МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 3 · 1985

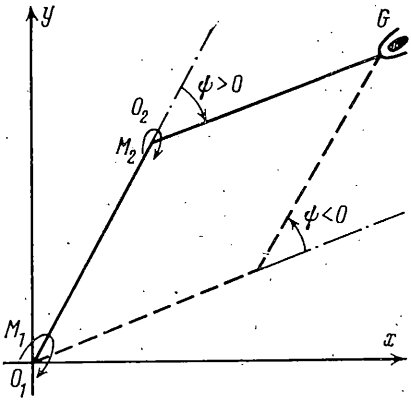
УДК 531.8

О СИНТЕЗЕ УПРАВЛЕНИЯ ДВУЗВЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ

БОЛОТНИК Н. Н., КАПЛУНОВ А. А.

Предлагается синтез управления двузвенным манипулятором, обеспечивающий приведение груза, находящегося в схвате манипулятора, в заданное положение с торможением движения в конце процесса. Рассмотрен случай, когда масса манипулятора пренебрежимо мала по сравнению с массой груза. Получены выражения для множества начальных состояний системы, из которых построенное управление приводит груз в заданное конечное состояние без ударов при выходе груза на границу рабочей зоны манипулятора. Исследованы некоторые особенности движений с ударами. В общем случае, когда начальная скорость груза не направлена вдоль прямой, проходящей через начальную и конечную точки, траектория движения груза, отвечающая построенному управлению, представляет собой ломаную. Если движение происходит без ударов, то траектория состоит из двух прямолинейных участков. На первом участке происходит торможение груза, а на втором — его приведение в заданное состояние.

1. Рассматривается манипулятор (фигура), механической моделью которого может служить двузвенник с прямолинейными звеньями равной длины L, соединенными между собой при помощи шарнира O_2. Шарнир O_1 соединяет одно из звеньев с неподвижным основанием. На конце другого звена находится схват с грузом G массы m. Все шарниры являются идеальными цилиндрическими, а их оси перпендикулярны плоскости двузвенника. Управление манипулятором осуществляется при помощи двух независимых приводов D_1, D_2. Привод D_1 осуществляет взаимодействие первого звена манипулятора с основанием, а D_2 — взаимодействие между звеньями. Главные векторы сил, развиваемых приводами D_1, D_2, равны нулю, а главные моменты относительно осей шарниров O_1, O_2, соответственно, равны M_1, M_2. Величины M_1, M_2 являются управляющими функциями в исследуемой модели манипулятора. Будем рассматривать случай, когда линейные размеры груза много меньше длины звеньев (L) манипулятора, а масса манипулятора пренебрежимо мала по сравнению с массой груза (m). В силу этих предположений будем считать груз материальной точкой, а массу манипулятора — равной нулю.



Уравнения движения описанной механической системы имеют вид

$$m\ddot{x}=(M_1-2M_2)R(x,\ y)\Gamma x+M_1y\rho^{-1},\qquad m\ddot{y}=(M_1-2M_2)R(x,\ y)\Gamma y-M_1x\rho^{-1} \tag{1.1}$$

$$R(x,\ y)=\rho^{-1}(4L^2-\rho^2)^{-1/2},\qquad \rho=(x^2+y^2)^{1/2},\qquad \Gamma=\operatorname{sign}\psi$$

Здесь x, y — декартовы координаты груза в инерциальной системе отсчета O_1xy, начало которой связано с осью неподвижного шарнира O_1,

$\psi(-\pi\leqslant\psi\leqslant\pi)$ — угол между звеньями манипулятора, отсчитываемый, как показано на фигуре. Точка означает производную по времени t. Отметим, что величина $\Gamma=\operatorname{sign}\psi$ не меняется при движении системы, если траектория груза не проходит через начало координат и не касается окружности $x^2+y^2=4L^2$, являющейся границей рабочей зоны манипулятора. Вывод уравнений (1.1) и более подробное описание исследуемой механической системы содержатся в [1, 2].

