МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 1 · 1985

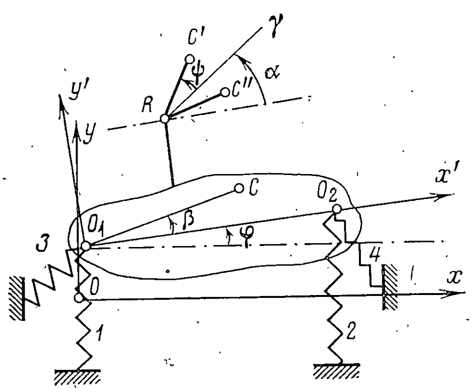
УДК 531.8

О ВЫБОРЕ ПАРАМЕТРОВ ВИБРАЦИОННЫХ МАШИН С ИНЕРЦИОННЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

БОЛОТНИК Н. Н., НГУЕН ЧЫОНГ

Рассматривается механическая система, представляющая собой абсолютно твердое тело (платформу), на котором расположен дебалансный двухвальный вибровозбудитель направленного действия [1, 2]. Платформа связана с неподвижным основанием посредством упругих виброизоляторов. Решается задача о выборе параметров системы, обеспечивающих устойчивые стационарные поступательные колебания платформы. Полученные условия существования стационарного режима в виде равенств и неравенств, связывающих параметры системы, могут служить основой для инженерных расчетов конструкционных характеристик вибрационных машин с дебалансным вибровозбудителем. Приведен пример расчета параметров вибрационной площадки для формования железобетонных изделий. Различные аспекты теории вибрационных машин с инерционным возбуждением изложены в [2–5]. Механические и конструкционные характеристики вибрационных площадок и установок для формования железобетонных изделий рассматриваются в [2, 6].

1. Рассматриваются плоскопараллельные движения абсолютно твердой платформы, на которой расположен инерционный вибровозбудитель, представляющий собой два одинаковых несбалансированных ротора, вращающихся вокруг оси R с равными по абсолютной величине и противоположно направленными угловыми скоростями. Платформа связана с неподвижным основанием (фундаментом) посредством упругих элементов (пружин) с линейными характеристиками, как показано на фиг. 1. Пары пружин *1*, *2* и *3*, *4* оказывают сопротивление вертикальному и горизонтальному перемещениям платформы соответственно. Ось вращения роторов перпендикулярна плоскости движения. Рассматриваемая система моделирует рабочие узлы многих вибрационных механизмов технологического назначения.



Фиг. 1

Для описания движения введем инерциальную систему координат Oxy и подвижную систему $O_1x'y'$, связанную с платформой. Начало подвижной системы координат совпадает с точкой крепления пары пружин *1*, *3* к платформе; ось O_1x' проходит через точку O_2 крепления пары пружин *2*, *4*. Оси Ox, Oy инерциальной системы отсчета направлены соответственно по горизонтали и по вертикали. Обе системы координат совпадают в положении платформы, отвечающем недеформированному состоянию всех пружин.

Обозначим: x, y — координаты точки O_1 в инерциальной системе, φ — угол между осями Ox и O_1x' (угол поворота платформы), L — расстояние от точки O_1 до центра масс (C) платформы, A — расстояние между точками O_1 и O_2, β — угол между прямыми O_1O_2 и O_1C, a, b — координаты проекций точки пересечения оси вращения роторов вибровозбудителя с плоскостью $O_1x'y'$ соответственно на оси O_1x' и O_1y' подвижной системы координат, C', C'' — центры инерции роторов вибровозбудителя, вращающихся соответственно с положительной и отрицательной угловыми скоростями, γ — биссектриса угла $C'RC''$ (линия действия вибровозбудителя), α — угол между прямой γ и осью O_1x' подвижной системы координат, ψ — абсолютная величина углов между линией действия вибровозбудителя и прямыми RC', RC'', проходящими через ось вращения и центры инерции роторов (угол поворота роторов относительно линии действия вибровозбудителя), $l=|RC'|=|RC''|$ — расстояние от оси вращения роторов до их центров масс, M — масса платформы, m — суммарная масса роторов вибровозбудителя, I_1 — момент инерции платформы относительно оси, проходящей через центр масс и перпендикулярной плоскости движения, $^1/_2I_2$ — момент инерции одного ротора вибровозбудителя относительно оси вращения, g — ускорение силы тяжести, $c_i (i=1, 2, 3, 4)$ — коэффициенты жесткости пружин. Рассматривается случай, когда угловые скорости вращения роторов постоянны, $\psi(t)=\omega t+\psi_0$. Здесь ω — абсолютная величина угловой скорости, ψ_0 — аддитивная фазовая постоянная (начальное значение угла поворота).

