

УДК 533.6.013.42

ОБ АВТОКОЛЕБАНИЯХ В УПРУГОЖИДКОСТНОЙ СИСТЕМЕ, СОПРОВОЖДАЮЩИХСЯ ПОДЪЕМОМ ЖИДКОСТИ

БОМШТЕЙН А. К., **ГАНИЕВ Р. Ф.**, **УКРАИНСКИЙ Л. Е.**

Исследуется поведение систем, содержащих жидкость, через которую продувают газ. Эти системы широко используются в технике, например в процессах эрлифта и газлифта, применяющихся в нефтедобыче. Несмотря на это, изучение подобных систем проводится, как правило, с помощью эмпирических и полуэмпирических теорий [1], которые не позволяют вскрыть механизмы динамических явлений, происходящих в указанных системах. Примером подобных явлений могут служить автоколебания, возникновение которых неоднократно наблюдалось экспериментально. Задача установления их механизмов и управления ими с целью наилучшего практического использования до настоящего времени не только не была решена, но даже, насколько это известно авторам, не ставилась. В публикуемой работе предлагается модель, способная вскрыть механизм автоколебаний и дать качественное и количественное описание динамических явлений, происходящих в рассматриваемых системах.

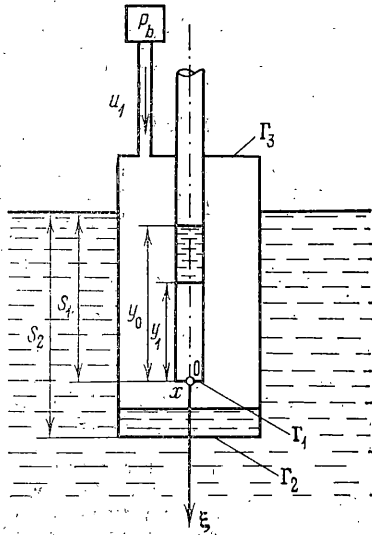
В результате численного исследования динамики построенной математической модели установлены условия возникновения автоколебаний, построены области их существования в пространстве параметров системы, а также области притяжения. Изучен вопрос о взаимодействии автоколебаний с периодическим внешним воздействием. Установлено, что благодаря влиянию внешнего периодического воздействия можно увеличить расход поднимаемой жидкости.

1. Пусть два коаксиальных цилиндра длин H_1 и H_2 погружены открытыми концами в жидкость (фиг. 1) таким образом, что их нижние кромки Γ_1 и Γ_2 расположены на расстояниях S_1 и S_2 от уровня свободной поверхности. Внутренний цилиндр через открытую верхнюю кромку сообщается с атмосферой. Кольцевая область между цилиндрами изолирована от атмосферы крышкой Γ_3 . Посредством трубопровода длиной l она соединена с компрессором, который создает давление на входе в трубопровод величиной P_0 . Газ, нагнетаемый компрессором, вытесняет жидкость из пространства между цилиндрами. Уровень ее по мере поступления газа понижается до тех пор, пока не сравняется с нижней кромкой внутреннего цилиндра. Дальнейшее понижение уровня приводит к искривлению поверхности раздела между газом и жидкостью, образованию «шейки» и разрыву сплошности жидкости.

В результате разрыва сплошности жидкость в объеме, ограниченном боковой поверхностью внутреннего цилиндра и ее продолжением, делится на две части. Нижняя продолжает движение вместе с жидкостью, находящейся в кольцевой зоне между внешним цилиндром и продолжением боковой поверхности внутреннего цилиндра. Верхняя часть жидкости образует «пробку», которая продолжает движение по внутреннему цилиндру. Она может достигнуть его верхней кромки, что приведет к ее выбросу. Это вызовет резкое падение давления газа над жидкостью, движущейся по внешнему цилиндру. В результате она может замедлить свое движение и начать подъем. После достижения ею уровня нижней кромки внутреннего цилиндра в последнем вновь может начаться образование новой пробки. При этом контакт газа в кольцевой зоне между цилиндрами с атмо-

сферой прекращается. Жидкость, поднимающаяся по кольцевой области между цилиндрами, замедляет свое движение вследствие роста давления газа. В итоге процесс повторяется.