Ставится основная задача: определить управляющие моменты M_1, M_2 в виде функций фазовых координат x, $x^\cdot$, y, $y^\cdot$ системы (1.1), обеспечивающие приведение системы из произвольного начального состояния

$$x(0)=x_0,\ x^\cdot(0)=x_0^\cdot,\ y(0)=y_0,\ y^\cdot(0)=y_0^\cdot,\ x_0^2+y_0^2<4L^2 \tag{1.2}$$

в заданное конечное положение с торможением движения в конце процесса

$$x(T)=x_1,\ x^\cdot(T)=0,\ \ y(T)=y_1,\ \ y^\cdot(T)=0,\ \ x_1^2+y_1^2<4L^2 \tag{1.3}$$

На управляющие моменты наложены ограничения: $|M_1|\leqslant M_0$, $|M_2|\leqslant M_0$. Момент окончания процесса T заранее не фиксируется.

Без ограничения общности положим $m=L=M_0=1$. Это достигается переходом в (1.1) к новым безразмерным переменным $x'=x/L$, $y'=y/L$, $t'=(M_0/m)^{1/2}L^{-1}t$, $M_i'=M_i/M_0$ $(i=1, 2)$ с последующим опусканием штрихов.

2. Помимо основной ставятся вспомогательные задачи.

Задача 1. Пусть в начальный момент времени груз находится в произвольном состоянии (1.2). Требуется определить управляющие моменты $M_i(x, x^\cdot, y, y^\cdot)$, $i=1, 2$, которые удовлетворяют ограничениям $|M_i|\leqslant 1$ $(i=1, 2)$ и обеспечивают торможение груза за конечное (заранее не фиксированное) время T_*: $x^\cdot(T_*)=y^\cdot(T_*)=0$.

Перейдем от системы координат O_1xy к системе координат $O_1\xi\eta$, повернутой относительно исходной на угол $\delta=\operatorname{arctg}(y_0^\cdot/x_0^\cdot)$. Это отвечает преобразованию $(x, x^\cdot, y, y^\cdot)\to(\xi, \xi^\cdot, \eta, \eta^\cdot)$ фазовых переменных задачи

$$\left\|\begin{matrix}\xi\\ \eta\end{matrix}\right\| = T_1\left\|\begin{matrix}x\\ y\end{matrix}\right\|,\quad \left\|\begin{matrix}\xi^\cdot\\ \eta^\cdot\end{matrix}\right\| = T_1\left\|\begin{matrix}x^\cdot\\ y^\cdot\end{matrix}\right\|, \tag{2.1}$$

$$T_1=T_1(x_0^\cdot, y_0^\cdot)=\frac{1}{\sqrt{x_0^{\cdot 2}+y_0^{\cdot 2}}}\left\|\begin{matrix}|x_0^\cdot| & y_0^\cdot\operatorname{sign}x_0^\cdot\\ -y_0^\cdot\operatorname{sign}x_0^\cdot & |x_0^\cdot|\end{matrix}\right\|$$

Ось $O_1\xi$ новой системы координат параллельна вектору начальной скорости груза. Уравнения (1.1) инварианты относительно поворота координатных осей и сохраняют свой вид в переменных ξ, η. Начальные условия (1.2) в новых переменных имеют

$$\xi(0)=\xi_0,\quad \xi^\cdot(0)=\xi_0^\cdot,\quad \eta(0)=\eta_0,\quad \eta^\cdot(0)=\eta_0^\cdot=0 \tag{2.2}$$

Здесь $\{\xi_0, \xi_0^\cdot, \eta_0, \eta_0^\cdot\}$ — вектор, отвечающий вектору $\{x_0, x_0^\cdot, y_0, y_0^\cdot\}$ начального фазового состояния (1.2) системы в силу преобразования (2.1).