Кинетическая энергия описанной механической системы определяется выражением

$$
\begin{aligned}
T={}&^1/_2\{(M+m)(\dot{x}^2+\dot{y}^2)+[ML^2+m(a^2+b^2)+\\
&+I_1+I_2+2ml\cos\psi(a\cos\alpha+b\sin\alpha)]\dot{\varphi}^2\}-\\
&-\{ML\sin(\varphi+\beta)+m[a\sin\varphi+b\cos\varphi+l\cos\psi\sin(\varphi+\\
&+\alpha)]\}\dot{x}\dot{\varphi}+\{ML\cos(\varphi+\beta)+m[a\cos\varphi-b\sin\varphi+\\
&+l\cos\psi\cos(\varphi+\alpha)]\}\dot{y}\dot{\varphi}+ml\omega\sin\psi[\dot{\varphi}(b\cos\alpha-\\
&-a\sin\alpha)-\dot{x}\cos(\varphi+\alpha)-\dot{y}\sin(\varphi+\alpha)]+^1/_2I_2\omega^2
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

Потенциальная энергия П складывается из энергии деформации пружин и потенциальной энергии сил тяготения, действующих на элементы системы

$$
\begin{aligned}
\Pi={}&\sum_{i=1}^{4}\Pi_i(x, y, \varphi)+Mg[y+L\sin(\varphi+\beta)]+\\
&+mg[y+a\sin\varphi+b\cos\varphi+l\cos\psi\sin(\varphi+\alpha)]
\end{aligned}
\tag{1.2}
$$

$$
\begin{aligned}
&\Pi_1(x, y, \varphi)=^1/_2c_1[\sqrt{x^2+(l_{01}+y)^2}-l_{01}]^2=\\
&=^1/_2c_1l_{01}^2[y^2/l_{01}^2+x^2y/l_{01}^3+\ldots]\\
&\Pi_2(x, y, \varphi)=^1/_2c_2[\sqrt{(x+A(\cos\varphi-1))^2+(l_{02}+y+A\sin\varphi)^2}-\\
&-l_{02}]^2=^1/_2c_2l_{02}^2[(y+A\varphi)^2/l_{02}^2+x^2y/l_{02}^3+Ax^2\varphi/l_{02}^3+\ldots]\\
&\Pi_3(x, y, \varphi)=^1/_2c_3[\sqrt{(l_{03}+x)^2+y^2}-l_{03}]^2=\\
&=^1/_2c_3l_{03}^2[x^2/l_{03}^2+xy^2/l_{03}^3+\ldots]\\
&\Pi_4(x, y, \varphi)=^1/_2c_4[\sqrt{(l_{04}-x+A(1-\cos\varphi))^2+(y+A\sin\varphi)^2}-\\
&-l_{04}]^2=^1/_2c_4l_{04}^2[x^2/l_{04}^2+xy^2/l_{04}^3+Axy\varphi/l_{04}^3+\ldots]
\end{aligned}
$$

где l_{0i} $(i=1, 2, 3, 4)$ — длины пружин в недеформированном состоянии.

