

4. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
5. Глушко А. И. Численное исследование полей напряжений при соударении цилиндров. — Изв. АН СССР. МТТ, 1980, № 2, с. 104–112.

Москва

Поступила в редакцию
6.IX.1983

УДК 539.3

ОДНА ПЛОСКАЯ ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

ДОБОРДЖИНИДЗЕ Л. Г.

В условиях плоской деформации рассматривается упругопластическая задача определения в бесконечном теле из нелинейно-упругого материала гармонического вида равнопрочного контура отверстия [1, 2]. Предполагается, что в момент зарождения пластическая область охватывает весь контур отверстия, не проникая в глубь тела [3]. Задача решена на основании комплексных представлений полей упругих элементов для гармонической упругой среды через две аналитические в рассматриваемой физической области функции. Искомые контуры определены в виде семейства подобных эллипсов. Для линейного, классического случая эта задача решена в [2]. В публикуемой работе задача рассматривается в нелинейной постановке.

1. Пусть упругий материал занимает плоскость переменной $z=x+iy$ с криволинейным отверстием (произвольной формы). К контуру L этого отверстия приложены постоянные нормальное давление и касательное напряжение $\sigma_n=p_0$, $\tau_n=\tau_0$, а на бесконечности среда подвергается двукосному растяжению вдоль координатных осей [4]: $X_x^{(\infty)}=N_1$, $Y_y^{(\infty)}=N_2$, $X_y^{(\infty)}=0$.

Под действием этих усилий на контуре L возникает пластический пояс (слой нулевой толщины), в области которого среда находится в состоянии идеальной пластичности, характеризуемой условием (постоянная k — предел текучести при чистом сдвиге) [5]:

$$(X_x - Y_y)^2 + 4X_y^2 = 4k^2 \quad (1.1)$$

Из (1.1) следует, что во всех точках искомого контура L должно быть

$$\sigma_t = p_0 \pm 2\sqrt{k^2 - \tau_0^2} \quad (1.2)$$

где σ_t — искомое тангенциальное нормальное напряжение. Знак перед радикалом выбирается из физических соображений [2].

В принятой постановке требуется найти форму и расположение контура L таким, чтобы во всех его точках напряжение σ_t , определяемое соотношением (1.2), было постоянным.

Для решения задачи воспользуемся комплексными представлениями полей напряжений и деформаций гармонического нелинейно-упругого материала через две аналитические в рассматриваемой физической области S функции $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ [6]:

$$X_x + Y_y + 4\mu = \frac{\lambda + 2\mu}{\sqrt{J}} q \Omega(q), \quad Y_y - X_x - 2iX_y = -\frac{4(\lambda + 2\mu)}{\sqrt{J}} \frac{\Omega(q)}{q} \frac{\partial z^*}{\partial z} \frac{\partial z^*}{\partial \bar{z}} \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial z^*}{\partial z} = \frac{\mu}{\lambda + 2\mu} \varphi''(z) + \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \frac{\varphi'(z)}{\varphi'(z)}, \quad q = 2 \left| \frac{\partial z^*}{\partial z} \right|, \quad \Omega(q) = q - \frac{2(\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu} \quad (1.4)$$

$$\sqrt{J} = \left| \frac{\partial z^*}{\partial z} \right|^2 - \left| \frac{\partial \bar{z}^*}{\partial z} \right|^2, \quad \frac{\partial z^*}{\partial z} = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 2\mu} \left[\frac{\varphi(z) \overline{\varphi''(z)}}{\varphi'^2(z)} - \overline{\varphi'(z)} \right]$$