Если управляющие моменты M_1, M_2 связаны соотношением

$$M_2={}^1/_2M_1[1-\Gamma f(\xi, \eta)],\quad f(\xi, \eta)=\xi\eta^{-1}[4/(\xi^2+\eta^2)-1]^{1/2} \tag{2.3}$$

то уравнения движения манипулятора имеют вид [1, 2]:

$$\xi^{\cdot\cdot}=M_1/\eta,\quad \eta^{\cdot\cdot}=0 \tag{2.4}$$

Поскольку $\eta^\cdot(0)=0$ (см. (2.2)), то при управлениях, удовлетворяющих равенству (2.3), движение груза происходит по прямой $\eta=\eta_0$, проходящей через его начальное положение и параллельной вектору начальной скорости. Из (2.3) вытекает оценка [1]:

$$|M_2|\leqslant|M_1|/|\eta| \tag{2.5}$$

Рассмотрим управления следующего вида:

$$M_1=M_1(\xi^{\cdot}, \eta)=-\eta \operatorname{sign} \xi^{\cdot} \quad (0\leqslant|\eta|<1) \tag{2.6}$$

$$M_1=M_1(\xi^{\cdot}, \eta)=-\operatorname{sign}(\xi^{\cdot}\eta) \quad (1\leqslant|\eta|<2),$$

$$M_2=M_2(\xi, \xi^{\cdot}, \eta)={}^1/_2 M_1[1-\Gamma f(\xi, \eta)]$$

Из (2.2)–(2.5) следует, что управления (2.6) удовлетворяют ограничениям $|M_i|\leqslant 1$ $(i=1, 2)$, и обеспечивают торможение груза за время T_* ($T_*=|\xi_0^{\cdot}|$ при $0\leqslant|\eta|<1$, $T_*=|\xi_0^{\cdot}\eta|$ при $1\leqslant|\eta|<2$), если начальные значения фазовых переменных $\xi=\xi_0$, $\xi^{\cdot}=\xi_0^{\cdot}$, $\eta=\eta_0$, $\eta^{\cdot}=0$ удовлетворяют неравенствам

$$-\{a(\eta_0)[(4-\eta_0^2)^{1/2}+\xi_0]\}^{1/2}\leqslant\xi_0^{\cdot}\leqslant\{a(\eta_0)[(4-\eta_0^2)^{1/2}-\xi_0]\}$$

$$|\xi_0|\leqslant(4-\eta_0^2)^{1/2}; \quad a(\eta_0)=2 \quad (0\leqslant|\eta_0|<1), \quad a(\eta_0)=2/|\eta_0|, \quad 1\leqslant|\eta_0|<2 \tag{2.7}$$

Эти неравенства выделяют область фазовых состояний, из которых возможно прямолинейное движение груза (при ограничениях на управления $|M_i|\leqslant 1$ $(i=1, 2)$), не приводящее к значению $|\xi|=(4-\eta^2)^{1/2}$ при $\xi^{\cdot}\neq 0$. С механической точки зрения это отвечает отсутствию ударов при выходе на границу рабочей зоны манипулятора.

Для того чтобы получить управления в виде функций исходных фазовых переменных x, $x^{\cdot}$, y, $y^{\cdot}$, необходимо выразить ξ, $\xi^{\cdot}$, η через x, $x^{\cdot}$, y, $y^{\cdot}$ согласно (2.1) и подставить соответствующие соотношения в (2.6). Полученные функции зависят от текущих значений фазовых координат $(x, x^{\cdot}, y, y^{\cdot})$ и, как от параметров,— от их начальных значений $(x_0, x_0^{\cdot}, y_0, y_0^{\cdot})$. Однако начальные значения фазовых координат произвольны, а правые части уравнений (1.1) не содержат явно входящего времени. В силу этого в формулах для управляющих моментов можно принимать начальные значения фазовых переменных равными их текущим значениям. В результате управляющие моменты представляются в виде функций текущих значений фазовых координат

$$M_1=M_1^{(0)}(x,x^{\cdot},y,y^{\cdot})=-(x^{\cdot}y-y^{\cdot}x)(x^{\cdot 2}+y^{\cdot 2})^{-1/2} \quad (0\leqslant|\eta|<1)$$

$$\eta=(x^{\cdot}y-y^{\cdot}x)(x^{\cdot 2}+y^{\cdot 2})^{-1/2}\operatorname{sign} x^{\cdot} \qquad M_1=M_1^{(0)}(x,x^{\cdot},y,y^{\cdot})=$$

$$=-\operatorname{sign}(x^{\cdot}y-y^{\cdot}x) \quad (1\leqslant|\eta|<2) \tag{2.8}$$

$$M_2=M_2^{(0)}(x,x^{\cdot},y,y^{\cdot})={}^1/_2 M_1\{1-\Gamma(xx^{\cdot}+yy^{\cdot})(x^{\cdot}y-y^{\cdot}x)^{-1}[4/(x^2+y^2)-1]^{1/2}\}$$

Соотношения (2.8) дают решение задачи 1.