Рассматриваются малые колебания платформы, которые характеризуются соотношениями $x/l_{0i}\ll 1$, $y/l_{0i}\ll 1$, $\varphi\ll 1$, $A\varphi=O((x^2+y^2)^{1/2})$ и с достаточной точностью описываются линеаризованными уравнениями Лагранжа, соответствующими (1.1), (1.2):

$$(M+m)x^{\cdot\cdot}-(ML\sin\beta+mb+ml\cos\psi\sin\alpha)\varphi^{\cdot\cdot}+$$
$$+ml\omega\sin\psi\sin\alpha\varphi^{\cdot}+(c_3+c_4)x=ml\omega^2\cos\psi\cos\alpha \tag{1.3}$$

$$(M+m)y^{\cdot\cdot}+(ML\cos\beta+ma+ml\cos\psi\cos\alpha)\varphi^{\cdot\cdot}-$$
$$-ml\omega\sin\psi\cos\alpha\varphi^{\cdot}+(c_1+c_2)y+c_2A\varphi=$$
$$=ml\omega^2\cos\psi\sin\alpha-(M+m)g \tag{1.4}$$

$$-(ML\sin\beta+mb+ml\cos\psi\sin\alpha)x^{\cdot\cdot}+(ML\cos\beta+ma+ml\cos\psi\cos\alpha)y^{\cdot\cdot}+$$
$$+[ML^2+m(a^2+b^2)+I_1+I_2+2ml\cos\psi(a\cos\alpha+b\sin\alpha)]\varphi^{\cdot\cdot}-$$
$$-2ml\omega\sin\psi(a\cos\alpha+b\sin\alpha)\varphi^{\cdot}+c_2Ay+(c_2A^2-MgL\sin\beta-mgb-$$
$$-mgl\sin\alpha\cos\psi)\varphi=[ml\omega^2(a\sin\alpha-b\cos\alpha)-$$
$$-mgl\cos\alpha]\cos\psi-(MgL\cos\beta+mga) \tag{1.5}$$

Допустим, что $L\neq0$ (в большинстве практически важных случаев это условие выполняется), и без ограничения общности положим в (1.3)—(1.5) $M=1$, $L=1$, $g=1$. Это соответствует переходу в указанных уравнениях к безразмерным переменным $x'=x/L$, $a'=a/L$, $b'=b/L$, $l'=l/L$, $A'=A/L$, $m'=m/M$, $t'=(g/L)^{1/2}t$, $\omega'=(L/g)^{1/2}\omega$, $I_i'=I_i/ML^2$, $c_i'=c_iL/Mg$ с последующим опусканием штрихов. Отметим, что если $L=0$, то без ограничения общности можно положить равным единице любой ненулевой параметр системы размерности длины (a, b, A, l). При этом в формулах перехода к безразмерным переменным следует заменить величину L на соответствующий параметр.

Ставится следующая задача. Найти множество параметров, при которых существуют устойчивые $2\pi/\omega$-периодические колебания описанной системы, отвечающие поступательному движению платформы ($\varphi^{\cdot}\equiv0$). Такая задача часто возникает при проектировании вибрационных механизмов различного назначения с инерционным возбуждением. Будем рассматривать случай, когда $\varphi\equiv0$. Это условие, несущественное с точки зрения процедуры анализа, приводит к менее громоздким вычислениям.

2. Из (1.3)—(1.5) следует, что при $\varphi\equiv0$ переменные x, y должны удовлетворять уравнениям

$$(1+m)x^{\cdot\cdot}+(c_3+c_4)x=ml\omega^2\cos\psi\cos\alpha \tag{2.1}$$

$$(1+m)y^{\cdot\cdot}+(c_1+c_2)y=ml\omega^2\cos\psi\sin\alpha-(1+m) \tag{2.2}$$

$$-(\sin\beta+mb+ml\cos\psi\sin\alpha)x^{\cdot\cdot}+(\cos\beta+ma+ml\cos\psi\cos\alpha)y^{\cdot\cdot}+$$
$$+c_2Ay=[ml\omega^2(a\sin\alpha-b\cos\alpha)-ml\cos\alpha]\cos\psi-\cos\beta-ma \tag{2.3}$$

