

УДК 539.3

К МОДЕЛИРОВАНИЮ ОТКОЛЬНОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ СОУДАРЕНИИ ПЛАСТИН

КУЗЬМИНА В. С., КУКУДЖАНОВ В. Н.

Публикуемая работа посвящена моделированию откола при упругопластическом соударении пластин при высоких скоростях деформирования. Рассматривается откольное разрушение материала в области взаимодействия встречных волн разгрузки. Предложенная модель откольного разрушения основана на уравнениях упруговязкопластической среды и критерии разрушения, учитывающем историю нагружения. Предложены две методики определения констант, входящих в критерий разрушения, на основе стандартных опытных данных по соударению пластин. Показано, что найденные значения параметров в одних опытах позволяют правильно предсказать разрушение при других условиях эксперимента.

Ряд работ посвящен теоретическому [1, 2] и экспериментальному [3, 4] исследованию этого явления, в частности определению временной зависимости разрушающих напряжений в плоскости откола. Из-за невозможности непосредственного определения напряженного состояния материала в плоскости откола в экспериментальных работах чаще всего изучается изменение скорости движения свободной поверхности образца [5–8] при отколе.

В [5, 7] волновая картина определялась на основе простейшей акустической теории, а разрушающие откольные напряжения вычислялись на основе критерия максимального растягивающего напряжения. Полученные результаты показывают, что откольное напряжение не является константой материала, а существенно зависит от условий эксперимента. В [1] дан анализ откольного разрушения на основе уравнений двухфазной упругопластической среды и мгновенного критерия разрушения $\sigma_{\max} \leq \sigma_0$. Как показали расчеты, и здесь нет одного и того же значения σ_0 для серии из шести опытов.

Критерий мгновенного откола дает удовлетворительные результаты для опытов, в которых импульс достаточно короткий и интенсивный. При увеличении длительности импульса и уменьшении амплитуды происходят значительные отклонения от экспериментально наблюдаемых величин [1]. При этом наблюдается и изменение характера разрушения: вместо гладкой откольной поверхности вблизи магистральной трещины имеется зона рыхлого материала, насыщенного микротрещинами. Это свидетельствует о том, что при таком характере импульса необходимо учитывать кинетику процесса разрушения. Наиболее просто это можно сделать, если принять критерий разрушения зависящим от истории нагружения [2]. Использование такого феноменологического критерия является промежуточным шагом в описании кинетики разрушения между моделью мгновенного откола и моделью, учитывающей процесс накопления и развития микротрещин [9]. Тем не менее такой подход вполне оправдан, так как построение адекватной модели развития микротрещин требует знания большого числа экспериментальных данных, связанных с микромасштабными явлениями [9, 10].

Отметим, что элементарный анализ на основе упругой и упругопластической модели с линейным упрочнением показывает, что эти модели не в состоянии объяснить экспериментальный факт [6], что толщина h_* откольной тарелки изменяется при изменении толщины пластины-мишени и неизменной толщине ударника. Обе эти модели дают одно и то же значение h_* независимо от того, какой критерий разрушения используется.

Этот факт указывает на то, что в среде происходит затухание и дисперсия импульса. Модели, не учитывающие этого явления, не в состоянии объяснить наблюдаемый эффект. Учет влияния скорости деформации на определяющие зависимости между напряжениями и деформациями позволяет объяснить результаты серии опытов, приведенных в [6].

В публикуемой работе на основе упруговязкопластической модели материала проводится численное исследование процесса соударения двух разнородных пластин разной толщины в одномерной постановке.