Если фазовый вектор $(x, x^{\cdot}, y, y^{\cdot})$ системы (1.1) принадлежит множеству Σ_1, которое определяется неравенствами (2.7) после подстановки вместо ξ_0, $\xi_0^{\cdot}$, η_0 их выражений через x_0, $x_0^{\cdot}$, y_0, $y_0^{\cdot}$ и опускания индекса 0, то при движении манипулятора не происходит ударов. Если $(x, x^{\cdot}, y, y^{\cdot})\notin\Sigma_1$, то в момент прихода груза на границу рабочей зоны манипулятора возможен удар, в результате которого скорость груза практически мгновенно меняет направление, а в случае неупругого удара — и абсолютную величину. Закон управления (2.8) приводит к торможению груза за конечное время независимо от того, происходят удары или нет. Действительно, вычислив производную кинетической энергии $E_k=(x^{\cdot 2}+y^{\cdot 2})/2$ системы по времени, в силу уравнений (1.1) и с учетом (2.8) получим $v^{\cdot}=h(x, x^{\cdot}, y, y^{\cdot})$, $v>0$; $dv^2/dt=0$, $v=0$; $v=(x^{\cdot 2}+y^{\cdot 2})^{1/2}$; $h=-1$, $0\leqslant|\eta|<1$; $h=-1/|\eta|$, $1\leqslant|\eta|<2$.

Отсюда вытекает неравенство $v^{\cdot}=h\leqslant-{}^1/_2$, выполняющееся в точках дифференцируемости модуля скорости v (т. е. всегда, за исключением моментов ударов τ_i) при условии его положительности. Обратившись в нуль в некоторый момент времени $t=T_*$, величина v сохраняет нулевое значение при $t>T_*$. В моменты $t=\tau_i$ $(i=1,\ 2)$, когда происходят удары, радиальная составляющая v_n скорости груза претерпевает разрыв и выполняются соотношения $|v_n(\tau_i+0)|=R|v_n(\tau_i-0)|$, $v(\tau_i+0)-v(\tau_i-0)\leqslant 0$ $(i=1, 2, \ldots, 0<R\leqslant 1)$. Величина R называется коэффициентом восстановления нормальной компоненты скорости при ударе [3]. При абсолютно упругом ударе $R=1$. Из изложенного следует соотношение, выполняющееся на траекториях движения исследуемой системы

$$v(t)=v_0+\int_0^t h(x(\tau), x^{\bullet}(\tau), y(\tau), y^{\bullet}(\tau))\,d\tau+\sum_{i=1}^{N(t)}[v(\tau_i+0)-v(\tau_i-0)] \tag{2.9}$$

Здесь v_0 — начальное значение модуля скорости (при $t=0$), $N(t)$ — число ударов на промежутке $[0,\ t)$. Функция $h(x(t),\ x^{\bullet}(t),\ y(t),\ y^{\bullet}(t))$, стоящая в (2.9) под знаком интеграла, не определена в моменты ударов τ_i. Поскольку в точках τ_i функция $h(x(t),\ x^{\bullet}(t),\ y(t),\ y^{\bullet}(t))$ претерпевает разрыв первого рода, то значение интеграла (2.9) не зависит от способа доопределения функции в указанных точках. Без ограничения общности можно, например, считать функцию h непрерывной справа, положив $h(x(\tau_i),\ x^{\bullet}(\tau_i),\ y(\tau_i),\ y^{\bullet}(\tau_i))=h(x(\tau_i+0),\ x^{\bullet}(\tau_i+0),\ y(\tau_i+0),\ y^{\bullet}(\tau_i+0))$. Из (2.9) и неравенства $v^{\bullet}\leqslant -{}^1/_2$ вытекает, что при $v>0$ выполняется соотношение $v(t)\leqslant v_0-{}^1/_2 t$, из которого следует, что управление (2.8) обеспечивает торможение груза за время $T_*\leqslant 2v_0$.

