

7. Милославский А. И. Спектральные свойства одного класса квадратичных операторных пучков.— *Функциональный анализ и его приложения*, 1981, т. 15, вып. 2, с. 81—82.
8. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М.: Мир, 1972. 740 с.
9. Зефирова В. Н., Старов А. М. Об исследовании рассеяния энергии при колебании трубопроводов.— *Динамика систем, несущих подвижную распределенную нагрузку*: Сб. статей. Харьков: Изд-е Харьк. авиац. ин-та, 1980, вып. 2, с. 62—68.
10. Крейн С. Г. Об одной интерполяционной теореме в теории операторов.— *Докл. АН СССР*, 1960, т. 130, № 3, с. 491—494.
11. Чегаев Н. Г. Устойчивость движения. Работы по аналитической механике. М.: Изд-во АН СССР, 1962. 535 с.
12. Крейн С. Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве. М.: Наука, 1967. 464 с.
13. Якубов С. Я. Равномерно корректная задача Коши для абстрактных гиперболических уравнений.— *Изв. вузов. Математика*, 1970, № 12, с. 108—113.
14. Zajac E. E. The Kelvin—Tait—Chetaev Theorem and Extensions — *J. Astronaut. Sci.*, 1964, v. 11, No. 2, p. 46—49.
15. Гохберг И. Ц., Крейн М. Г. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом пространстве. М.: Наука, 1965, 448 с.
16. Понтрягин Л. С. Эрмитовы операторы в пространстве с индефинитной метрикой.— *Изв. АН СССР. Сер. матем.*, 1944, т. 8, № 6, с. 243—280.
17. Якубов С. Я. О двукратной полноте собственных и присоединенных элементов квадратичного операторного пучка.— *Функциональный анализ и его приложения*, 1973, т. 7, вып. 1, с. 92—94.
18. Иохвидов И. С., Крейн М. Г. Спектральная теория операторов в пространствах с индефинитной метрикой. I.— *Тр. Моск. матем. о-ва*, 1956, т. 5, с. 369—432.
19. Азизов Т. Я., Иохвидов И. С. Критерий полноты и базисности корневых векторов вполне непрерывного J-самосопряженного оператора в пространстве Понтрягина \mathcal{P}_k .— *Матем. исследования*: Сб. статей. Кишинев: Изд-во АН МолдССР, 1971, вып. 1, с. 158—161.

Харьков, Ростов-на-Дону

Поступила в редакцию
25.II.1983

УДК 539.375

К ВОПРОСУ О ХРУПКОМ РАЗРУШЕНИИ УПРУГОЙ ПЛОСКОСТИ С ТОНКИМ ВЫРЕЗОМ ПРИ ДВУХОСНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

ЗОРИН И. С.

Изучение возможностей математического представления трещины в линейной механике разрушения и особенно в задачах, связанных с определением теоретической прочности хрупких материалов, представляет в настоящее время несомненный интерес. Основоположник современной теории А. А. Гриффитс в качестве модели рассматривает тонкий эллипс [1]. При другом подходе [2] трещина трактуется как математический разрез и используется локальная характеристика концевой зоны — коэффициент интенсивности напряжений. В [3, 4] дополнительно привлекаются предположения о действии сил сцепления, обеспечивающих конечность напряжений в вершинах разреза. Вместе с тем отмечается [5, 6] некоторое несоответствие результатов расчета предельных нагрузок по различным моделям.

Представляется естественным рассматривать трещину в упругом теле как тонкий гладкий вырез, граница которого в окрестности кромки обладает значительной кривизной [7]. В публикуемой работе изучается двухосное напряженное состояние плоскости с таким дефектом, когда отношение приложенных на бесконечности нагрузок имеет порядок $\varepsilon > 0$ относительного поперечного размера выреза (фиг. 1). Отыскиваются первые члены равномерной по параметру ε асимптотики точного решения, при этом существенно, что в качестве одной из предельных задач выступает задача теории упругости для плоскости с разрезом, к берегам которого приложена нагрузка, определяемая геометрией выреза. Изучаются асимптотические свойства поля напряжений; при решении задачи о разрушении применяется критерий [8], предложенный В. В. Новожиловым.

