

УДК 539.3

**ВОЛНЫ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ  
С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ ГРАНИЦАМИ РАЗДЕЛА**

**АРТИКОВ Т. У.**

Исследования о распространении акустических и электромагнитных волн в областях с криволинейными границами раздела (периодическими или произвольными) подробно описаны в литературе, но в области упругих и неупругих сред эти волны изучены недостаточно. В [1, 2] рассмотрено отражение гармонических волн от криволинейной поверхности полупространства методом возмущения. В [3] получены коэффициенты отражения и преломления гармонических волн в криволинейно-слоистых средах. Упругие поверхностные волны на плоской и сильно гофрированной поверхности в недиссилиптивной среде рассмотрены в [4].

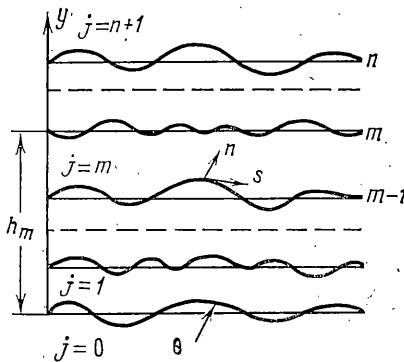
В публикуемой работе построено и реализовано на ЭВМ решение задачи о распространении волн в пористых средах (слоистых с поглощением), внутренние поверхности которых имеют произвольную криволинейную форму. Используя метод возмущений с последующим применением матричного метода, решение задачи представлено в виде степенного ряда по степени малого параметра. При этом криволинейные границы описываются аналитическими функциями, имеющими непрерывную первую производную. Решение в общем случае представлено в матричной форме. Члены нулевого порядка являются решением задачи для плоского случая. В качестве примера приводятся два случая для слоя, лежащего на полупространстве: слой является поверхностным включением; слой имеет поверхность раздела в виде зубчатого выступа.

**1. Постановка задачи.** Пусть среда состоит из пористых слоев, насыщенных жидкостью, находящихся между полупространствами (фиг. 1). Границы между слоями и полупространствами описываются функциями  $y=f_i(x, z)$ . Слой, верхние и нижние полупространства характеризуются плотностями  $\rho_{ik(j)}$  и фазовыми скоростями  $c_{\alpha j}$ , где первый индекс относится к моде распространения ( $\alpha=1$  для волны  $P_1$ ,  $\alpha=2$  для волны  $P_2$ ,  $\alpha=3$  для поперечной волны  $SV$ ), а второй, взятый в скобках, — к части среды ( $j=1, 2 \dots n$  означает слои,  $j=0$  и  $j=n+1$  — полупространства).

Требуется найти поле перемещений в любой точке пространства, когда плоская гармоническая волна с частотой  $\omega$  падает параллельно оси  $z$  под углом  $\theta$  на границу раздела между слоями  $j=1$  и полупространством  $j=0$ . В данной постановке задача является двумерной, и решение не будет зависеть от значения  $z$ .

Уравнения движения пористых сред в формулировке М. А. Био в напряжениях имеют вид [1]:

$$\begin{aligned}\sigma_{ii,i} &= \rho_{11} u_{1i}^{..} + \rho_{12} u_{2i}^{..} + b(u_{1i}^{\cdot} - u_{2i}^{\cdot}) \\ \sigma_{i,i} &= \rho_{12} u_{1i}^{..} + \rho_{22} u_{2i}^{..} + b(u_{2i}^{\cdot} - u_{1i}^{\cdot})\end{aligned}\quad (1.1)$$



Фиг. 1

где  $\sigma_{ii}$  — тензор напряжений,  $\sigma$  — давление жидкости,  $u_{1i}$  и  $u_{2i}$  — вектора смещения скелета и жидкости,  $\rho_{kl}$  — приведенные плотности,  $b$  — коэффициент «диффузии» волн; точки означают производные по времени.

Вводя потенциалы  $\varphi_{aj}$ , как в [5], получаем уравнение, эквивалентное уравнению (1.1):

$$\left( \nabla^2 + \frac{\omega^2}{a_{\alpha j}^2} \right) \varphi_{\alpha j} = 0, \quad c_{\alpha j} = \frac{|a_{\alpha j}|^2}{\operatorname{Re} a_{\alpha j}}, \quad \zeta_{\alpha j} = \frac{\omega \operatorname{Im} a_{\alpha j}}{|a_{\alpha j}|^2} \quad (1.2)$$

где  $c_{\alpha j}$  — скорости волн в среде с затуханием,  $\zeta_{\alpha j}$  — коэффициент затухания волн в  $j$ -среде.