Для математического описания процессов, происходящих в данной системе, введем ряд упрощающих предположений. Будем считать, что жидкость идеальна и несжимаема, а газ, нагнетаемый в систему, идеален и совершенен. Принимаем также, что движение происходит изотермически. Кроме того, предполагаем, что движение жидкости одномерно, а давление в жидкости у нижней кромки внешнего цилиндра постоянно и равно гидростатическому, что оправдано, если динамические добавки малы по сравнению со статическим значением ($|v| \ll \sqrt{2gS_2}$, $|dv/dt| \ll g$, где v — скорость жидкости на кромке Γ_2 , g — ускорение свободного падения). Для приближенного учета трения полагаем, что при движении жидких и газообразных масс по трубам возникает сила сопротивления движению, величина которой приближенно может быть определена так же, как для установившегося движения [2]:



Фиг. 1

$$F = \frac{1}{4} \pi R L \lambda \rho u^2 \quad (1.1)$$

Здесь $\lambda = 0,3163 (\text{Re})^{-1/4}$, ρ — плотность жидкости или газа, $\text{Re} = Ru/v$ — число Рейнольдса, R — радиус трубы, L — длина трубы, соприкасающаяся с жидкостью, u — средняя скорость жидкости в поперечном сечении трубы, v — кинематический коэффициент вязкости. Явления, приводящие к разрыву сплошности жидкости, такие, как искривление поверхности, обра-

зование шейки и т. п., рассматриваться подробно не будут. Для приближенного рассмотрения процесса разрыва принимаем, что он происходит за промежуток времени Δt настолько малый, что импульсами конечных сил за этот промежуток можно пренебречь, т. е. считать, что разрыв сплошности происходит мгновенно и справедлив закон сохранения количества движения, принятый в теории удара [3]. Вместе с тем считаем, что Δt достаточно велик, чтобы изменения скорости жидкости не привели к существенным динамическим добавкам к давлению на нижней кромке Γ_2 внешнего цилиндра, т. е. принимаем, что давление на нижней кромке Γ_2 остается во время разрыва сплошности постоянным и равным гидростатическому. Для математического описания магистрали, по которой газ подается в систему, полагаем, что скорость подачи газа — функция только времени, т. е. $u_1 = u_1(t)$. Непостоянством ее вдоль длины магистрали и в каждом поперечном сечении пренебрегаем. Кроме того, считаем, что давление на входе в магистраль P_b не зависит от движения газа, а определяется лишь внешними силами (компрессором).

При этих предположениях для скорости подачи газа по магистрали справедливо уравнение

$$\rho_0 u_1^2 = P_b - P - \frac{1}{4} \rho_0 \lambda (u_1) u_1^2 / R_1 \quad (1.2)$$

Здесь R_1 — радиус поперечного сечения магистрали, ρ_0 — плотность газа, P — давление на выходе из магистрали в пространстве между цилиндрами.

Введем направленную вертикально вниз ось координат $O\xi$ с началом в центре нижней кромки внутреннего цилиндра (фиг. 1). Динамика системы на этапе вытеснения жидкости из кольцевой зоны (до разрыва

сплошности жидкости) может быть описана четырьмя параметрами: $x(t)$ — координатной границы раздела газ — жидкость на оси $O\xi$; $y_0(t)$ — координатой верхнего уровня жидкости во внутреннем цилиндре, взятой с обратным знаком; $m(t)$ — мгновенной массой газа в замкнутом пространстве над жидкостью во внешнем цилиндре и $u_1(t)$ — скоростью подачи газа из магистрали. На втором этапе движения, который начинается после разрыва сплошности и продолжается до момента выброса пробки из внутреннего цилиндра, движение системы будем описывать параметрами $x(t)$, $m(t)$ и $u_1(t)$, которые были определены выше, а вместо $y_0(t)$ введем в рассмотрение $y_1(t)$ — координату нижнего уровня жидкости во внутреннем цилиндре, взятую с обратным знаком. На третьем этапе движения, который начинается после выброса пробки из внутреннего цилиндра и продолжается до тех пор, пока уровень жидкости во внешнем цилиндре не достигнет нижней кромки внутреннего цилиндра, движение системы будем характеризовать параметрами $x(t)$, $u_1(t)$, $m(t)$ и $u_2(t)$, первые два из которых совпадают с одноименными параметрами предыдущих этапов, а последние два имеют следующей смысл: $m(t)$ — масса газа в пространстве между цилиндрами, ограниченном крышкой Γ_3 , уровнем жидкости во внешнем цилиндре и кромкой Γ_1 внутреннего цилиндра, $u_2(t)$ — скорость вытекания газа через внутренний цилиндр в атмосферу.