1. Систему уравнений для упруговязкопластической среды в адиабатическом приближении можно записать в виде [11]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j} - \rho \frac{\partial U_i}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial W_p}{\partial t} = \frac{\Phi_* [S - k_S(W_p)]}{\tau} S \\ \mu (U_{i,j} + U_{j,i}) + \frac{\nu}{1+\nu} \frac{\partial \sigma_{kk}}{\partial t} \delta_{ij} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \frac{2\mu}{\tau} \frac{\Phi_* [S - k_S(W_p)]}{S} S_{ij} \quad (1.1) \\ S = (\chi_{ij} \chi_{ij})^{1/2}, \quad \chi_{ij} = \sigma_{ij} - a e_{ij}^p, \quad \Phi_*(z) = \Phi(z) \quad (z > 0) \\ \Phi_*(z) = 0 \quad (z \leq 0), \quad W_p = \int_0^z \sigma_{ij} d e_{ij}^p \end{aligned}$$

Здесь U — вектор скорости, σ_{ij} , σ_n — компоненты тензора и дивергента напряжений, e^e , e^p — тензоры упругих и пластических деформаций, ρ — плотность материала, μ , ν — упругие константы материала, τ — константа материала (c^{-1}), характеризующая вязкость за пределами упругости материала, χ_{ij} — тензор «активных» напряжений. Вид функции $\Phi_*(z)$ определен для многих металлов [12] из экспериментальных данных.

Система (1.1) состоит из уравнений движения, определяющих уравнений для упруговязкопластической среды, и уравнения, описывающего изменение параметра упрочнения материала, в качестве которого принята работа пластической деформации W_p . При равных нулю правых частях получаем систему уравнений для упругой среды.

Введем следующие безразмерные переменные:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{\circ} = \sigma_{ij}/k_S, \quad U_i^{\circ} = U_i/U_S, \quad t^{\circ} = t c/z_0, \quad z^{\circ} = z/z_0, \quad W_p^{\circ} = W_p/(e_S k_S), \\ k_S = \rho c U_S, \quad c^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho, \quad e_S = 1/2 k_S/\mu, \quad \beta = 2(1-\nu)/(1-2\nu), \\ \delta = (\lambda + 2\mu) z_0 / (k_S c \tau). \end{aligned}$$

В дальнейшем верхний индекс над безразмерными величинами будем опускать. Тогда систему (1.1) для каждой из пластин можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\rho_l}{\rho_l} \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial W_p}{\partial t} = 2 \frac{\delta_1 \tau_1}{\beta_1 \tau_1} S \Phi_* [S - k_S(W_p)] \\ 2 \frac{\partial U}{\partial z} - \beta_1 \frac{\mu_l}{\mu_l} \left[\frac{\partial \sigma_z}{\partial t} - \frac{\nu_l}{1+\nu_l} \left(2 \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} \right) \right] = 2 \delta_1 \frac{\tau_1}{\tau_1} \frac{\Phi_* [S - k_S(W_p)]}{S} S_z \quad (1.2) \\ -\beta_1 \frac{\mu_l}{\mu_l} \left[\frac{\partial \sigma_x}{\partial t} - \frac{\nu_l}{1+\nu_l} \left(2 \frac{\partial \sigma_x}{\partial t} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} \right) \right] = 2 \delta_1 \frac{\tau_1}{\tau_1} \frac{\Phi_* [S - k_S(W_p)]}{S} S_x \quad (l=1,2) \\ S_x = 1/3 (\sigma_x - \sigma_z), \quad S_z = 2/3 (\sigma_z - \sigma_x), \quad S = \sqrt{2/3} |\sigma_x - \sigma_z| \end{aligned}$$

Индексы 1 и 2 относятся соответственно к мишени и ударнику. Вследствие симметрии $\sigma_x = \sigma_y$.

В итоге получена квазилинейная гиперболическая система дифференциальных уравнений первого порядка с главной линейной частью. Правые части являются непрерывными функциями своих аргументов. Граничные условия на боковых поверхностях пластин задаются в виде (D — толщина пластины):

$$\begin{aligned} A_1 \partial U / \partial t + A_2 U + A_3 \sigma_z = \varphi_1(t) \quad (z=0) \quad (1.3) \\ B_1 \partial U / \partial t + B_2 U + B_3 \sigma_z = \varphi_2(t) \quad (z=D) \end{aligned}$$

Начальное состояние пластины при $t=0$ задано в виде $\sigma = \sigma_0$, $U = U_0$. В задаче предусматривается возможный отскок одной пластины от другой (напряжение на контакте становится растягивающим), движение их порознь и повторный контакт.