Волновые поля в каждом слое и полупространствах описываются следующими потенциалами:

$$\varphi_{\alpha j} = \int_{-\infty}^{\infty} [A_{\alpha j} \exp(ir_{\alpha j}\eta) + B_{\alpha j} \exp(-ir_{\alpha j}\eta)] \exp(i\eta x) d\eta \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (1.3)$$

$$\varphi_{\alpha j} = \int_{-\infty}^{\infty} A_{\alpha j} \exp[i(r_{\alpha j}\eta + \eta x)] d\eta \quad (j=0, j=n+1) \quad (1.4)$$

$$r_{\alpha j} = \sqrt{\omega^2/a_{\alpha j}^2 - \eta^2}, \quad |\omega/a_{\alpha j}| > |\eta|$$

$$r_{\alpha j} = -i\sqrt{\eta^2 - \omega^2/a_{\alpha j}^2}, \quad |\eta| > |\omega/a_{\alpha j}|$$

Если волна падает под углом  $\theta$  к вертикальной оси, то потенциал этой волны равен

$$\varphi_{t(0)} = a_t \exp[i\omega(x \sin \theta + y \cos \theta)/c_{t(0)}] \quad (1.5)$$

где  $t$  — тип падающей волны.

В качестве граничного условия используем непрерывность напряжений и скоростей смещения, закона сохранения потока веществ на границе раздела среды. Так как  $n$  и  $s$  являются нормальными и тангенциальными направляющими к поверхности  $y=f_j(x)$ , то компоненты смещения в  $k$ -й среде через  $j$  — поверхность раздела — имеют вид

$$u_{nni}^{(k)} = \frac{u_i^{(k)} - v_i^{(k)} f_j'(x)}{\sqrt{1+f_j'^2(x)}}, \quad u_{nsi}^{(k)} = \frac{v_i^{(k)} - u_i^{(k)} f_j'(x)}{\sqrt{1+f_j'^2(x)}} \quad (i=1, 2)$$

$$\sigma_{nn}^{(k)} = [\sigma_{yy}^{(k)} + \sigma_{xx}^{(k)} f_j'^2(x) - 2\sigma_{xy}^{(k)} f_j'(x)] / (1+f_j'^2(x))$$

$$\sigma_{ns}^{(k)} = [(\sigma_{yy}^{(k)} + \sigma_{xx}^{(k)}) f_j'(x) + \sigma_{xy}^{(k)} (1+f_j'^2(x))] / (1+f_j'^2(x)) \quad (1.6)$$

Введем вектор-функцию  $G_j^{(m)}$  и  $F$  с компонентами  $G_j^{(m)} = \{u_{nn1(j)}^{(m)}, u_{ns1(j)}, \beta_j(u_{nn2(j)}^{(m)} - u_{nn1(j)}^{(m)}), \sigma_j^{(m)}, \sigma_{nnj}^{(m)}, \sigma_{nsj}^{(m)}\}$ ,  $F = [F_1 + F_2 + \dots + F_n]$ .

Тогда с учетом значений (1.3) — (1.6) вектор-функции  $G_j^{(m)}$  и  $F$  можно представить в следующем виде ( $\Gamma_{(j)}$  — диагональная матрица):

$$G_j^{(m)} = \int_{-\infty}^{\infty} [L_{0(j)}(\eta) + L_{1(j)}(\eta) f_m'(x) + L_{1(j)}(\eta) f_m'^2(x)] F_{(j)} Z_{(j)} e^{inx} d\eta \quad (1.7)$$

$$F = [L_{0(0)} + L_{1(0)} f_0'(x) + L_{2(0)} f_0'^2(x)] \Gamma_0 Z_0^* \exp(ikx \sin \theta)$$