На этапе вытеснения жидкости из кольцевой области движение жидкости в кольцевой зоне, лежащей выше нижней кромки внешнего цилиндра, может быть описано уравнением движения точки с переменной массой:

$$\frac{1}{2} \rho_1 \frac{d}{dt} x^* (S_2 - S_1 - x) = P - P_1 + \rho_1 g (S_2 - S_1 - x) - \text{sign}(x^*) \left\{ \frac{\lambda(x^*)}{4(R-r)} \rho_1 x^{*2} \left[|x| + \frac{R(S_2 - S_1)}{R+r} \right] \right\} \quad (1.3)$$

Здесь P — давление газа под верхней кромкой Γ_3 внешнего цилиндра, $P_1 = \rho_1 g S_2 + P_a$ — давление в жидкости на глубине S_2 под свободной поверхностью, ρ_1 — плотность жидкости, P_a — атмосферное давление над свободной поверхностью жидкости.

Запишем уравнение движения жидкости во внутреннем цилиндре и его продолжении для первого этапа движения системы

$$\frac{1}{2} \rho_1 \left(\frac{d}{dt} \right) y_0^* (S_2 - S_1 + y_0) = P_1 - P_a - \rho_1 g (S_2 - S_1 + y_0) - \text{sign}(y_0^*) \frac{1}{4} |y_0| \lambda(y_0^*) \rho_1 y_0^{*2} / r \quad (1.4)$$

Используя уравнение Клайперона — Менделеева, легко определить зависимость давления P , фигурирующего в правых частях уравнений (1.2), (1.3), (1.4), в пространстве под кромкой Γ_3 от координаты x уровня поверхности вытесняемой жидкости и массы m газа, накачанного компрессором в указанное пространство. Имеем $P = m R^* T / \{ \pi \mu [(H_2 - S_2 + S_1 + x) \times (R^2 - r^2)] \}$. Здесь R^* — универсальная газовая постоянная, μ — масса моля газа, T — абсолютная температура газа. Запишем уравнение притока газа

$$m^*(t) = \pi \rho_0 R_1^2 u_1(t) \quad (1.5)$$

Здесь u_1 — скорость поступления газа из магистрали в пространство между цилиндрами — определяется уравнением (1.2). Уравнения (1.2) — (1.5) описывают движение системы на первом этапе. Они справедливы, если координаты $x(t)$ и $y_0(t)$ удовлетворяют условиям, определяющим первый этап движения системы

$$-(H_2 - S_2 + S_1) < x(t) < 0, \quad 0 \leq y_0 < H_1 \quad (1.6)$$

Начальные условия для первого этапа движения имеют вид

$$x(0) = -S_1, \quad x^*(0) = 0, \quad m(0) = m_0, \quad u_1(0) = 0, \quad y_0(0) = S_1, \quad y_0^*(0) = 0 \quad (1.7)$$

После разрыва сплошности движение системы описывается аналогично. Уравнение движения жидкости во внешнем цилиндре имеет вид

$$\frac{1}{2} \rho_1 \frac{d}{dt} [x^* (S_2 - S_1 - x)] = P - P_1 + \rho_1 g (S_2 - S_1 - x) - \text{sign}(x^*) \frac{1}{4} \lambda (x^*)^2 \rho_1 (S_2 - S_1 - x) / R \quad (1.8)$$

Запишем уравнение движения жидкой пробки длины l_1 во внутреннем цилиндре.

$$\rho_1 l_1 y_1'' = P - P_a - \rho_1 g l_1 - \text{sign}(y_1^*) \frac{1}{4} \lambda (y_1^*)^2 \rho_1 l_1 / r \quad (1.9)$$

Давление P , фигурирующее в правых частях уравнений (1.2), (1.8), (1.9), определяется для данного этапа движения выражением

$$P = mR^*T / \{ \mu [(H_2 - S_2 + S_1 + x) (R^2 - r^2) + (x + y_1)^2] \}$$

Приток газа из магистрали описывается, как и на первом этапе движения системы, уравнениями (1.2), (1.5).