1. Пусть $G_\varepsilon = \{(x, y): x \in [-a, a], \varepsilon f_-(x) \leq y \leq \varepsilon f_+(x)\}$, причем $f_+(x) > f_-(x)$ при $x \in (-a, a)$ и $f_+(x) = f_-(x)$ при $x = \pm a$. Предположим, что функции $f_\pm(x)$ и их первые производные удовлетворяют условию Гельдера всюду на $[-a, a]$, исключая, может быть, окрестности концов отрезка. Здесь $\varepsilon = \max |y|/a$ ($(x, y) \in \partial G_\varepsilon$) — малый параметр задачи. Введем еще множество $\Omega_\varepsilon = \mathbb{R}^2 \setminus G_\varepsilon$.

Рассмотрим систему уравнений теории упругости в напряжениях и поставим соответствующие краевые условия:

$$\partial \sigma_{xx} / \partial x + \partial \sigma_{xy} / \partial y = 0, \quad \partial \sigma_{xy} / \partial x + \partial \sigma_{yy} / \partial y = 0$$

$$\Delta(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = 0 \quad ((x, y) \in \Omega_\varepsilon) \quad (1.1)$$

$$\sigma_{nn}(x, y) = \sigma_{ns}(x, y) = 0 \quad ((x, y) \in \partial G_\varepsilon) \quad (1.2)$$

$$\sigma_{xx}^\infty(x, y) = \varepsilon^{-1} Q, \quad \sigma_{yy}^\infty(x, y) = -P((x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow \infty) \quad (1.3)$$

где s — орт касательной, а n — внешней нормали к ∂G_ε .

Пусть для функций $f_+(x)$, $f_-(x)$ при $(x, y) \rightarrow a-0$ справедливы представления

$$f_\pm(x) = \pm f_1 \sqrt{a-x} [1 + O((a-x))] \quad (1.4)$$

Для простоты изложения будем считать, что геометрическая структура обеих кромок в главном одинакова. Радиус r_0 кривизны в вершинах выреза равен $\varepsilon^2 f_1^2 / 2$.

Общие эллиптические краевые задачи в сингулярно-возмущенных областях изучены в [9–11]. Решение задачи (1.1)–(1.3) будем искать в виде ряда

$$\sigma(x, y, \varepsilon) = \sum_{h=-1}^{\infty} \varepsilon^h \sigma^{(h)}(x, y) \quad (1.5)$$

Обратимся к условиям (1.2). Воспользуемся известными [12] формулами:

$$\sigma_{nn}(x, y) = \sigma_{xx} \sin^2 \alpha + \sigma_{yy} \cos^2 \alpha - \sigma_{xy} \sin 2\alpha \quad (1.6)$$

$$\sigma_{ns}(x, y) = (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \sin \alpha \cos \alpha + \sigma_{xy} \cos 2\alpha$$

В данном случае $\operatorname{tg} \alpha = \varepsilon f_\pm'(x)$. Предположим, что компоненты тензора $\sigma(x, y)$ напряжений аналитичны по переменной y в окрестности $y = \pm 0$. Их ряды Тейлора имеют вид

$$\sigma(x, y, \varepsilon) = \sigma(x, \pm 0) + \varepsilon f_\pm(x) \frac{\partial \sigma}{\partial y}(x, \pm 0) + O(\varepsilon^2) \quad (1.7)$$

Подстановка (1.5) в (1.1)–(1.3) и (1.6) с учетом (1.7) и расщепление операторов в ряды по целым степеням параметра ε приводит к рекуррентной последовательности краевых задач для оператора L системы (1.1) в области с разрезом $[-a, a]$ по осц Ox . Выпишем первые два приближения

$$L\sigma^{(-1)}(x, y) = 0 \quad ((x, y) \in \Omega_0), \quad \sigma_{xx}^{(-1)}(x, y) = Q, \quad \sigma_{xy}^{(-1)}(x, y) = \sigma_{yy}^{(-1)}(x, y) = 0 \quad ((x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow \infty)$$

$$\sigma_{xy}^{(-1)}(x, y) = \sigma_{yy}^{(-1)}(x, y) = 0 \quad (x \in [-a, a], y = \pm 0) \quad (1.8)$$

$$L\sigma^{(0)}(x, y) = 0 \quad ((x, y) \in \Omega_0), \quad \sigma_{yy}^{(0)}(x, y) = P, \quad \sigma_{xx}^{(0)}(x, y) = \sigma_{xy}^{(0)}(x, y) = 0 \quad ((x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow \infty)$$

$$\sigma_{yy}^{(0)}(x, y) = 2f_\pm'(x) \sigma_{xy}^{(-1)}(x, y) - f_\pm(x) (\partial \sigma_{yy}^{(-1)} / \partial y)(x, y)$$

$$\sigma_{xy}^{(0)}(x, y) = f_\pm'(x) (\sigma_{xx}^{(-1)} - \sigma_{yy}^{(-1)})(x, y) - f_\pm(x) (\partial \sigma_{xy}^{(-1)} / \partial y)(x, y) \quad (x \in [-a, a], y = \pm 0) \quad (1.9)$$