Если выполнено резонансное соотношение $c_3+c_4=(1+m)\omega^2$, ($c_1+c_2=(1+m)\omega^2$), то уравнение (2.1) ((2.2)) периодических решений не имеет и искомый режим движения системы невозможен. Если ни одно из указанных соотношений не выполняется, то уравнения (2.1), (2.2) имеют единственное периодическое решение

$$x(t)=\frac{ml\omega^2\cos\alpha\cos\psi}{c_3+c_4-(1+m)\omega^2},\quad y(t)=\frac{ml\omega^2\sin\alpha\cos\psi}{c_1+c_2-(1+m)\omega^2}-\frac{1+m}{c_1+c_2}$$
$$\psi=\psi(t)=\omega t+\psi_0 \tag{2.4}$$

Будем рассматривать случай, когда параметры системы таковы, что выполняются соотношения $x\sim ml$, $y\sim ml$, $x^{\cdot}\sim m\omega l$, $y^{\cdot}\sim m\omega l$. Такая ситуация типична для установившихся колебаний вибрационных механизмов с инерционным возбуждением. При линеаризации уравнений движения члены, содержащие произведения $\ddot{\varphi}\dot{x}$, $\ddot{\varphi}\dot{y}$, $\ddot{x}\dot{\varphi}$ и другие, были опущены как члены более высокого порядка малости по сравнению с оставленными. Поэтому при анализе рассматриваемых движений в (1.3)–(1.5), (2.3) следует опустить члены, содержащие произведение величины ml на величины x, y, φ и их производные, после чего уравнения движения становятся линейными с постоянными коэффициентами

$$(1+m)\ddot{x}-(\sin\beta+mb)\ddot{\varphi}+(c_3+c_4)x=ml\omega^2\cos\psi\cos\alpha$$

$$(1+m)\ddot{y}+(\cos\beta+ma)\ddot{\varphi}+(c_1+c_2)y+c_2A\varphi=ml\omega^2\cos\psi\sin\alpha-1-m \tag{2.5}$$

$$-(\sin\beta+mb)\ddot{x}+(\cos\beta+ma)y+(1+m(a^2+b^2)+I_1+I_2)\ddot{\varphi}+c_2Ay+$$
$$+(c_2A^2-\sin\beta-mb)\varphi=-\cos\beta-ma+[ml\omega^2(a\sin\alpha-b\cos\alpha)-ml\cos\alpha]\cos\psi$$

После подстановки выражений (2.4) в соотношение (2.3), в котором опущены слагаемые $\ddot{x}ml\cos\psi\sin\alpha$, $\ddot{y}ml\cos\psi\cos\alpha$, получается равенство вида $\xi_1\cos\psi(t)+\xi_0=0$. Коэффициенты ξ_0, ξ_1, явный вид которых приводится ниже, зависят от параметров системы (2.5). Для существования стационарного режима работы механизма с поступательным движением платформы необходимо и достаточно, чтобы равенство $\xi_1\cos\psi(t)+\xi_0=0$ выполнялось тождественно по t. Последнее эквивалентно равенству нулю каждого коэффициента ξ_i $(i=0, 1)$:

$$\xi_0=ma+\cos\beta-c_2A(1+m)/(c_1+c_2)=0 \tag{2.6}$$

$$\xi_1=ml\left\{\frac{\omega^4\cos\alpha(\sin\beta+mb)}{c_3+c_4-(1+m)\omega^2}-\frac{\omega^2\sin\alpha[\omega^2(\cos\beta+ma)-c_2A]}{c_1+c_2-(1+m)\omega^2}-\right.$$
$$\left.-\omega^2(a\sin\alpha-b\cos\alpha)+\cos\alpha\right\}=0 \tag{2.7}$$

Система (2.5) может быть представлена в векторно-матричной форме

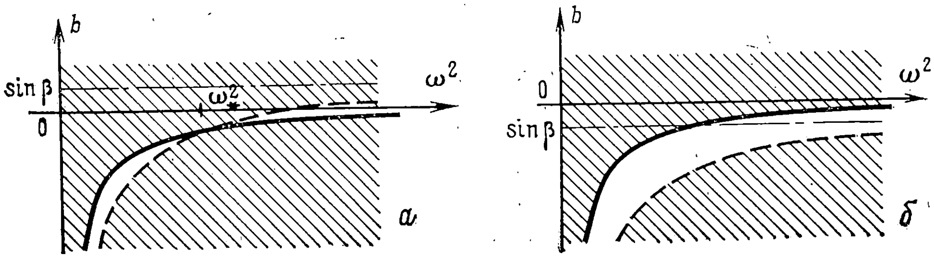
$$K\ddot{q}+Cq=F(t),\qquad q=(x, y, \varphi)$$