$$L_{0(j)}(\eta) = \omega \begin{vmatrix} r_1(j) & r_2(j) & -\eta & -r_1(j) & -r_2(j) & -\eta \\ \eta & \eta & r_3(j) & \eta & \eta & -r_3(j) \\ q_1(j) & q_2(j) & -q_3(j)^* & -q_1(j) & -q_2(j) & -q_3(j)^* \\ \alpha_1(j) & \alpha_2(j) & 0 & \alpha_1(j) & \alpha_2(j) & 0 \\ \gamma_1(j) & \gamma_2(j) & s_3(j) & \gamma_1(j) & \gamma_2(j) & -s_3(j) \\ s_1(j) & s_2(j) & z_3(j)^* & -s_1(j) & -s_2(j) & z_3(j)^* \end{vmatrix}$$

$$L_{1(j)}(\eta) = \begin{vmatrix} -\eta & -\eta & r_3(j) & -\eta & -\eta & r_3(j) \\ -r_1(j) & -r_2(j) & \eta & r_1(j) & r_2(j) & \eta \\ -q_1(j)^* & -q_2(j)^* & -q_3(j) & -q_1(j)^* & q_2(j)^* & q_3(j) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2s_1(j) & 2s_2(j) & 2z_3(j)^* & -2s_1(j) & -2s_2(j) & 2z_3(j)^* \\ 2z_1(j)^* & 2z_2(j)^* & -2s_3(j) & 2z_1(j)^* & 2z_2(j)^* & 2s_3(j) \end{vmatrix}$$

$$L_{2(j)}(\eta) = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \gamma_1(j)^* & \gamma_2(j)^* & -s_3(j) & \gamma_1(j)^* & \gamma_2(j)^* & s_3(j) \\ s_1(j) & s_2(j) & z_3(j)^* & s_1(j) & s_2(j) & -z_3(j)^* \end{vmatrix}$$

$$Z_0^* = [a_1, a_2, a_3, 0, 0, 0] \quad c_x = c_i / \omega \sin \theta$$

$$q_{\alpha(j)} = q_{\alpha(j)}^* r_{\alpha(j)} / \eta, \quad q_{\alpha(j)}^* = [(\beta_{\alpha(j)} - 1) \beta_j + 1] \eta$$

$$s_{\alpha(j)} = 2\mu_j \eta r_{\alpha(j)} / \omega, \quad z_{\alpha(j)}^* = -\mu_{(j)} (\eta^2 - r_{\alpha(j)}^2) / \omega$$

$$\alpha_{\alpha(j)} = -(Q_{(j)} + R_{(j)} \beta_{\alpha(j)}) k_{\alpha(j)}^2 / \omega, \quad k_{\alpha(j)} = \omega / a_{\alpha(j)}$$

$$\gamma_{\alpha(j)} = [(\lambda_{(j)} + 2\mu_{(j)} + Q_{(j)} \beta_{\alpha(j)}) k_{\alpha(j)}^2 - 2\mu_{(j)} \eta^2] / \omega$$

$$\gamma_{\alpha(j)}^* = [(\lambda_{(j)} + Q_{(j)} \beta_{\alpha(j)}) k_{\alpha(j)}^2 + 2\mu_{(j)} \eta^2] / \omega$$

$$\Gamma_{(j)} = \{\exp(i r_{1(j)} f_j(x)), \dots, \exp(-i r_{3(j)} f_j(x))\}$$

Используя условия непрерывности напряжений, давления, скорости смещения и сохранения потока веществ, граничные условия на поверхности раздела с помощью вектор-функции  $G$  и  $F$  запишем в виде

$$G_j(x, y) = G_{j-1}(x, y), \quad G_1(x, y) = F + G_0(x, y) \quad (1.8)$$

**2. Метод решения.** Получить аналитическое решение поставленной задачи в общем случае практически невозможно. Поэтому далее воспользуемся методом возмущений в комбинации с матричным методом.

Введем малый параметр  $\varepsilon$  в виде

$$\exp(\pm i r_{\alpha(j)} f_j) \rightarrow \exp(\pm i r_{\alpha(j)} (h_j + \varepsilon_j f_j^*)) \quad (2.1)$$

Для удобства звездочку над функциями  $f_j^*(x)$  опустим.