Задача 2. Требуется определить управляющие моменты $M_i(x,\ x^{\bullet},\ y,\ y^{\bullet})$ $(i=1,\ 2)$, которые удовлетворяют ограничениям $|M_i|\leqslant 1$ $(i=1,\ 2)$ и обеспечивают приведение груза из состояния (1.2) в состояние (1.3) при условии, что в начальный момент времени скорость груза равна нулю или направлена вдоль прямой, проходящей через его начальное и конечное положения, т. е. имеет место равенство

$$x_0^{\bullet}(y_1-y_0)-y_0^{\bullet}(x_1-x_0)=0 \tag{2.10}$$

Перейдем от системы координат O_1xy к системе координат $O_1\xi^\vee\eta^\vee$, повернутой относительно исходной на угол $\gamma=\mathrm{arctg}[(y_1-y_0)/(x_1-x_0)]$. Это отвечает преобразованию $(x,\ x^{\bullet},\ y,\ y^{\bullet})\to(\xi^\vee,\ \xi^{\vee\bullet},\ \eta^\vee,\ \eta^{\vee\bullet})$ фазовых переменных задачи

$$\left\|\begin{matrix}\xi^\vee\\ \eta^\vee\end{matrix}\right\|=T_2\left\|\begin{matrix}x\\ y\end{matrix}\right\|,\quad \left\|\begin{matrix}\xi^{\vee\bullet}\\ \eta^{\vee\bullet}\end{matrix}\right\|=T_2\left\|\begin{matrix}x^{\bullet}\\ y^{\bullet}\end{matrix}\right\| \tag{2.11}$$

$$T_2=T_2(x_0,y_0;x_1,y_1)=\frac{1}{\sqrt{(x_1-x_0)^2+(y_1-y_0)^2}}\left\|\begin{matrix}|x_1-x_0| & (y_1-y_0)\,\mathrm{sign}\,(x_1-x_0)\\ -(y_1-y_0)\,\mathrm{sign}\,(x_1-x_0) & |x_1-x_0|\end{matrix}\right\|$$

Уравнения движения (1.1) инвариантны относительно преобразования (2.11), а начальные (1.2) и конечные (1.3) условия в новых переменных имеют вид

$$\xi^\vee(0)=\xi_0^\vee,\quad \xi^{\vee\bullet}(0)=\xi_0^{\vee\bullet},\quad \eta^\vee(0)=\eta_0^\vee,\quad \eta^{\vee\bullet}(0)=0 \tag{2.12}$$

$$\xi^\vee(T)=\xi_1^\vee,\quad \xi^{\vee\bullet}(T)=0,\quad \eta^\vee(T)=\eta_1^\vee=\eta_0^\vee,\quad \eta^{\vee\bullet}(T)=0 \tag{2.13}$$

Рассмотрим управление

$$\begin{gathered}M_1=M_1^\vee(\xi^\vee,\ \xi^{\vee\bullet},\ \eta^\vee,\ \xi_1^\vee)=\eta^\vee\,\mathrm{sign}[\xi_1^\vee-\xi^\vee-\xi^{\vee\bullet 2}\,\mathrm{sign}\,\xi^{\vee\bullet}/2)]\\ (0\leqslant|\eta^\vee|<1)\\ M_1=M_1^\vee(\xi^\vee,\ \xi^{\vee\bullet},\ \eta^\vee,\ \xi_1^\vee)=\mathrm{sign}[\eta^\vee(\xi_1^\vee-\xi^\vee-\xi^{\vee\bullet 2}|\eta|\,\mathrm{sign}\,\xi^{\vee\bullet}/2)]\\ (1\leqslant|\eta^\vee|<2)\\ M_2=M_2^\vee(\xi^\vee,\ \xi^{\vee\bullet},\ \eta^\vee,\ \xi_1^\vee)={}^1/_2M_1[1-\Gamma f(\xi^\vee,\ \eta^\vee)]\end{gathered} \tag{2.14}$$