где K и C — постоянные симметричные матрицы размера 3×3, причем матрица K положительно определена, $F(t)$ — $2\pi/\omega$ — периодическая вектор-функция. Уравнения (2.5) можно трактовать как уравнения малых колебаний голономной склерономной механической системы под действием стационарных потенциальных сил, линейно-зависящих от обобщенных координат, и сил, периодических по времени. Для устойчивости любого решения такой системы необходима и достаточна положительная определенность матрицы C. Матрица C в системе (2.5) положительно определена тогда и только тогда, когда выполнены неравенства

$$c_3+c_4>0,\qquad c_1c_2A^2-(c_1+c_2)(mb+\sin\beta)>0 \tag{2.8}$$

Соотношения (2.6)–(2.8) в совокупности описывают множества значений параметров, при которых система (2.5) имеет устойчивое $2\pi/\omega$-периодическое решение при условии $\varphi(t)\equiv0$.

Отметим, что исследование устойчивости в публикуемой работе проводится лишь в «нулевом приближении», поскольку в исходных уравнениях движения (1.3)–(1.5) были опущены малые периодические коэффициенты. Известно, однако, что при определенных условиях в системах с периодическими коэффициентами могут возникать явления типа параметрического резонанса, которые приводят к потере устойчивости стационарных колебаний. Этот вопрос требует отдельного рассмотрения.



Фиг. 2

В дальнейшем будем предполагать, что $m \neq 0$, $l \neq 0$, $\omega \neq 0$. В противном случае стационарные колебания платформы ненулевой амплитуды невозможны. Исследуем подробнее множество параметров, определяемое равенствами (2.6)—(2.8), в трех частных случаях ориентации линии действия вибровозбудителя относительно платформы, соответствующих $\alpha=0$, $\alpha=\pi/2$, $\alpha=\pi/4$. Разрешив (2.7) относительно c_3+c_4 при $\alpha=0$, получим

$$c_3+c_4=\frac{\omega^4(b-\sin\beta)+(1+m)\omega^2}{1+\omega^2 b} \tag{2.9}$$

Поскольку коэффициенты жесткости пружин суть величины положительные, равенство (2.9) может иметь место тогда и только тогда, когда выполнены неравенства $\omega^4(b-\sin\beta)+(1+m)\omega^2 \gtrless 0$, $1+\omega^2 b \gtrless 0$ или, что то же

$$b \gtrless \sin\beta-(1+m)/\omega^2, \quad b \gtrless -1/\omega^2 \tag{2.10}$$

На фиг. 2 качественно изображено (отмечено штриховкой) сечение множества (2.10) плоскостью, отвечающей фиксированным значениям m, β, когда $\sin\beta>0$ (*а*) и $\sin\beta\leqslant 0$ (*б*). Через ω_*^2 обозначена величина $\omega_*^2=m/\sin\beta$. При значениях параметров m, ω, b, β, соответствующих незаштрихованной части плоскости, стационарные колебания системы с поступательным движением платформы невозможны. Соотношение (2.6) может быть выполнено только при условии $A(1+m)>ma+\cos\beta>0$, поскольку величины c_1, c_2, m, A положительны. Из (2.8) следует, что при выполнении соотношений (2.10) и последних неравенств всегда можно выбрать такие значения c_1, c_2, чтобы удовлетворялись условия устойчивости. Таким образом, если параметры m, a, b, ω, β принадлежат множеству, определяемому неравенствами (2.10) и соотношением $A(1+m)>$ $>ma+\cos\beta>0$, то соответствующим выбором коэффициентов жесткости пружин c_1, c_2, c_3, c_4 можно добиться существования устойчивого стационарного решения системы (2.5), удовлетворяющего условию $\varphi\equiv 0$ при $\alpha=0$. Если параметры m, a, b, ω, β не принадлежат указанному множеству, то стационарные колебания механизма с поступательным движением платформы невозможны.