Второй этап движения характеризуется выполнением условий

$$0 < x(t) < S_2 - S_1, \quad 0 < y_1(t) < H_1 \quad (1.10)$$

Начальные условия для второго этапа движения системы имеют вид

$$x(t_1) = 0, \quad x^*(t_1) = x^{**}, \quad m(t_1) = m(t_1 - 0) \\ u_1(t_1) = u_1(t_1 - 0), \quad y_1(t_1) = 0, \quad y_1^*(t_1) = y^{**}, \quad l_1 = y_0(t_1) \quad (1.11)$$

Здесь x^{**} , y^{**} — скорости изменения уровней жидкости во внешнем и внутреннем цилиндрах сразу же после разрыва сплошности жидкости, t_1 — момент времени выхода поверхности раздела газ — жидкость на уровень нижней кромки внутреннего цилиндра. Эти величины определяются из уравнений, описывающих первый этап движения системы.

Для нахождения величин x^{**} и y^{**} поступаем следующим образом. Используем сформулированные упрощающие предположения о процессе разрыва сплошности, а также известные положения теории удара [3] и вычисляем искомые величины через известные значения скоростей движения уровней жидкости в кольцевой зоне между цилиндрами и во внутреннем цилиндре в момент, непосредственно предшествующий разрыву сплошности. Следует учесть, что в результате разрыва кинетическая энергия рассматриваемых объемов жидкости должна измениться, так как часть ее переходит во внутреннюю энергию жидкости, связанную с возникновением новых свободных поверхностей. Этот эффект учитывался введением коэффициента потери энергии, для приближенной оценки которого принималось, что процесс разрыва сплошности близок к абсолютно неупругому удару, происходящему между массами жидкости, лежащими в момент разрыва сплошности под плоскостью Γ_1 . Причем одна из них заполняет кольцевую зону между внешним цилиндром и продолжением внутреннего, а другая — продолжение внутреннего цилиндра.

Далее из-за громоздкости приведены не полные формулы для величин x^{**} и y^{**} , а лишь приближенные значения, являющиеся первыми членами их асимптотических разложений по малому параметру $\epsilon = r^2 l_1 / [(R^2 - r^2) \times (S_2 - S_1)]$, представляющему собой отношение объема жидкости в пробке к объему жидкости в кольцевой зоне между внешним цилиндром и продолжением внутреннего

$$x^{**} \approx \frac{x^* - \alpha y_0^*}{1 + \alpha}, \quad y^{**} \approx \frac{x^* - \alpha y_0^*}{1 + \alpha} \left(-1 + \sqrt{\frac{x^{*2} + (1 + 2\alpha) y_0^{*2}}{x^{*2} + \alpha y_0^{*2}}} \right) \quad (1.12)$$

$$\alpha = r^2 / (R^2 - r^2), \quad \dot{x} = \dot{x}(t_1), \quad \dot{y}_0 = \dot{y}_0(t_1)$$

Уравнение движения жидкости, движущейся во внешнем цилиндре, после выброса столба жидкости из внутреннего цилиндра имеет вид

$$\frac{1}{2} \rho_1 \frac{d}{dt} [\dot{x}(S_2 - S_1 - x)] = P - P_1 + \rho_1 g (S_2 - S_1 - x) - \text{sign}(\dot{x}) \frac{\lambda(\dot{x})}{4R} \rho_1 \dot{x}^2 (S_2 - S_1 - x) \quad (1.13)$$

Расход газа, поступающего из магистрали в пространство между цилиндрами, определяется на данном этапе уравнением

$$\dot{m}(t) = \pi (\rho_0 R_1 u_1 - \rho_2 r^2 u_2), \quad \rho_2 = P \mu / (R^* T) \quad (1.14)$$

Здесь ρ_2 — плотность газа во внутреннем цилиндре, u_2 — скорость газа, вытекающего из системы через внутренний цилиндр; u_1 — скорость поступления газа в систему — в данном случае определяется из уравнения (1.2).

