$$

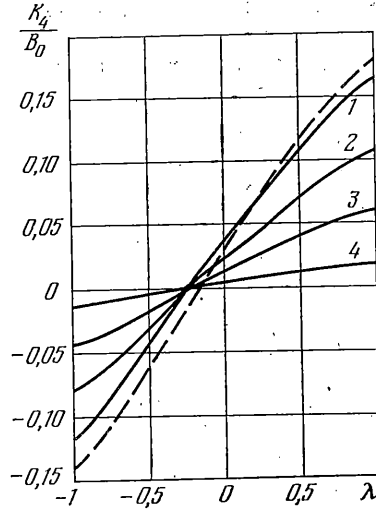
$$f_{nmpjk}^{(i)} = b_{npj}^{(i)} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{r_{nmpjk}^{(i)}(\theta)}{(e_1^4 + \kappa^4 t^4)(e_2^4 + \kappa^4 t^4)} \cos(2n-1)\theta d\theta$$

$$\omega_1 = \alpha/(\pi t e_0), \quad \omega_2 = \alpha/(3\pi e_0 t^2)$$

Здесь  $\alpha$  — коэффициент линейного теплового расширения,  $[C_{pj}^{(i)}, a_{npj}^{(i)}, b_{npj}^{(i)}]$  — константы, зависящие от механических и теплофизических свойств материала, геометрических параметров оболочки и разреза, характеристик теплообмена,  $g_{npj}^{(i)}(\theta)$  — функции переменной  $\theta$  и параметра  $\lambda$ ,



Фиг. 3



Фиг. 4

$r_{nmpjk}^{(i)}(\theta)$  — функции переменной  $\theta$ , зависящие от характеристик теплообмена, материала и геометрии оболочки. Например

$$C_{23}^{(1)} = -2\pi\alpha(1+\nu)\mu_1 k_2 h, \quad a_{131}^{(1)} = -e_1^4/e_0$$

$$b_{242}^{(1)} = \kappa^4(e_1^2 + e_2^2), \quad g_{162}^{(1)}(\theta) = t^2 \cos\theta \sin^2\theta$$

$$r_{nmp242}^{(2)}(\theta) = (\kappa^4 t^4 - e_1^2 e_2^2) q_1^{n+2} q_2^m \cos\theta \sin^2\theta$$

Система (3.3) с учетом условий (3.4) решается численно в классе функций, неограниченных на концах отрезка  $[-1, 1]$ . После определения функций  $\Phi_j$  коэффициенты интенсивности усилий и моментов находим по формулам ( $E$  — модуль Юнга):

$$K_2 = -\frac{Eh}{2} \sqrt{l} \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{1-x^2} \Phi_1(x), \quad K_4 = \frac{(3+\nu)Eh^3}{6(1+\nu)l} \sqrt{l} \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{1-x^2} \Phi_2(x)$$

Описанная выше методика применима также для решения задач термоупругости пластин с теплопроницаемым разрезом. Расчеты, проведенные для пластин с термоизолированными поверхностями и при учете теплообмена, хорошо согласуются с имеющимися [4].

Численные исследования проведены для оболочек с термоизолированными поверхностями ( $Bi^+ = Bi^- = 2 \cdot 10^{-4}$ ) при действии градиента  $q_0 = -\partial T_1 / \partial x_2$ . Исследовано влияние теплопроницаемости разреза на величину коэффициентов интенсивности усилий и моментов для оболочек произвольной гауссовой кривизны. Результаты этого исследования представлены на фиг. 3, 4, где  $K_2^*$  — коэффициент интенсивности усилий в пластине с теплоизолированным разрезом,  $B_0 = 2q_0 \alpha l^{3/2} E h^2 / \nu_0$ . Вычисления проводились для значений параметров:  $k_2 h = 0,01$ ,  $\nu = 1/3$ ,  $\tau \kappa = 1$ ,  $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$  1/град.

Кривые 1–4 соответствуют следующим значениям теплопроницаемости разреза:  $\beta = 0$  (теплоизолированный разрез);  $\beta = 0,3$ ;  $\beta = 1$ ;  $\beta = 5$ . Штриховыми линиями показаны зависимости, взятые в первом приближении для теплоизолированного разреза [2].

Из графиков следует, что влияние геометрии оболочки на величину коэффициентов интенсивности усилий и моментов ослабевает с ростом параметра теплопроницаемости  $\beta$ . Максимальное значение коэффициентов интенсивности достигается в случае теплоизолированного разреза.

Численные расчеты показали, что параметр теплопроницаемости  $\beta$  не влияет на величину отношения  $K_2(\beta, \lambda) / K_{2p}^*(\beta) = f(\lambda)$ , где  $K_{2p}^*$  — коэффициент интенсивности усилий в пластине с теплопроницаемым разрезом.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кит Г. С., Кривцун М. Г. Плоские задачи термоупругости для тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1983. 277 с.
2. Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацышин А. П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев: Наук. думка, 1976. 443 с.
3. Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1981. 323 с.
4. Подстригач Я. С., Швец Р. Н. Термоупругость тонких оболочек. Киев: Наук. думка, 1978. 343 с.
5. Підстригач Я. С. Умови теплового контакту твердих тіл.— Доп. УРСР, 1963, № 7, с. 872–874.
6. Владимиров В. С. Обобщенные функции в математической физике. М.: Наука, 1976. 280 с.
7. Хижняк В. К., Шевченко В. П. Смешанные задачи теории пластин и оболочек. Донецк: Изд-е Донецк. ун-та, 1980. 127 с.
8. Каландия А. И. Математические методы двумерной упругости. М.: Наука, 1973. 303 с.

Донецк

Поступила в редакцию  
14.VIII.1984