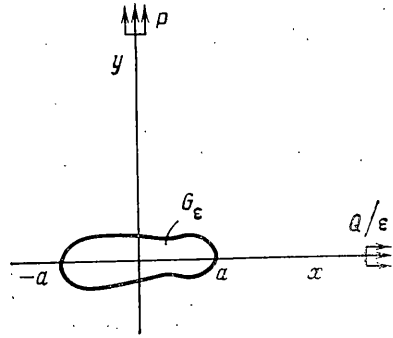
Задача (1.8) о продольном растяжении плоскости с разрезом имеет простое решение

$$\sigma_{xx}^{(-1)}(x, y) = Q, \quad \sigma_{yy}^{(-1)}(x, y) = \sigma_{xy}^{(-1)}(x, y) = 0 \quad (1.10)$$

Граничные условия для следующего приближения принимают вид

$$\sigma_{yy}^{(0)}(x, \pm 0) = \sigma_{xx}^{(0)}(x, \pm 0) = 0, \quad \sigma_{xy}^{(0)}(x, \pm 0) = f_\pm'(x) Q \quad (x \in [-a, a]) \quad (1.11)$$

$$\sigma_{yy}^{(0)}(x, y) = P \quad ((x^2 + y^2)^{1/2} \rightarrow \infty)$$



Фиг. 1

Однородная задача (1.9) для оператора L при граничных условиях (1.11) в терминах комплексных потенциалов может быть сведена к частному случаю задачи Гильберта для разомкнутого контура [13]. Решение ее представляется [12] в виде

$$\Phi(z) = \Phi_1(z) + CzX(z)^{-1} - \bar{\Gamma}'/2, \quad \Omega(z) = \Omega_1(z) + CzX(z)^{-1} + \bar{\Gamma}'/2 \quad (1.12)$$

$$\Phi_1(z) = \frac{1}{2\pi i X(z)} \int_{-a}^a \frac{p(t)X(t)}{t-z} dt + \frac{1}{2\pi i} \int_{-a}^a \frac{q(t)}{t-z} dt,$$

$$\Omega_1(z) = \frac{1}{2\pi i X(z)} \int_{-a}^a \frac{p(t)X(t)}{t-z} dt - \frac{1}{2\pi i} \int_{-a}^a \frac{q(t)}{t-z} dt$$

$$\Omega(z) = \bar{\Phi}(z) + z\bar{\Phi}'(z) + \bar{\Psi}(z), \quad C = \Gamma' = P/2$$

$$p(t) = -iQ(f_+'(t) - f_-'(t))/2, \quad q(t) = -iQ(f_+'(t) + f_-'(t))/2$$

где $X(z) = (z^2 - a^2)^{1/2}$ — ветвь функции Племеля, имеющая при $|z| \rightarrow \infty$ вид $X(z) = z + O(z^{-1})$.

Интегралы в выражениях (1.12) существуют в смысле главного значения. В самом деле, в силу (1.4) и принятых ограничений на функции $f_{\pm}(x)$ решение (1.12) не имеет на кромках выреза логарифмических особенностей, так как в первом интеграле эти особенности взаимно компенсируются, а $q(\pm a) = 0$. Компоненты тензора напряжений определяются из (1.12) по известным формулам Колосова — Мусхелишвили [12].

Решение (1.5), однако, не является равномерным приближением к точному во внешности выреза. Действительно, компоненты тензора $\sigma^{(-1)}(x, y)$ напряжений вносят в граничные условия (1.2) невязку порядка $O(\varepsilon^{-1})$, при этом показатели особенности решений на кромках расрут в следующих приближениях, для $\sigma^{(0)}(x, y)$ они равны $-1/2$.