Для решения системы (1.2) воспользуемся методом характеристик. Система (1.2) имеет четыре семейства прямых характеристик в плоскости $z-t$, вдоль которых выполняются следующие соотношения:

$$dz \pm dt = 0, \quad d(U \pm \sigma_z / (\rho \xi)) = \pm F_1 dt \quad (1.4)$$

$$dz = 0, \quad d(\sigma_x - \nu \sigma_z / (1 - \nu)) = F_2 dt$$

$$dz = 0, \quad dW_p = F_3 dt, \quad \xi^2 = \frac{\rho_1 \mu_2 \beta_2}{\rho_2 \mu_1 \beta_1}, \quad F_1 = -\frac{\nu F_x}{1 - \nu} - \frac{F_z}{2}$$

$$F_x = 2\delta_1 \frac{\tau_1}{\tau_2} \frac{\Phi_*[S - k_S(W_p)]}{S} S_x, \quad F_z = 2\delta_1 \frac{\tau_1}{\tau_2} \frac{\Phi_*[S - k_S(W_p)]}{S} S_z$$

$$F_2 = -\frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{\mu_2}{\beta_1 \mu_1} F_x, \quad F_3 = 2 \frac{\delta_1}{\beta_1} \frac{\tau_1}{\tau_2} S \Phi_*[S - k_S(W_p)]$$

Для численного решения уравнения (1.4) вдоль характеристик и граничные условия (1.3) аппроксимируются конечно-разностными соотношениями [12].

2. Для описания откольного разрушения, наблюдаемого при соударении пластин, предлагается использовать интегральный критерий накопления повреждаемости материала [13, 14], который в одномерном случае можно записать

$$\int_0^{t_0} \frac{dt}{\tau(\sigma)} = 1 \quad (2.1)$$

где t_0 — время, затрачиваемое на разрушение при заданном законе нагружения, $\tau = \tau[\sigma(t)]$ представляет собой неубывающую функцию напряжения, которая имеет смысл времени разрушения материала при $\sigma = \text{const}$. В дальнейшем в качестве $\tau = \tau(\sigma)$ принимается степенная функция

$$\tau(\sigma) = K \sigma^{-\alpha} \quad (\sigma > 0), \quad \tau(\sigma) = \infty \quad (\sigma \leq 0) \quad (2.2)$$

где K и α — константы материала, которые могут изменяться при изменении температуры и структуры материала.

Такая аппроксимация использовалась в [2, 15], где показано, что она качественно правильно описывает откольное разрушение пластин. Отметим, что критерий разрушения вида (2.1) и аппроксимации (2.2) используются для описания разрушения при квазистатических процессах, при этом константы α и K определяются в опытах на ползучесть, где реализуется однородное напряженное состояние. Определение констант α и K при больших скоростях нагружения — задача гораздо более сложная, так как в этом случае осуществить однородное напряженное состояние во всем образце и заданный закон изменения напряжения не удастся. Определить константы материала, входящие в критерий разрушения, можно лишь косвенным образом из сравнения экспериментальных и расчетных данных, полученных на основе априорно принятой модели материала и критерия разрушения. Ниже для определения констант α и K используются результаты стандартных опытов по соударению пластин с высокими скоростями.

В серии опытов работы [6] высокоскоростное деформирование осуществлялось соударением стальных пластин. Пластина-ударник с параметрами V_0, D_2 налетает на пластину-преграду из Ст. 3. В первой серии опытов $V_0 = 0,96$ км/с, $D_2 = 1,06$ мм, толщина мишени D_1 менялась: 5, 10, 20, 25, 30, 40 мм. Во второй серии $V_0 = 0,65$ км/с, $D_2 = 1,52$ мм, D_1 менялась: 20, 25, 30, 40 мм. При ударном нагружении происходит откол тыльной части пластины-преграды и образование откольной тарелки. В [6] измерялись h^* и скорости W^* образующихся откольных тарелок.