Представим неизвестные коэффициенты  $A_{\alpha j}$  и  $B_{\alpha j}$  и вектор-функции  $Z_j(\eta, h_m)$  в виде степенного ряда от  $\varepsilon_j$ :

$$A_{\alpha j} = A_{\alpha j}^{(0)} + \varepsilon_j A_{\alpha j}^{(1)} + \varepsilon_j^2 A_{\alpha j}^{(2)} + \dots, \quad B_{\alpha j} = B_{\alpha j}^{(0)} + \varepsilon_j B_{\alpha j}^{(1)} + \varepsilon_j^2 B_{\alpha j}^{(2)} + \dots$$

$$Z_j(\eta, h_m) = Z_j^{(0)} + \varepsilon_j Z_j^{(1)} + \varepsilon_j^2 Z_j^{(2)} + \dots$$

$$Z_j(\eta, y) = [A_{1j} \exp(i r_{1j} y), \dots, B_{3j} \exp(-i r_{3j} y)]$$

Затем, разлагая  $e^{ef}$  в ряд маклорена и подставляя в (1.7), получим

$$G_j(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} [L_{0(j)}(\eta) + L_{1(j)}(\eta) \varepsilon_m f_m'(x) + L_{2(j)}(\eta) \varepsilon_m^2 f_m'^2(x)] \left[ \Gamma_j^{(0)} + \right. \\ \left. + \varepsilon_m f_m(x) \Gamma_j^{(1)} + \frac{1}{2!} \varepsilon_m^2 f_m^2(x) \Gamma_j^{(2)} + \dots \right] [Z_j^{(0)} + \varepsilon_m Z_j^{(1)} + \varepsilon_m^2 Z_j^{(2)} + \dots] d\eta + FF_0 \quad (2.2)$$

Запишем  $F$  и  $\Gamma_j^{(k)}$  в виде ( $\Gamma_j^{(k)}$  — диагональная матрица):

$$F = [L_{0(0)}(c_x) + \varepsilon_0 f'(x) L_{1(0)}(c_x) + \varepsilon_0^2 f_0'^2(x)$$

$$L_{2(0)}(c_x)] Z_0 \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon_0^k \Gamma_0^{(k)} f_0^{(k)}(x) \exp(ic_x x)$$

$$\Gamma_j^{(k)} = \{(ikr_{1j})^k/k!, \dots, (-ikr_{3j})^k/k!\}, \quad F_0 = 1 \quad (j=0), \quad F_0 = 0 \quad (j \neq 0)$$

Подставляя (2.2) в (1.8) и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях  $\varepsilon$ , имеем

$$\int_{-\infty}^{\infty} L_{0(j)}(\eta) Z_j^{(0)}(\eta, h_{j-1}) \exp(i\eta x) d\eta = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} L_{0(j-1)}(\eta) Z_{j-1}^{(0)}(\eta, h_{j-1}) \exp(i\eta x) d\eta + F_0 L_{0(0)}(c_x) \exp(ic_x x) \quad (2.3)$$

Аналогично получаем системы уравнения для определения неизвестных коэффициентов  $k$ -го приближения.

Для определения неизвестных коэффициентов произвольного приближения ( $\varepsilon^k$ ) будем иметь

$$\sum_{m=0}^2 \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{k-m} \frac{\Gamma_j^{(k-m-l)}}{k-m-l} L_{mj}(\eta, h_{j-1}) [f_{j-1}'(x)]^m [f_{j-1}^{(k-m-l)}] \exp(i\eta x) d\eta = \\ = \sum_{m=0}^2 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{k-m} \frac{\Gamma_{j-1}^{(k-m-l)}}{k-m-l} L_{m(j-1)}(\eta) Z_{j-1}^{(l)} \times \right. \\ \left. \times [f_{j-1}'(x)]^m [f_{j-1}^{(k-m-l)}] \exp(i\eta x) + F_0 F_m^{(k)} \right\} \quad (2.4)$$

$$F_m^{(k)} = \frac{f_0^{(k-m)}(x)}{(k-m)!} [f_0'(x)]^m L_{m(0)}(c_x) \Gamma_0^{k-m} Z_0 * e^{ic_x x}$$