Компенсируем главный член невязки при помощи решений пограничного слоя. Рассмотрим для определенности правую кромку. Построения для левой проводятся аналогично. Введем «растянутые» координаты: $\xi = 1/2(x-a)/r_0$, $\eta = 1/2y/r_0$. Граница выреза в новых переменных описывается формулой $\eta = \pm(-\xi)^{1/2} + O(\varepsilon^2)$. Из (1.1), (1.2), (1.4), (1.6) следует, что первые два приближения являются однородными упругими решениями во внешности бесконечного параболического выреза.

Методами [12] интегралов типа Коши нетрудно получить выражения для комплексных потенциалов первого приближения

$$\Phi^{(-1)}(\xi) = \frac{Q}{4} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{\xi + 1/4}} \right], \quad \Psi^{(-1)}(\xi) = \frac{Q}{2} \left[\frac{4\xi}{4(\xi + 1/4)^{3/2}} - 1 \right] \quad (\xi = \xi + i\eta) \quad (1.13)$$

Используя вид однородного решения во внешности параболы [14] и формулы (1.12) для второго члена основного разложения, находим потенциалы второго приближения

$$\Phi^{(0)}(\xi) = \frac{iC}{\sqrt{\xi + 1/4}}, \quad \Psi^{(0)}(\xi) = -\frac{i}{\sqrt{\xi + 1/4}} \left[\bar{c} + \frac{C}{2} \left(1 - \frac{3}{4(\xi + 1/4)} i \right) \right] \quad (1.14)$$

$$C = \frac{1}{4\sqrt{r_0}} \left(\frac{QI(a)}{\sqrt{a}} - iP\sqrt{a} \right), \quad I(a) = \lim_{z \rightarrow a} \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{f_+'(t) + f_-'(t)}{z-t} \frac{1}{\sqrt{a^2 - t^2}} dt.$$

Согласование основного разложения (1.5) и решений пограничного слоя (1.13), (1.14) достигается осуществлением стандартной [15] процедуры.

Отметим, что поскольку правые части (1.10) при $|z| \rightarrow a$ не ограничены, то решение (1.12) не будет, вообще говоря, единственным. Эта неединственность устраняется добавлением в разложение (1.5) собственных функций оператора L для плоскости с разрезом, отвечающих нулевому собственному числу. В данном случае из этого набора следует выбрать такое однородное решение, которое на кромках выреза имеет особенности порядка $-1/2$. Это позволяет компенсировать невязку в граничных условиях (1.2), возникающую от функций (1.13). Построения проводятся аналогично [16].

Равномерная по параметру ε асимптотика решения исходной задачи (1.1) — (1.3) конструируется из решений задач (1.8), (1.9) с учетом последнего замечания, а также решений (1.13), (1.14) при помощи гладкой срезки $\lambda(t)$. Из результатов [9] вытекает, что такое представление отличается от точного решения на величину $O(\varepsilon)$. Отметим еще, что поскольку основное разложение и решения пограничного слоя в области $r/a \sim \varepsilon$ (r — полярный радиус в вершинах выреза) совпадают с точностью $O(\varepsilon^{1/2})$, то, не увеличивая существенно погрешности вычислений, можно первым пользоваться в области $r/a > \varepsilon$, а последним — в круге $r/a \leq \varepsilon$.

2. Применим полученные выше результаты к задаче о хрупком разрушении плоскости. Поскольку в главном напряженное состояние во внешности тонкого выреза вдали от кромок совпадает с полем равномерного растяжения или сжатия нагрузками $\varepsilon^{-1}Q$ плоскости без дефекта, а в окрестности кромок оно представляется суммой решений (1.13) и (1.14) пограничного слоя (при этом существенно, что напряжения всюду имеют порядок $O(\varepsilon^{-1})$), то для оценки прочности плоскости с тонким отверстием и определения направления развития последнего достаточно изучить характер распределения напряжений вблизи кромок. В рамках теории нормального отрыва это означает, что на контуре требуется найти площадки, по которым действуют наибольшие растягивающие напряжения, и применить затем соответствующий критерий разрушения.