Движение газа во внутреннем цилиндре на данном этапе движения описывается уравнением

$$\rho_2 H_1 u_2 \dot{u}_2 = P - P_a - \rho_2 g H_1 - \text{sign}(u_2) H_1 \rho_2 \lambda(u_2) u_2^2 / 4r \quad (1.15)$$

Давление P , фигурирующее в правых частях (1.2), (1.13), (1.14), (1.15), вычисляется для данного этапа по формуле

$$P = m R^* T / \{ \pi \mu [(H_2 - S_2 + S_1 + x) (R^2 - r^2) + x r^2] \}$$

Здесь $m = m(t)$ — масса газа в пространстве, ограниченном крышкой Γ_3 , уровнем жидкости во внешнем цилиндре и кромкой внутреннего цилиндра. Координата x на третьем этапе движения системы должна удовлетворять условию $0 < x < S_2 - S_1$. Начальные условия для третьего этапа движения имеют вид

$$x(t_2) = x(t_2 - 0), \quad \dot{x}(t_2) = \dot{x}(t_2 - 0), \quad u_1(t_2) = u_1(t_2 - 0), \quad u_2(t_2) = u_2(t_2 - 0) \quad (1.16)$$

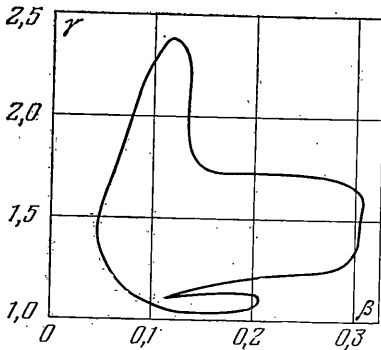
$$m(t_2) = \frac{m(t_2 - 0) [(R^2 - r^2) (H_2 + S_1 - S_2) + R^2 x(t_2 - 0)]}{(R^2 - r^2) (H_2 + S_1 - S_2) + R^2 x(t_2 - 0) + r^2 H_1}$$

где t_2 — момент времени выхода столба жидкости на высоту H_1 , который определяется из уравнений второго этапа движения при условии $y_1(t_2) = H_1$. Последнее из условий (1.16) отражает непрерывность изменения плотности газа во времени. Завершение третьего этапа движения по условию $x=0$ возвращает систему к исходной конфигурации, причем условия (1.6) выполняются. Поэтому дальнейшее движение системы может быть описано уравнениями (1.2), (1.3), (1.4), (1.5). Однако начальные условия для них будут отличаться от (1.7), а именно:

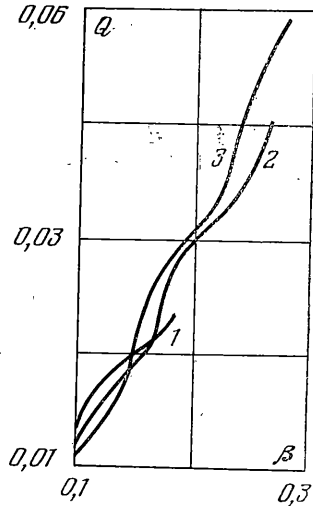
$$\begin{aligned} x(t_3) &= 0, & \dot{x}(t_3) &= \dot{x}(t_3 - 0), & m(t_3) &= m(t_3 - 0) \\ u_1(t_3) &= u_1(t_3 - 0), & \dot{y}_0(t_3) &= 0, & \dot{y}_0(t_3) &= -\dot{x}(t_3 - 0) \end{aligned} \quad (1.17)$$

Исследование динамики системы проводилось численно. Уравнения, описывающие движение системы на каждом из этапов, интегрировались методом Рунге — Кутты — Мерсона с автоматическим выбором шага. Числовые значения параметров, фигурирующих в уравнениях, выбирались такими, как для воздушно-водяной системы при температуре 20°C ; для жидкости $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$; для газа $\rho_0 = 1,21 \text{ кг/м}^3$, $\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$.