Случай $\alpha=0$ отвечает ориентации линии действия вибровозбудителя вдоль прямой, соединяющей точки крепления пар упругих элементов (см. п. 1). При этом, как следует из (2.4), поступательное движение платформы в стационарном режиме возможно только при отсутствии колебаний в вертикальном направлении.

При $\alpha={}^1/_2\pi$ из (2.6), (2.7) следуют соотношения

$$a=\cos\beta, \quad c_2 A=a(c_1+c_2) \tag{2.11}$$

Равенства (2.11) выражают необходимые и достаточные условия существования стационарных колебаний системы с поступательным движением платформы при $\alpha={}^1/_2\pi$. Из (2.8) вытекает, что для устойчивости требуется, чтобы хотя один из коэффициентов жесткости c_1, c_3 пружин, оказывающих сопротивление горизонтальному перемещению платформы, был положителен и, кроме того, выполнялось неравенство $c_1>(mb+$ $+\sin\beta)/aA$.

Случай $\alpha={}^1/_2\pi$ отвечает ориентации линии действия вибровозбудителя перпендикулярно прямой, соединяющей точки крепления пар упругих элементов. Поступательное движение платформы в стационарном режиме работы механизма возможно при этом только в отсутствие колебаний в горизонтальном направлении.

Рассмотрим теперь более интересный случай $\alpha={}^1/_4\pi$, отвечающий ориентации линии действия вибровозбудителя, вдоль биссектрисы координатного угла $x'O_1y'$ системы $O_1x'y'$ при условии $c_1+c_2=c_3+c_4$. Последнее равенство, как следует из (2.4), обеспечивает при $\alpha={}^1/_4\pi$ одинаковые максимальные отклонения платформы в вертикальном и горизонтальном направлениях при стационарных колебаниях. Такой режим работы механизма наиболее приемлем с технологической точки зрения. В рассматриваемом случае из (2.6) и (2.7) для c_1+c_2 имеем

$$c_1+c_2=\frac{(1+m)\,\omega^2[\omega^2(\sin\beta-\cos\beta+a-b)-m-1]}{\omega^2[a-\cos\beta-(m+1)\,b]-m-1} \tag{2.12}$$

В силу положительности c_i, c_2 это равенство может быть выполнено только при условиях, аналогичных (2.10):

$$\begin{aligned} b-a &\gtreqless \sin\beta-\cos\beta-(1+m)/\omega^2 \\ (1+m)\,b-a &\gtreqless -\cos\beta-(1+m)/\omega^2 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Если параметры a, b, m, ω, β заданы и удовлетворяют условиям (2.13) и, кроме того, справедливы неравенства $A(1+m)>ma+\cos\beta>0$, вытекающие из (2.6) в силу положительности величин c_1, c_2, A, m, то коэффициенты жесткости c_1, c_2 пружин, оказывающих сопротивление вертикальному перемещению платформы, однозначно находятся из (2.6), (2.12).

3. Рассмотрим пример расчета конструкционных параметров вибрационной площадки для формования железобетонных изделий в случае $\alpha=0$, отвечающем колебаниям в горизонтальном направлении. Геометрические и инерционные характеристики платформы, а также механические параметры вибровозбудителя m и l считаются заданными. Рабочий режим виброплощадки характеризуется амплитудой колебаний $z=|x|$ и величиной возмущающей силы $m\omega^2l$, обусловленной вращением роторов вибровозбудителя. Эти параметры, как правило, определяются технологическими требованиями и здесь также считаются заданными. Наиболее просто изменяемыми конструкционными характеристиками являются положение оси вибровозбудителя относительно платформы (координаты a и b), расположение точек крепления упругих элементов и их жесткости. Обычно параметры, соответствующие указанным характеристикам, подлежат определению на этапах проектирования и настройки механизма.