Определим  $Z_j(\eta)$  для нулевого приближения. Применим преобразование Фурье к системе интегральных уравнений (2.3) и (2.4), а затем матричный метод [4, 3]; в результате получим следующие рекуррентные формулы, связывающие вектор-функции  $Z_j^{(0)}$  с вектором функции  $Z^{(0)}$ :

$$Z_j^{(0)}(\eta, h_{j-1}) = L_{0(j)}(\eta) D_{(j-1)}^{(0)} [L_{0(0)} Z_0^{(0)}(\eta, 0) - L_{0(0)}(c_x) Z_0 * \delta(\eta - c_x)] \quad (2.5)$$

$$D_{(j-1)}^{(0)} = \prod_{l=1}^{j-1} L_{0(l)}(\eta) [K_l(\eta) L_{0(l)}(\eta)]^{(-1)}$$

$$K_l(\eta) = \{\exp(ir_{1(l)}(h_{l+1}-h_l)), \dots, \exp(-ir_{3(l)}(h_{l+1}-h_l))\}$$

где  $\delta(\eta)$  – дельта-функция Дирака; в случае  $j=n+1$  из (2.5) получим соотношения, связывающие вектор-функции нулевой и  $(n+1)$ -среды. Без привлечения других физических условий эти вектор-функции однозначно определить невозможно. Поэтому используем физические условия отсутствия отраженных волн в верхнем полупространстве, а также значение падающих волн в нижнем полупространстве.

Из матричного уравнения (2.5) определяем

$$Z_0^{(0)} = E1 \cdot E3, \quad Z_{(n+1)}^{(0)} = E2 \cdot E3$$

$$E3 = D1^{-1}(\eta) L_{(n+1)}^{-1}(\eta) D_n^{(0)}(\eta) L_{0(0)}(c_x) Z_0^* \delta(\eta - c_x)$$

$$E1 = \{0, 0, 0, 1, 1, 1\}, \quad F2 = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}$$

$$D1(\eta) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -l_{14} & -l_{15} & -l_{16} \\ 0 & 1 & 0 & -l_{24} & -l_{24} & -l_{26} \\ 0 & 0 & 1 & -l_{34} & -l_{35} & -l_{36} \\ 0 & 0 & 0 & -l_{44} & -l_{45} & -l_{46} \\ 0 & 0 & 0 & -l_{54} & -l_{55} & -l_{56} \\ 0 & 0 & 0 & -l_{64} & -l_{65} & -l_{66} \end{vmatrix}$$

где  $l_{ij}$  – элементы матрицы  $L^*(\eta) = L_{(n+1)}^{-1}(\eta) D_n^{(0)}(\eta) L_{0(0)}(\eta)$ .

Подставляя полученные значения вектор-функции  $Z_{(j)}^{(0)}$  в (1.3) и (1.4), определим потенциалы  $\varphi_{\alpha j}^{(0)}$  нулевого приближения.

Аналогично определяются коэффициенты  $k$ -го приближения, учитывающие неровности границы раздела. Эти коэффициенты можно определить точно в элементарных функциях, если  $f_j(x)$  и  $f'_j(x)$  представимы в виде ряда Фурье. В других случаях непосредственный численный расчет интегралов сложен, поскольку при больших  $\eta$  интегральное выражение сильно осциллирует.

Поэтому необходимо идти по пути приближенного определения данных коэффициентов. Пусть справедливо следующее представление:

$$f_j(x) = \sum_{k1} a_{k1} \exp\left(\frac{2\pi k1 x}{T_j}\right), \quad f'_j(x) = \sum_{k1} b_{k1} \exp\left(\frac{2\pi k1 x}{T_j}\right)$$

Тогда получим систему интегральных уравнений для определения  $Z_0$  первого приближения

$$\int_{-\infty}^{\infty} L_{0(j)}(\eta) Z_{(j)}^{(1)}(\eta, h_{j-1}) e^{i\eta x} d\eta + \int_{-\infty}^{\infty} L_{0(j-1)}(\eta) Z_{j-1}^{(1)}(\eta, h_{j-1}) e^{i\eta x} d\eta = \\ = \sum_{k1} S_{(j-1)}^* \exp\left[i\left(c_x + \frac{2\pi k1}{T_{j-1}}\right)x\right] \quad (j=n+1, i) \quad (2.6)$$