Номер серии	V_0 км / с	D_2 мм	D_1 мм	$W \checkmark_{\pm 15}$ м / с	W_0 м / с	$h_* \checkmark_{\pm 0,1}$ мм	h_{0*} мм
I	0,96	1,06	5	618	628	1,5	1,5
			10	492	510	1,625	1,667
			20	402	403	1,7	1,73
			25	342	347	1,75	1,8
			30	318	318	1,85	1,93
II	0,65	1,52	40	228	211	2,0	2,1
			20	480	457	1,7	1,7
			25	390	397	1,8	1,73
			30	372	355	1,85	1,75
			40	300	297	2,0	1,82

3. В результате численного исследования откола в публикуемой работе определены константы α , K в уравнении (2.1) для Ст. 3 (предел текучести $k_s=2,4$ кбар, плотность $\rho=7,86$ г/см, коэффициент Пуассона $\nu=0,28$).

Поскольку сечение, в котором происходит откол, известно из эксперимента, то задача состоит в том, чтобы из расчета найти скорость W_1 тыльной поверхности откольной тарелки на определенном расстоянии H от ее начального положения (в экспериментах $H=3$ мм). Величина скорости W_1 зависит от момента времени $t=t_*$, при котором происходит откол.

Решая задачу при различных t_* , определяется $W(t_*)$ и, приравнявая эту функцию значению, определенному в эксперименте $W_1(t_*^0)=W$, находится t_*^0 . Одновременно в откольном сечении вычисляются $I_i^{(1)}(t_*^{(1)}, \alpha_i) =$

$= \int \sigma^{\alpha_i}(t) dt (t_*^{(1)})$ — верхний предел интегрирования) с определенным шагом по α . Такой же расчет проводится и для опыта при другой толщине пластины-преграды, но для тех же α_i ($i=1, \dots, n$), откуда находим $I_i^{(2)}(t_*^{(2)}, \alpha_i)$.

Поскольку разрушение происходит при $I(t, \alpha)=K$, где K — константа материала, то получаем уравнение

$$I^{(1)}(t_*^{(1)}, \alpha) - I^{(2)}(t_*^{(2)}, \alpha) = 0 \quad (3.1)$$

из которого определяем α , например, методом хорд или методом Ньютона.

Определенные таким образом константы материала Ст. 3 $\alpha=1,44$ и $K=10$ использовались для нахождения W при других параметрах соударяющихся пластин в двух сериях опытов (в первой $V_0=0,96$ км/с, $D_2=1,06$ мм, во второй $V_0=0,65$ км/с, $D_2=1,52$ мм). Результаты сравнения полученных значений с экспериментальными данными для обеих серий опытов приведены в таблице (последние четыре строки относятся ко второй серии). Видно хорошее совпадение расчетных W_0, h_{0*} и экспериментальных W, h_* значений W, h_* с учетом указанной в [6] погрешности измерения W, h_* . Отметим, что одновременно проверялась и возможность использовать мгновенные критерии разрушения

$$\sigma \leq \sigma_0 \quad \text{и} \quad W_p = \int_0^t \sigma de^p \leq W_{p0}$$

однако условия аналогичные (3.1) не выполняются даже приближенно $\sigma_1(t_*^{(1)}) \neq \sigma_2(t_*^{(2)})$ и $W_p^{(1)}(t_*^{(1)}) \neq W_p^{(2)}(t_*^{(2)})$.

При обработке серии экспериментов за базовые (из которых определяются константы α и K) можно принять два любых из данной серии, при этом расхождение для h_* и W для других опытов из данной серии будет меняться. Обработывая эти расхождения по методу наименьших квадратов, находим α и K , наилучшим образом описывающие откольное