2. Как показало численное интегрирование, в зависимости от значений параметров, характеризующих геометрию системы и внешнее силовое воздействие, характерный характер движений, совершаемых системой, может быть различным.



Фиг. 2



Фиг. 3

Первый этап движения (задача Коши (1.2), (1.3), (1.4), (1.5), (1.7)) может завершиться двояко; либо уровень жидкости в пространстве между цилиндрами не достигнет нижней кромки внутреннего цилиндра, а стабилизируется на более высоком уровне, либо этот уровень будет понижаться и достигнет в некоторый момент времени кромки Γ_1 , что соответствует равенству $x=0$. В первом случае никаких автоколебаний и подъема жидкости не происходит. Устранению этого способствует повышение давления на выходе из компрессора. Во втором случае система переходит ко второму этапу движения.

Второй этап движения (задача Коши (1.2), (1.5), (1.8), (1.9), (1.11)) в зависимости от значений параметров также может завершиться по-разному. Уровень жидкости во внешнем цилиндре может достичь его нижней кромки, что приведет к прорыву газа в пространство, окружающее внешний цилиндр. Это соответствует срыву процесса. Для предотвращения этого следует уменьшить давление P_b или увеличить глубину погружения внешнего цилиндра. Вторая возможность завершения данного этапа движения заключается в следующем. Уровень жидкости во внешнем цилиндре достигает нижней кромки Γ_1 внутреннего цилиндра, в то время как пробка во внутреннем цилиндре не достигла еще его вершины ($x < 0$, $0 < y_1 < H_1$). Это соответствует зарождению второй пробки во внутреннем цилиндре. Режимы движения рассматриваемой системы, при которых во внутреннем цилиндре существуют две и более пробки, могут быть изучены особо, но в публикуемой работе не затрагиваются. Наконец, третья возможность завершения данного этапа — выброс пробки из внутреннего цилиндра, в то время как уровень жидкости во внешнем не достиг еще нижней кромки внутреннего, т. е. $y_1 \geq H_1$, $0 \leq x < S_2 - S_1$.

В этом случае система переходит к третьему этапу движения, который описывается задачей Коши (1.2), (1.13), (1.14), (1.15), (1.16). Решение последней показало, что в зависимости от значений параметров системы возможны два завершения третьего этапа. Либо уровень жидкости во внешнем цилиндре установится ниже нижней кромки внутреннего цилиндра, что соответствует перекачке газа из компрессора через внутренний цилиндр в атмосферу; при этом, конечно, никаких автоколебаний и подъема жидкости не происходит. Устранению такой ситуации способствует увеличению диаметра внутреннего цилиндра, уменьшению диаметра подводящей магистрали, а также понижению давления P_b . Либо возможно нормальное завершение третьего этапа и переход системы к первому, описываемому задачей Коши (1.2), (1.3), (1.4), (1.5), (1.17). В этом случае интегрирование может быть продолжено.

Оно показало, что при различном выборе внешнего давления и параметра $\beta = \tau/R$ в системе устанавливается один из следующих режимов движения: автоколебания с периодическими выбросами столбов жидкости из внутреннего цилиндра; непериодические движения с нерегулярными выбросами жидкости типа биений; срыв процесса колебаний; автоколебания с одновременным движением двух и более столбов жидкости (здесь этот тип колебаний не рассматривался).

3. Излагаются результаты исследования динамики системы для двух возможных режимов управления движением: случай постоянного внешнего давления P_b и возможность использования гармонически меняющегося давления $P_b = P_b(t)$ в компрессоре.

В случае постоянного внешнего давления $P_b = \text{const}$ исследование области существования явления автоколебаний в пространстве параметров, определяющих гео-

метрию и внешнее воздействие, приложенное к системе, показало, что автоколебания в системе наблюдаются лишь в некотором диапазоне постоянных давлений в компрессоре и лишь в некотором интервале отношений радиусов внутреннего и внешнего цилиндров. А именно, на плоскости $\{\gamma, \beta\}$ (фиг. 2), где $\gamma = P_b/P_a$, существует некоторая ограниченная область весьма причудливого вида, для точек которой имеют место автоколебания и вне которой они отсутствуют.