где λ , μ — упругие постоянные Ламе, $z^* = x^* + iy^*$ — комплексная координата в деформированной области. Функции $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ при больших $|z|$ имеют представления

$$\varphi(z) = a_0 z + O(z^{-1}), \quad \psi(z) = b_0 z + O(z^{-1}) \quad (1.5)$$

$$a_0 = \left[\frac{\lambda + \mu}{\mu} \frac{2\mu(N_1 + N_2) + N_1 N_2 + 4\mu^2}{\lambda(N_1 + N_2) - N_1 N_2 + 4\mu(\lambda + \mu)} \right]^{1/2}, \quad b_0 = \frac{(\lambda + 2\mu)(N_1 - N_2)}{\lambda(N_1 + N_2) - N_1 N_2 + 4\mu(\lambda + \mu)} \quad (1.6)$$

3. Галин Л. А. Плоская упругопластическая задача.— ПММ, 1946, т. 10, вып. 3, с. 367—386.
4. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
5. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969. 420 с.
6. Доборджинидзе Л. Г. Комплексное представление смещений и напряжений для нелинейного упругого материала гармонического типа.— Тр. Тбил. матем. ин-та, 1979, т. 61, с. 37—48.

Тбилиси

Поступила в редакцию
12.V.1983

УДК 539.3:620.1

УСТАНОВКА ДЛЯ ИСПЫТАНИЙ ТРУБЧАТЫХ ОБРАЗЦОВ МАТЕРИАЛОВ В СРЕДЕ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

ТОЛОКОННИКОВ О. Л.

Различные конституционные соотношения механики деформируемого твердого тела базируются на гипотезах, прямая экспериментальная проверка которых возможна, если реализовать и контролировать разнообразные траектории деформирования образцов и поддерживать постоянными, в качестве параметров, температуру, гидростатическое напряжение σ и другие скалярные функции процесса [1].

Известные установки для испытаний трубчатых образцов действием осевой растягивающей силы Q , внутреннего давления Δp , крутящего момента M не приспособлены для наложения всестороннего давления на процесс формоизменения образцов.

Между тем известно [2, 3], что всестороннее сжатие достаточной величины оказывает заметное влияние на механические свойства материала, в частности существенно увеличивает предел пластических деформаций.

Экспериментальные исследования, проведенные при многоосном нагружении в среде высокого давления, ограничены по диапазону реализуемых и контролируемых видов напряженного состояния и не позволяют сделать обобщающих выводов, необходимых для обоснования известных и разработки новых моделей деформирования, учитывающих реальные свойства материалов.

Заметим, что в трубчатых образцах при двухосном растяжении реализуется весь диапазон фаз напряжений [4], а дополнительное наложение гидростатического давления $p \approx -\sigma$ позволяет, во-первых, проследить влияние первого инварианта тензора напряжений на характеристики формоизменения (при известном законе изменения объема) и, во-вторых, перенести испытания в область конечных пластических деформаций, недостижимых в нормальных условиях.

Для проведения таких испытаний создан экспериментальный комплекс¹, отвечающий ряду специфических требований, а именно:

нагружение трубчатого образца осевой растягивающей силой Q , избыточным давлением Δp при постоянном гидростатическом давлении p ;

независимость параметров внешней нагрузки друг от друга и от гидростатического давления;

неизменность гидростатического давления в процессе деформирования образца; измерение усилий, действующих непосредственно на образец, исключая влияние трения в уплотнениях;

измерение деформаций базовых размеров образца непосредственно в камере высокого давления с достаточной точностью;

реализация достаточно произвольной программы нагружения в двумерном пространстве напряжений [1] и возможность оперативной коррекции программы с учетом изменения геометрии образца.

Выполнить одновременно эти требования на известных установках не представляется возможным. Комплекс состоит из блока высокого давления, размещенного в бронированной камере и смонтированного на разрывной гидравлической машине

¹ Толоконников О. Л., Степунин В. И., Астапов В. Ф., Моисеев А. Г. Установка для исследования сложного напряженного состояния трубчатых образцов материалов.— Авт. свид. № 1021982. Кл. G01 № 3/40. Заявл. 5.10.1981. Опубл.: Открытия и изобретения, 1983, № 21, с. 118—119.