Конформное отображение внешности параболы $\eta^2 = -\xi$ на нижнюю полуплоскость при помощи функции $\zeta = -(\xi_1 - i/2)^2 - 1/4$ и применение формул Колосова - Мусхелишвили к выражениям (1.13), (1.14) дает, в частности, и выражения для компонент тензора напряжений на контуре выреза

$$\sigma_{\xi_1 \eta_1}^e(\xi_1, 0) = \sigma_{\eta_1 \eta_1}^e(\xi_1, 0) = 0$$

$$\sigma_{\xi_1 \xi_1}^e(\xi_1, 0) = \frac{1}{\xi_1^2 + 1/4} \left[\varepsilon^{-1}Q \left(\xi_1^2 - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{2\sqrt{r_0}} \left(P\sqrt{a} + \frac{QI(a)}{\sqrt{a}} \xi_1 \right) \right] \quad (2.1)$$

Из последней формулы следует, что направление развития выреза зависит в общем случае от величин P и Q приложенных нагрузок, длины $2a$ выреза, радиуса r_0 кривизны кромки, интегральной геометрической характеристики I контура и параметра ε . Развитие выреза в направлении оси Ox возможно лишь, когда $I(a) = 0$, например в случае полной симметрии контура относительно оси абсцисс.

Применение критерия В. В. Новожилова [8]

$$\frac{2r_0}{d} \int_0^{1/2d/r_0} \max_{\varphi} \sigma_{\varphi\varphi}^e(\rho, \varphi) d\rho \leq \sigma_c \quad (2.2)$$

позволяет построить диаграммы разрушающих нагрузок¹. Здесь σ_c , d — структурные характеристики материала, (ρ, φ) — полярная система координат с центром в опасной точке и ориентированная с направлением внешней нормали к контуру. Диаграммы для плоскости с разрезом приведены в [2].

Пусть, в частности, вырез представляет собой тонкий эллипс с полуосями a и b . Тогда $I_1 = (2a)^{1/2}$, $r_0 = b^2/a$, $I(a) = 0$. Из формулы (2.1) следует, что на контуре кромки опасной является точка $\xi_1 = 0$ ($\varphi = 0$). Кроме того

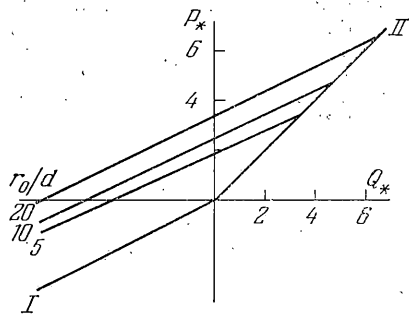
$$\sigma_{\varphi\varphi}^e(\rho, 0) = \frac{a}{8b} \left(\rho + \frac{1}{4} \right)^{-1/2} \left(4P + \frac{P-Q}{\rho + 1/4} \right) \quad (2.3)$$

Напряжения $\sigma_{\varphi\varphi}^e(0, 0)$ растягивающие, если $2P > Q$. Вдали от кромки реализуется равномерное растяжение или сжатие плоскости нагрузками aQ/b . Поэтому, если $Q > 0$ и $P > Q$ или $Q < 0$ и $2P > Q$, вырез развивается в направлении оси Ox . Применение критерия (2.2) с учетом последнего замечания п. 1 дает

$$P + \frac{r_0}{2d} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{2d}{r_0}} \right) Q \leq \sigma_c \sqrt{\frac{d}{2a}} \left(1 + \frac{r_0}{2d} \right)^{1/2} \quad (2.4)$$

Отметим, что при $d > b$ величина предельной нагрузки P совпадает с результатом [1] А. А. Гриффитса.

Диаграммы разрушающих нагрузок (фиг. 2) построены в безразмерных координатах $(P_*, Q_*) = (P, Q) / \sigma_c (1/2d/a)^{1/2}$. Они представляют собой семейство прямых, зависящее от параметра r_0/d . Область, лежащая ниже этих прямых и ограниченная в левой полуплоскости лучом I: $2P_* - Q_* = 0$, а в правой — лучом II: $P_* - Q_* = 0$, является безопасной. В случае, когда $Q < 0$ и $2P \leq Q$ или $Q > 0$ и $P \leq Q$, наличие тонкого выреза не снижает, в главном, теоретической прочности плоскости.



Фиг. 2

¹ Нетрудно убедиться в том, что силовой критерий $\max_{\varphi} \sigma_{\varphi\varphi}(\rho, \varphi) \leq \sigma_c$ в данном случае «не работает».