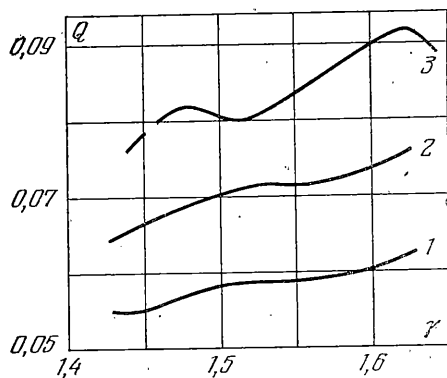
Для всех движений системы с давлением $P_b > P_a + \rho_1 g S_1$ и малых отношений радиусов цилиндров $\beta < 0,03$ после наступления третьего этапа движения устанавливается баланс между газом, поступающим по магистрали, и газом, вытекающим из внутреннего цилиндра в атмосферу. Автоколебания отсутствуют. Если далее при фиксированном $P_b > P_a + \rho_1 g S_1$ увеличивать β , то при некотором $\beta = \beta_1(P_b)$ возникают колебания, т. е. периодический выброс жидких пробок из внутреннего цилиндра. При дальнейшем увеличении β автоколебания сохраняются, причем средний за период секундный объем поднимаемой жидкости возрастает с увеличением β . На фиг. 3 отражена зависимость среднего за период секундного объема поднимаемой жидкости Q в m^3/c от параметра β для трех различных значений давления P_b . Кривой 1 соответствует $P_b = 1,2 P_a$, кривой 2 — $P_b = 1,4 P_a$, кривой 3 — $P_b = 1,6 P_a$. При дальнейшем возрастании β этот параметр достигает некоторого значения $\beta = \beta_2(P_b)$, при котором во внутреннем цилиндре возникают две одновременно движущиеся пробки. Если, наоборот, при фиксированном β увеличивать давление P_b , то при $P_b < P_a + \rho_1 g S_1$ автоколебания отсутствуют, так как уровень жидкости во внешнем цилиндре не достигает нижней кромки внутреннего цилиндра. При $P_b > P_a + \rho_1 g S_1$ возникают периодические выбросы столбов и устанавливаются автоколебания. На фиг. 4 отражена зависимость $Q(P_b)$ для трех различных значений β .

Кривой 1 соответствует $\beta = 0,25$, кривой 2 — $\beta = 0,27$, кривой 3 — $\beta = 0,3$. Из этих графиков видно, что зависимость $Q(P_b)$ носит в целом монотонный характер, однако вблизи некоторых значений наблюдаются локальные максимумы. При некотором максимальном значении $P_b = P_b^*(\beta)$ происходит срыв автоколебаний, обусловленный достижением уровня жидкости во внешнем цилиндре его нижней кромки и выходом газового пузыря за пределы внешнего цилиндра. Для изучения влияния начальных условий на ход автоколебания был численно построен ряд возможных траекторий системы в проекции на плоскость $\{x, x^*\}$. Одна из таких траекторий (тонкая линия) вблизи предельного цикла (утолщенная линия) изображена на фиг. 5. Заметим, что, хотя численное совпадение фазовой траектории и предельного цикла достигается через 9 оборотов вокруг начала координат, на фиг. 5 для наглядности изображены лишь 3 оборота. Из диаграммы видно, что после ряда оборотов на кривой появляются самопересечения (петли), которые исчезают по мере приближения к предельному циклу. Заметим, что на траекториях и на предельном цикле в полном фазовом пространстве петли отсутствуют, их появление здесь связано с проектированием на плоскость $\{x, x^*\}$. С помощью вариации начальных условий было установлено, что предельный цикл имеет довольно широкую «область притяжения» (отмечена внешней штриховкой вдоль границы на фиг. 5), что, по-видимому, отражает определенную устойчивость процесса автоколебаний.