Далее для удобства числовых расчетов все выражения представляются в исходных размерных переменных (см. п. 1). Из (2.4) вытекает, что

$$z=\frac{ml\omega^2}{|c_3+c_4-(M+m)\,\omega^2|},\qquad c_3+c_4=(M+m)\,\omega^2\pm\frac{ml\omega^2}{z} \tag{3.1}$$

Здесь и в дальнейшем верхний знак соответствует режиму работы в дорезонансной области, нижний – зарезонансному режиму. Разрешив (2.9) относительно b, получим

$$b=\frac{(M+m)\,\omega^2g-(c_3+c_4)\,g-ML\omega^4\sin\beta}{\omega^2(c_3+c_4-M\omega^2)}$$

Подставляя в последнее соотношение вместо величины c_3+c_4 выражение (3.1), имеем

$$b=-\frac{MLz\omega^2\sin\beta\pm mgl}{m\omega^2(z\pm l)} \tag{3.2}$$

Разрешив (2.6) относительно $(c_1+c_2)/c_2$, получим

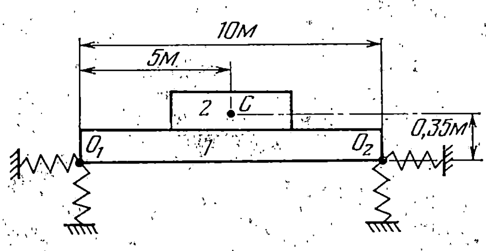
$$(c_1+c_2)/c_2=A\,(M+m)/(ma+ML\cos\beta) \tag{3.3}$$

Из (2.8), (3.2), (3.3) следует условие устойчивости стационарного режима работы

$$c_1 > c_1^\circ = \pm \frac{lg(M+m)(ML\omega^2 \sin\beta - mg)}{A\omega^2 (z \pm l)(ma + ML\cos\beta)} \tag{3.4}$$

Формулы (3.1)–(3.4) позволяют рассчитывать конструкционные параметры виброплощадки, обеспечивающие устойчивые стационарные поступательные колебания в горизонтальном направлении при $\alpha=0$.

Рассмотрим типичную виброплощадку, состоящую из стола 1 и расположенной на нем формы 2 с бетонной смесью. Стол и форма имеют вид параллелепипедов. Распределение массы в столе и форме считаем однородным. Проекция площадки на плоскость движения с указанием типичных размеров изображена на фиг. 3.



Фиг. 3

Если пары упругих элементов крепятся к платформе так, как показано на фиг. 3, то параметры A, L, β равны: $A=10$ м, $L\approx 5{,}01$ м, $\beta\approx 0{,}07$. Параметры M, m, ω, l примем равными следующим (типичным) значениям: $M=2\cdot 10^4$ кг, $m=24$ кг, $\omega=50\pi$ (соответствует частоте вращения $f=25$ Гц), $l\approx 0{,}165$ м, $z\approx 10^{-3}$ м. Будем рассматривать только зарезонансный режим работы механизма, который также является типичным.

Из (3.1), (3.2) получаем $c_3+c_4\approx 3{,}96\cdot 10^8$ Н/м, $b\approx 1{,}78$ м. Параметр a, характеризующий расположение вибровозбудителя на площадке, может быть выбран в значительной степени произвольно с учетом удобства компоновки механизма. Если a фиксировано, то из (3.3) однозначно определяется отношение $(c_1+c_2)/c_2$, а из (3.4) – нижняя граница c_1° значений коэффициента жесткости c_1, удовлетворяющих условию устойчивости. Например, при $a=0$ имеем $c_1^\circ\approx 1384{,}28$ Н/м. В остальном коэффициенты жесткости пружин, оказывающих сопротивление вертикальному перемещению, могут быть выбраны произвольно.

Обратим внимание на весьма сильную зависимость высоты b подъема оси вибровозбудителя над уровнем крепления упругих элементов от величины амплитуды колебаний.