Моменты M_1, M_2 (2.14) удовлетворяют соотношениям (2.3) и, следовательно, движение груза описывается дифференциальными уравнениями (2.4). Поскольку $\dot{\check\eta}(0)=0$ (см. (2.12)), движение груза происходит по прямой $\check\eta=\check\eta_0$, параллельной оси $O_1\check\xi$ и проходящей через начальное $(\check\xi_0, \check\eta_0)$ и конечное $(\check\xi_1, \check\eta_0)$ положения.

В [1] показано, что закон управления (2.14) обеспечивает приведение манипулятора из состояния (2.12) в (2.13), если параметры начального состояния $\check\xi_0$, $\dot{\check\xi}_0$, $\check\eta_0$ удовлетворяют соотношениям (2.7), в которых сделана формальная замена $(\xi_0, \dot\xi_0, \eta_0)\to(\check\xi_0, \dot{\check\xi}_0, \check\eta_0)$.

Рассуждения, аналогичные рассуждениям, предшествующим формулам (2.8), приводят к выводу, что управления

$$M_i=M_i^{(1)}(x, \dot x, y, \dot y; x_1, y_1)=\check M_i(\check\xi, \dot{\check\xi}, \check\eta, \check\xi_1) \qquad (i=1,\ 2) \tag{2.15}$$

$$\check\xi=P[x(x-x_1)+y(y-y_1)], \quad \dot{\check\xi}=P[\dot x(x-x_1)+\dot y(y-y_1)]$$

$$\check\eta=P(xy_1-yx_1), \quad \check\xi_1=P[x_1(x-x_1)+y_1(y-y_1)]$$

$$P=P(x, y, x_1, y_1)=[(x-x_1)^2+(y-y_1)^2]^{-1/2}\operatorname{sign}(x-x_1)$$

обеспечивают приведение манипулятора из произвольного состояния $(x, \dot x, y, \dot y)$ в состояние (1.3), если

$$(x, \dot x, y, \dot y)\in B=\{x, \dot x, y, \dot y: \dot x(y_1-y)-\dot y(x_1-x)=0\}\cap\Sigma_2 \tag{2.16}$$

где Σ_2 — область, определенная неравенствами (2.7), в которые вместо ξ_0, $\dot\xi_0$, η_0 подставлены величины $\check\xi$, $\dot{\check\xi}$, $\check\eta$ из (2.15) соответственно. Отметим, что управления (2.15), в отличие от (2.8), зависят не только от текущих значений фазовых переменных, но и от координат конечного положения груза (как от параметров).

3. Рассмотрим закон управления, являющийся комбинацией управлений (2.8), (2.15), полученных в п. 2

$$\begin{aligned} &M_i(x, \dot x, y, \dot y; x_1, y_1)=M_i^{(0)}(x, \dot x, y, \dot y), \quad (x, \dot x, y, \dot y)\notin B \\ &M_i(x, \dot x, y, \dot y; x_1, y_1)=M_i^{(1)}(x, \dot x, y, \dot y; x_1, y_1), \quad (x, \dot x, y, \dot y)\in B \end{aligned} \tag{3.1}$$

где функции $M_i^{(0)}$, $M_i^{(1)}$ определяются соответственно формулами (2.8), (2.15), а область B задается соотношением (2.16). Управление (3.1) дает решение основной задачи, поставленной в п. 1. Оно обеспечивает приведение груза из произвольного положения внутри рабочей зоны манипулятора в заданную точку (x_1, y_1) с торможением движения, причем скорость в начальный момент времени произвольна.

Опишем качественно движение груза, находящегося в начальный момент времени в состоянии (1.2), при управлении (3.1). Возможны три различных случая.