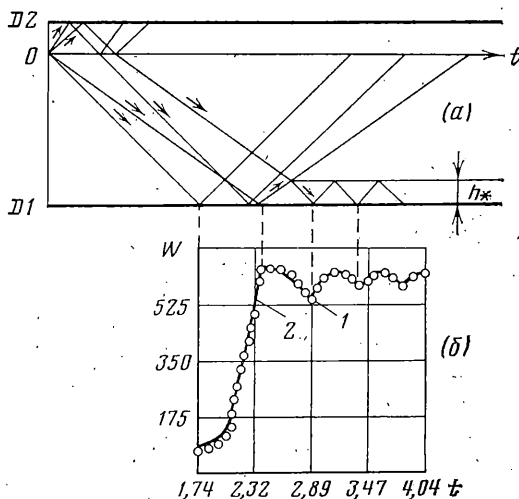
разрушение. Предлагаемая методика (I) определения констант полуобратным методом в интегральном критерии откольного разрушения достаточно проста и не требует больших затрат машинного времени. Практически достаточным оказывается провести порядка 10–20 прямых расчетов задачи о соударении, чтобы получить оптимальные значения α и K . Рассмотренная модель с интегральным критерием разрушения была использована также при моделировании эксперимента [8], в которой осуществлялось высокоскоростное соударение алюминиевой ($V_0=1,31$ км/с, $D2=2$ мм) и стальной пластин ($D1=11$ мм). Методом емкостного датчика была получена зависимость скорости свободной поверхности от времени. Это дает возможность сравнить численные и экспериментальные результаты по изменению скорости свободной поверхности пластины-мишени.

На фигуре, а изображена диаграмма $z-t$ для положения фронтов упругой e -волны и пластической p -волны. В $z-t$ -плоскости показаны фронты волн, выход которых на свободную поверхность соответствует характерным точкам на графике зависимости $W(t)$. Стрелками показаны направления распространения фронтов волн. На фигуре, б показана расчетная (кривая 1) и экспериментальная (кривая 2) зависимость скорости свободной поверхности $W(t)$ от времени. После прихода упругого предвестника на свободную поверхность ее скорость принимает значение $W=82$ м/с. Затем скорость свободной поверхности увеличивается до момента прихода на свободную поверхность упругопластической волны разгрузки. До начала разрушения волна разгрузки свободно проходит к свободной поверхности, понижая ее скорость. Отсутствие откола ведет к снижению скорости свободной поверхности до нуля. Появление откольной поверхности отсекает часть волны разгрузки и прекращает снижение скорости. Образование свободной поверхности внутри пластины приводит к образованию волн нагрузки, движущихся в обе стороны от поверхности откола. Выход этой волны на свободную поверхность увеличивает ее скорость. Движение откольного импульса в откольной тарелке дает колеблющийся профиль скорости свободной поверхности откольной тарелки во времени. Как показал расчет, эти колебания затухают и примерно через ~ 11 мкс скорость свободной поверхности близка к постоянному значению $W=598$ м/с.

Вся эта картина качественно описывается упругопластической теорией, но количественные характеристики — затухание упругого предвестника, плавный профиль пластической волны, глубина спада кривой, зависимость периода от параметров соударяющихся пластин — значительно отличаются от того, что дает упругопластическая теория.

В этих опытах константы материала δ и n функции $\Phi(z)=\delta z^n$ определяются по затуханию упругого предвестника и профилю пластической волны, т. е. по виду кривой $W(t)$ на интервале $t_0 \leq t \leq t_1$, где t_0 — момент прихода упругого предвестника, а t_1 соответствует первому максимуму $W(t)$ на фигуре, б. Методика определения изложена в [11]. Это дает в безразмерных переменных $\Phi(z)=25z^{1/2}$.

Константы α и K в критерии разрушения определяются по следующей методике (методика II). По величине периода колебаний $W(t)$ для упру-



гих волн T легко определяется сечение откола h_{0*} . Зная h_{0*} , можно определить момент откола $t=t_*$ по совпадению величин W при $t=t_2$:

$$W_{\min}^N(t_2) = W_{0 \min}(t_2) \quad (3.2)$$

которые соответствуют первому минимуму $W(t)$. Меняя $t=t_*$ — момент разрушения, удастся довольно просто удовлетворить условию (3.2), так как направление изменения t_* легко определить из качественного рассмотрения волновой картины. Одновременно в сечении $h=h_*$ подсчитывается $I(t, \alpha)$ до $t=t_*$ при различных α . Аналогично поступаем с экспериментальными данными для мишени другой толщины, откуда, как и в методике (I), получаем уравнение (3.1) для определения α : Для ст. ХВГ, для которой использовались данные работы [8], были найдены $\alpha=1,76$, $K=4$. Проверить предсказания критерия разрушения с найденными константами для ст. ХВГ не удалось, так как в [8] имеются данные лишь для двух опытов с одним и тем же материалом.