Из построений, проведенных в п. 1, ясно, что модель трещина — разрез не дает адекватного представления о характере напряженного состояния в окрестности вершин выреза, поскольку при такой идеализации неоправданно отбрасываются величины, дающие вклад в главный член асимптотики точного решения, и вследствие этого, в частности, оказывается, что нагрузка Q «не замечает» трещины.

Представляется важным также вывод о том, что в общем случае направление развития выреза не совпадает с направлением оси Ox вследствие зависимости поля напряжений от величины l .

Влияние составляющей Q на величину разрушающей нагрузки P , как это можно заметить на фиг. 2, выражается в том, что, во-первых, критическая нагрузка, найденная А. А. Гриффитсом, дает нижний предел для величины разрушающей нагрузки P при $Q=0$ и, во-вторых, при $Q>0$ предельное значение P выше, чем в случае одноосного растяжения по оси Oy , а при $Q<0$ сопротивляемость плоскости разрушению в этом смысле снижается.

Полученные результаты согласуются с приведенными в [17], где задача о разрушении плоскости с эллиптической вырезом изучалась на основе анализа точного решения и применения энергетического критерия, использование которого в общем случае с точки зрения вычисления предельных нагрузок представляется довольно затруднительным. Для сингулярно-возмущенных областей более естественным и конструктивным оказывается применение критерия, предложенного В. В. Новожиловым.

Автор приносит глубокую благодарность Н. Ф. Морозову и С. А. Назарову за постоянное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Griffith A. A. The theory of rupture.— In: Proc. 1st Intern. Congr. Appl. Mech. Delft: J. Waltman, 1925, p. 55—63.
2. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев: Наук. думка, 1968. 246 с.
3. Баренблатт Г. И. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении.— ПМТФ, 1961, № 4, с. 3—56.
4. Леонов М. Я., Панасюк В. В. Развитие мельчайших трещин в твердом теле.— Прикл. механика, 1959, т. 5, № 4, с. 391—401.
5. Лильков А. М. Замечание к вычислению предела прочности на сжатие.— Изв. АН СССР. МТТ, 1972, № 4, с. 168—170.
6. Морозов Н. Ф. Об ограниченности области применения формул Снеддона.— Докл. АН СССР, 1981, т. 259, № 5, с. 1068—1071.
7. Зорин И. С. О хрупком разрушении упругой плоскости, ослабленной тонким вырезом.— Вестн. ЛГУ. Матем., механ., 1982, № 7, вып. 2, с. 11—16.
8. Новожилов В. В. К основам теории равновесных трещин в упругих телах.— ПММ, 1969, т. 33, вып. 5, с. 797—812.
9. Мазья В. Г., Назаров С. А., Пламеневский Б. А. Асимптотика решений эллиптических краевых задач при сингулярных возмущениях области. Тбилиси: Изд-во Тбил. ун-та, 1981. 206 с.
10. Geer J. F., Keller J. B. Uniform asymptotic solutions for potential flow around a thin airfoil and the electrostatic potential about a thin conductor.— SIAM, J. Appl. Math., 1968, v. 16, No. 1, p. 75—101.
11. Ильин А. М. Краевая задача для эллиптического уравнения второго порядка в области с узкой щелью. I. Двумерный случай.— Матем. сб., 1976, т. 99, № 4, с. 514—537.
12. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
13. Мусхелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М.—Л.: Гостехиздат, 1946. 448 с.
14. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974. 640 с.
15. Найфэ А. Х. Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 455 с.
16. Морозов Н. Ф. Избранные двумерные задачи теории упругости. Л.: Изд-во ЛГУ, 1978. 182 с.
17. Си Г., Либовиц Г. Математическая теория хрупкого разрушения. Т. 2.— В кн.: Разрушение. М.: Мир, 1975, с. 83—203.

Ленинград

Поступила в редакцию
6.IX.1982

Технический редактор Т. В. Скворцова

Сдано в набор 05.12.84 Подписано к печати 24.01.85 Т-00914 Формат бумаги 70×108^{1/16}
Высокая печать Усл. печ. л. 16,8 Усл. кр.-отт. 24,6 тыс. Уч.-изд. л. 17,9 Бум. л. 6
Тираж 1451 экз. Зак. 823

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Наука».

103717 ГСП, Москва, К-62, Подсосенский пер., 21

2-я типография издательства «Наука», 121099, Москва, Г-99, Шубинский пер., 6