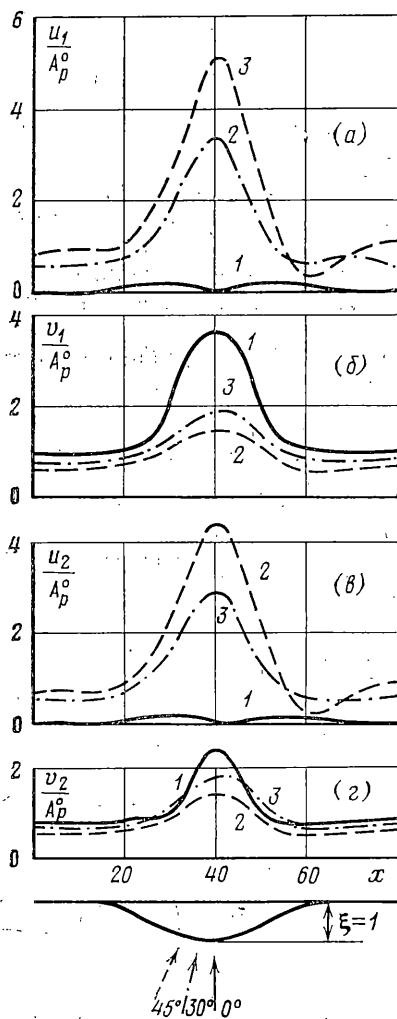
$$S_{j-1}^* = [a_{k1}^{(j-1)} L_{(j-1)}(c_x) \Gamma_{(j-1)}^{(1)}(c_x) + \\ + b_{k1}^{(j-1)} L_{i(j-1)}(c_x) \Gamma_{(j-1)}^{(0)}(c_x)] K_{(j-1)}(c_x) D_{(j-1)}(c_x) S_0 - [a_{k1}^{(j-1)} L_{(j)}(c_x) \Gamma_{(j)}^{(1)}(c_x) + \\ + b_{k1}^{(j-1)} L_{i(j)}(c_x) \Gamma_{(j)}^{(0)}(c_x)] D_j(c_x) S_0 + F_0 F_{k1}^{(1)} \\ F_{k1}^{(1)} = [a_{k1}^{(0)} L_{0(0)}(c_x) + b_{k1}^{(0)} L_{1(0)}(c_x) \Gamma_{(0)}^{(0)}(c_x)] Z_0^*$$

Применяя к (2.4) и (2.6) обратное преобразование Фурье и используя матричный метод, найдем

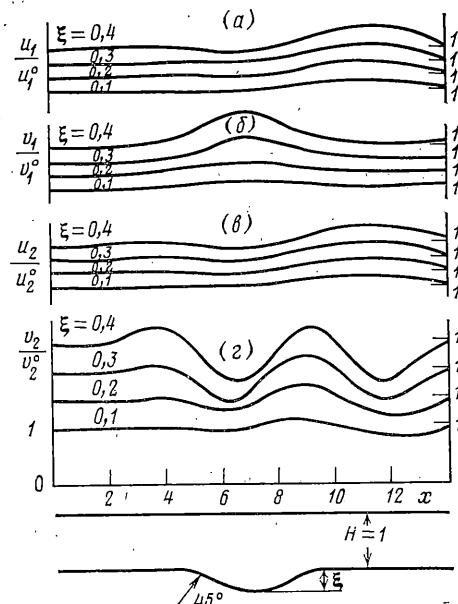
$$Z_j^{(1)}(\eta, h_{j-1}) = L_{0(j)}^{(-1)}(\eta) D_{(j-1)}^{(0)} L_{0(0)}(\eta) Z_0^{(1)}(\eta, 0) + \\ + L_{0(j)}^{(-1)}(\eta) \sum_{m=1}^j \left\{ \prod_{l=m}^{j-1} D_{(l)}(\eta) \sum_{k1} S_{(m-1)}^* \delta \left( \eta - c_x - \frac{2\pi k1}{T_{m-1}} \right) \right\}$$

Аналогично определяется вектор-функция  $k$ -го приближения. После этого окончательно будем иметь  $Z_j = \sum e^k M^m(\eta, h_j) \delta(\eta - \eta_k)$ . Подставляя соответствующие коэффициенты  $Z_j(y, \eta)$  в (1.3) и (1.4) и используя свойства обобщенных функций, получим аналитическое решение задачи. Построенное решение упрощается, когда описывающие функции неровности границы слоев периодические.