Таким образом, представленные выше результаты показывают, что данная упруговязкопластическая модель материала может быть использована для исследования явлений откола при ударном нагружении в диапазоне скоростей деформации 10^4 — 10^6 с $^{-1}$. Учет влияния скорости деформации позволяет объяснить затухание и дисперсию импульса, а использованные критерия разрушения (2.1) позволяют хорошо описать количественные изменения толщины откольной тарелки с изменением толщины мишени при постоянной толщине ударника.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ахмадеев Н. Х., Нигматуллин Р. И.* Моделирование откольного разрушения при ударном деформировании. Анализ схемы мгновенного откола.— ПМТФ, 1981, № 3, с. 120—128.
2. *Tuler F. R., Butcher B. M.* A criterion for the time dependence of dynamic fracture.— Internat. T. Fract. Mech., 1968, v. 4, No 4, p. 431—437.
3. *Злагин Н. А., Пугачев Г. С., Мочалов С. М., Брагов А. М.* Временная зависимость прочности металлов при долговечностях микросекундного диапазона.— Физ. тв. тела, 1975, т. 17, № 9, с. 2599—2602.
4. *Taylor J. W.* Dislocation dynamics and dynamic yielding.— J. Appl. Phys., 1965, v. 36, No. 10, p. 3146—3150.— Рус. перев.: Механика. Сб. перев. иностр. статей. М.: Мир, 1966, № 4, с. 145—152.
5. *Степанов Г. В.* Откольное разрушение металлов плоскими упругопластическими волнами нагрузки.— Проблемы прочности, 1976, № 8, с. 66—70.
6. *Рыбаков А. П.* Отколы в стали при нагружении с помощью взрыва листового заряда ВВ и удара пластиной.— ПМТФ, 1977, № 1, с. 151—155.
7. *Альгишуллер Л. В., Новиков С. А., Дивнов И. И.* Связь критических разрушающих напряжений со временем разрушения при взрывном нагружении металлов.— Докл. АН СССР, 1966, т. 166, № 1, с. 67—70.
8. *Молодцев А. М.* Измерение откольной прочности трех сталей.— В кн.: Детонация. Критические явления. Физ.-хим. превращения в ударных волнах. Черноголовка: Изд-е Отд-я Ин-та хим. физ. АН СССР, 1978, с. 144—148.
9. *Глушко А. И.* Исследование откола как процесса образования микропор.— Изв. АН СССР. МТТ, 1978, № 5, с. 132—140.
10. *Seaman L., Curran D. R., Shockey D. A.* Computational models for ductile and brittle fracture.— J. Appl. Phys., 1976, v. 47, No. 11, p. 4814—4826.
11. *Кукуджанов В. Н.* Численное решение неоднородных задач распространения волн напряжений в твердых телах.— Сообщ. по прикл. матем. ВЦ АН СССР, 1976, вып. 6. 68 с.
12. *Кукуджанов В. Н.* Одномерные задачи распространения волн напряжений в стержнях.— Сообщ. по прикл. матем. ВЦ АН СССР, 1977, вып. 7. 54 с.
13. *Фадеев Ю. И.* Временные критерии разрушения взрывом.— ПМТФ, 1977, № 6, с. 154—159.
14. *Ильюшин А. А.* Об одной теории длительной прочности.— Инж. ж. МТТ, 1967, № 3, с. 21—35.
15. *Никифоровский В. С., Шемякин Е. И.* Динамическое разрушение твердых тел. Новосибирск: Наука, 1979. 271 с.

Москва

Поступила в редакцию
20.X.1983