1. В момент времени $t=0$ выполнены соотношения $(x_0, \dot x_0, y_0, \dot y_0)\in\Sigma_1$, $(x_0, \dot x_0, y_0, \dot y_0)\notin B$. Это означает, что вектор начальной скорости не лежит на прямой, проходящей через начальное и конечное положения груза, и при движении груза из состояния (1.2) под действием управления (2.8) не происходит выхода на границу рабочей зоны манипулятора с ненулевой скоростью. В этом случае траектория груза состоит из двух прямолинейных отрезков. На первом участке траектории груз тормозится до нулевой скорости в соответствии с (2.8), а на втором осуществляется его приведение при помощи управления (2.15) в точку назначения (x_1, y_1) из состояния покоя, реализовавшегося в конце первого участка.

2. В момент времени $t=0$ выполнено соотношение $(x_0, \dot x_0, y_0, \dot y_0)\in B$. Это означает, что вектор начальной скорости груза лежит на прямой, соединяющей начальную и конечную точки, и, кроме того, управление (2.15)

обеспечивает приведение системы из данного начального состояния в состояние (1.3) без выхода груза на границу рабочей зоны манипулятора с ненулевой скоростью. В этом случае траектория движения груза — прямолинейный отрезок. Отметим, что точка назначения (x_1, y_1) не всегда является граничной для этого отрезка. Если начальная скорость направлена в сторону точки (x_1, y_1), а ее модуль достаточно велик, то ограниченные управления не могут обеспечить торможение груза в точке назначения в момент первого прихода в нее и существует участок траектории, содержащий конечную точку, который груз проходит дважды.

3. В момент времени $t=0$ выполнено соотношение $(x_0, \dot{x}_0, y_0, \dot{y}_0)\notin\Sigma_1\cup\cup B$. Тогда управление (3.1) не может обеспечить безударное движение груза. В этом случае согласно (3.1) управление (2.8) действует до тех пор, пока фазовая точка системы не попадает в область B, после чего управление (2.15) приводит груз в точку назначения. Траектория движения представляет собой ломаную, часть вершин которой лежит на границе рабочей зоны манипулятора.

Замечание. При больших начальных скоростях груза описанный выше синтез управления (3.1) приводит к ударам, что весьма нежелательно при эксплуатации манипуляторов. Однако на практике чаще всего требуется привести в заданное положение груз, первоначально находящийся в состоянии покоя ($\dot{x}_0=\dot{y}_0=0$). Назовем движение из состояния (1.2) при $\dot{x}_0=\dot{y}_0=0$ в состояние (1.3) под действием управления (3.1) номинальным. Начальное состояние и вся фазовая траектория номинального движения вместе с некоторой окрестностью принадлежат множеству B (2.16). Управление в форме синтеза (3.1), в отличие от программных управлений, исследованных в [1, 2], обеспечивает устойчивость номинального движения относительно малых возмущений координат и скорости груза, не выводящих изображающую точку системы (1.1) из множества $\Sigma_1\cup B$. Эти возмущения могут быть следствием погрешностей при задании начальных условий (например, неточного позиционирования схвата манипулятора в начальном положении) или влияния внешних факторов (например, слабых толчков), действующих во время движения системы. При обычных условиях эксплуатации указанные возмущения весьма малы и не выводят изображающую точку из множества $\Sigma_1\cup B$, гарантирующего безударное движение при управлении (3.1). Если все-таки возмущение окажется немалым, управление (3.1) за конечное время приведет систему в область $\Sigma_1\cup B$ и дальнейшее движение будет безударным. Отмеченное обстоятельство представляется важным с точки зрения практической применимости предлагаемого закона управления. Отметим также, что при условии ограниченности управляющих моментов никакой способ управления не может обеспечить безударное движение груза при произвольной начальной скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Болотник Н. Н., Каплунов А. А.* Оптимальные прямолинейные перемещения груза при помощи двузвенного манипулятора.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1982, № 1, с. 160–170.
2. *Болотник Н. Н., Каплунов А. А.* Оптимизация управления и конфигураций двузвенного манипулятора.— Изв. АН СССР. Техн. кибернетика, 1983, № 4, с. 144–150.
3. *Пановко Я. Г.* Введение в теорию механического удара. М.: Наука, 1977. 224 с.

Москва

Поступила в редакцию
2.I.1984