**3. Пример.** На основании полученных решений разработаны алгоритм и программы на языке Фортран для ЭВМ БЭСМ-6. Колебания слоя, имеющие многоугольные граници, методом конечных элементов рассмотрены в [6], где показано влияние угла наклона границы на распространение и отражение волны. В [7] рассмотрены колебания поглощающего слоя с плоскими границами.



Фиг. 2



Фиг. 3

$/Re a_{\alpha i}=0,05$ ) как поверхностное включение в полупространстве ( $c_{10}=4654$  м/с,  $c_{20}=800$  м/с,  $c_{30}=2800$  м/с,  $\rho=2600$  кг/м<sup>3</sup>,  $\beta=0,2$ ,  $b=0$ ) способствует увеличению всех компонентов смещения свободной поверхности. При нормальном падении  $P1$  ( $\theta=0$ ) с частотой  $\omega$  вертикальная компонента смещения скелета (фиг. 2, б) и жидкости (фиг. 2, г) достигает наибольшего значения на оси симметрии неровности. С увеличением угла падения ( $\theta$ ) вертикальные составляющие смещения уменьшаются, а горизонтальные (фиг. 2, а, в) увеличиваются. При этом максимальное значение смещения относительно оси симметрии неровности сдвигается вправо.

В качестве следующего примера рассмотрим влияние амплитуды неровности нижней границы слоя на значение смещения свободной поверхности (фиг. 3). Характеристика среды та же, что и на фиг. 2 с отличием в том, что слой характеризуется скоростями  $c_{11}=2236$  м/с,  $c_{21}=1033$  м/с,  $c_{31}=1220$  м/с. На фиг. 3  $\omega^*$  и  $v_i^*$  соответствуют значениям компонентов смещения свободной поверхности слоя при  $\xi=0$ . Как видно из фиг. 3, при  $\xi/\lambda < 0,05$  влияние неровности границы на значение смещения свободной поверхности слоя незначительно и не превышает 5–6%.

Горизонтальные компоненты смещения (фиг. 3, а, в) уменьшаются непосредственно над зоной неровности и достигают своих максимальных значений вне зоны неровности ( $x=11$ ) и далее уменьшаются. Вертикальное смещение скелета (фиг. 3, б) достигает своего наибольшего значения вблизи оси симметрии неровности, а составляющая жидкого компонента вертикального смещения (фиг. 3, г) изменяется в другой фазе относительно твердого компонента. Наибольшего значения она достигает вблизи над границей неровности, а минимального – при  $x=4$  и  $x \approx 9$ . Неровности границы слоя оказывают существенное влияние на поле  $v_2/v_2^*$ , так как его амплитуда на поверхности слоя наибольшая.

Таким образом, влиянием неровности границы при решении сейсмологических задач можно пренебречь, если  $\xi/\lambda \leq 0,03$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматуллин Х. А., Саатов Я. У., Филиппов И. Г., Артыков Т. В. Волны в двухкомпонентных средах. Ташкент: Фан, 1974. 266 с.
2. Abubakar I. Reflection and refraction of plane SH-waves at irregular interfaces. – J. Phys. Earth., 1962, v. 10, № 1, p. 1–14.
3. Levy A., Deresiewicz H. Reflection and transmission of elastic waves in a system of corrugated layers. – Bul. seismol. Soc. America, 1967, v. 57, № 3, p. 393–419.
4. Glass N. E., Maradudin A. A. Leaky surface – elastic waves on both flat and strongly corrugated surfaces for isotropic, nondissipative media. – J. Appl. Phys., 1983, v. 54, № 2, p. 796–805.
5. Артыков Т. У., Саатов А. Дисперсия волн в пористых средах, насыщенных жидкостью. – Докл. АН УзССР, 1982, № 6, с. 14–15.
6. Артыков Т. У., Хужаев А. Р. Колебания полосы с произвольной многоугольной границей. – Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук., 1982, № 6, с. 26–32.
7. Wolf J. P., Obernhuber P. Free-field response from inclined SH-waves and Love-waves. – Earthquake Eng. and struct. Dyn., 1982, v. 10, № 6, p. 823–845.

Ташкент

Поступила в редакцию  
19.IV.1984