Типичные значения амплитуд колебаний виброплощадок для формования железобетонных изделий лежат в диапазоне от долей миллиметра до нескольких миллиметров, т. е. имеют порядок величины 10^{-3} м. В рассматриваемом случае $l\approx 0{,}165$ м и, следовательно, $z/l\sim 6\cdot 10^{-3}\ll 1$. Разложив правую часть (2.3) по переменной z/l в соответствии с формулой Тейлора с точностью до линейного члена, получим $b\approx (ML\sin\beta/m - g/\omega^2)(z/l) - g/\omega^2 \approx 1767{,}6744z - 0{,}0004$.

Большой числовой коэффициент при переменной z в последнем равенстве приводит к тому, что при изменении аплитуды колебаний z на 10^{-3} м значение b изменяется приблизительно на 1,8 м. Например, при $z=10^{-3}$ м величина $b\approx 1{,}78$ м, а при $z=1{,}8\cdot 10^{-3}$ м $b\approx 3{,}22$ м. Такие высоты могут оказаться неприемлемыми. Величина b может быть уменьшена до приемлемых значений при соответствующем выборе точек крепления упругих элементов. Пусть h – координата проекции центра масс системы стол – форма на ось O_1y' подвижной системы координат $O_1x'y'$ (см. п. 1 и фиг. 1). С учетом соотношения $h=L\sin\beta$ формула (3.2) представляется в виде

$$b=(mgl - Mz\omega^2 h)/[m\omega^2(z-l)] \tag{3.5}$$

Из (3.5) следует, что, изменяя точки крепления упругих элементов (и тем самым величину h), можно добиться желаемого значения b.

Рассмотрим теперь случай $\alpha=\frac{1}{2}\pi$, соответствующий вертикальным колебаниям платформы. Если виброплощадка функционирует в зарезонансном режиме, то из (2.4) следует

$$c_1+c_2=(M+m)\omega^2 - ml\omega^2/u \tag{3.6}$$

где u – амплитуда колебаний. Из (2.11), (3.5) однозначно определяются величины a, c_1, c_2:

$$a=L\cos\beta,\quad c_1=[(M+m)\omega^2 u - ml\omega^2](A-L\cos\beta)/uA$$
$$c_2=[(M+m)\omega^2 u - ml\omega^2]L\cos\beta/uA,\quad (c_1+c_2)/c_2=A/L\cos\beta \tag{3.7}$$

Условия устойчивости стационарных колебаний (2.8) принимают вид

$$c_3+c_4>0,\quad A-L\cos\beta > \frac{gu(mb+ML\sin\beta)}{L\cos\beta[(M+m)\omega^2 u - ml\omega^2]} \tag{3.8}$$

Формулы (3.7), (3.8) допускают произвол в выборе параметров c_3, c_4, b, который можно использовать для удовлетворения тех или иных конструкторских требований.

Заметим, что если параметры a, c_1, c_2 удовлетворяют равенствам (3.7), то они удовлетворяют и (3.3). Поэтому можно так выбрать параметры конструкции, чтобы одновременно удовлетворялись соотношения (3.1) – (3.4) и (3.6) – (3.8). При этом в зависимости от технологических требований можно легко перестраивать режим работы механизма, изменяя ориентацию линии действия вибровозбудителя, характеризуемую углом α. При $\alpha=0$ система будет совершать горизонтальные колебания заданной амплитуды, а при $\alpha={}^1/_2\pi$ – вертикальные.

Авторы благодарят Б. В. Гусева и Е. З. Аксельрода за обсуждения постановки задачи и полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гладков С. Н.* Электромеханические вибраторы. М.: Машиностроение, 1966. 83 с.
2. Вибрации в технике: Справочник. Т. 4. Вибрационные процессы и машины. М.: Машиностроение, 1981. 509 с.
3. *Быховский И. И.* Основы теории вибрационной техники. М.: Машиностроение, 1969. 363 с.
4. *Бауман В. А., Быховский И. И.* Вибрационные машины и процессы в строительстве. М.: Высш. школа, 1977. 255 с.
5. *Блехман И. И.* Синхронизация в природе и технике. М.: Наука, 1981. 351 с.
6. *Осмаков С. А., Брауде Ф. Г.* Вибрационные формовочные машины. Расчет и применение. Л.: Стройиздат, 1976. 128 с.

Москва, Ханой

Поступила в редакцию
17.V.1984