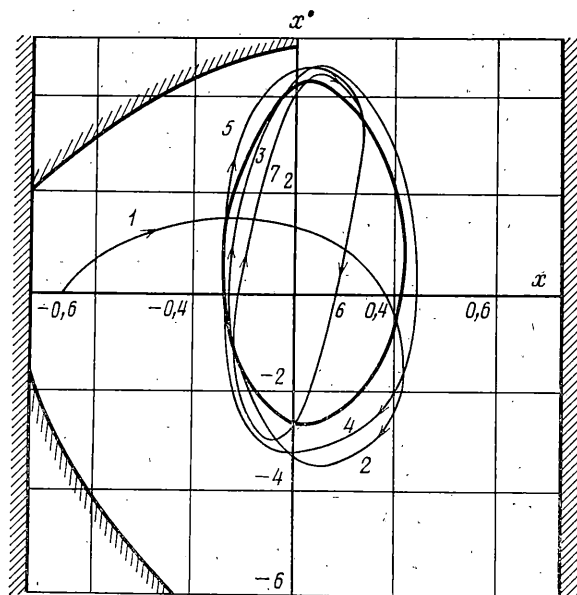
В случае переменного внешнего давления принималось, что давление в компрессоре определяется выражением $P_b = P_0 + P_2 \sin(\omega_b t + \varphi)$. Исследование движения рассматриваемой системы, проведенное в данном случае, показало следующее. Если ω_0 — частота автоколебательного режима для постоянного внешнего давления $P_b = P_0$, то при ненулевой амплитуде P_2 периодического воздействия периодические резонансные режимы движения возникают в системе не при любых частотах ω_b , а лишь вблизи некоторых частот, кратных ω_0 . Такие режимы были найдены для $\omega_b/\omega_0 = 1, 2, 3, 4, 5, 8$.

Для частот внешнего воздействия не кратных ω_0 при любых рассмотренных внешних амплитудах в системе возникают либо неперiodические движения типа биений, либо происходит срыв процесса подъема жидкости.

Проводилось также исследование влияния амплитуды периодического воздействия P_2 на секундный расход поднимаемой жидкости. Оказалось, что зависимость $Q(P_2)$ носит сложный характер. Диапазон значений P_2 , для которого существуют периодические режимы движения, обычно состоит из нескольких интервалов, между которыми имеются значения P_2 , для которых процесс подъема жидкости срывается. Наибольший расход получался для тех режимов, которые существуют при максимальных P_2 . Для промежуточных значений P_2 возможно не только увеличение, но и



Фиг. 4



Фиг. 5

уменьшение расхода по сравнению со стационарным случаем. Для рассматриваемых значений параметров $\beta=0,22$, $P_0=1,4 P_a$, $\omega_0=\omega_b$ оказалось, что подбором амплитуды P_b можно увеличивать секундный расход поднимаемой жидкости по сравнению со стационарным случаем на 10%. Такое увеличение происходит при $P_2=0,32 P_a$.

В заключение отметим, что рассмотрение режимов движения системы не с одной, а со многими жидкими пробками может быть использовано при моделировании процессов эрлифта и газлифта, применяющихся в нефтедобыче. При этом подъем жидкости будет трактоваться как автоколебательный процесс. Предлагаемая модель будет существенно отличаться от традиционных, согласно которым принимается, что по подъемной трубе стационарно поднимается однородная смесь жидкости и газа. Эта модель даст возможность оценивать давление у основания подъемной трубы, а также секундные расходы жидкости и газа, засасываемых в подъемную трубу при постоянном и переменном внешнем давлении. Определение этих параметров без привлечения дополнительных экспериментальных данных не может быть произведено по традиционным теориям эрлифта и газлифта. В этом заключено определенное преимущество предлагаемого подхода. Следует подчеркнуть, однако, что для решения практических вопросов, связанных с интенсификацией эрлифта и газлифта, предложенная в настоящей работе модель должна быть уточнена с помощью учета некоторых существенных для практики дополнительных факторов, как, например, сжимаемость жидких пробок, обусловленная наличием в них мелких газовых пузырьков, стекание жидкости из пробок по стенкам подъемной трубы и т. п.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов И. Г. Теория и практика периодического газлифта. М.: Недра, 1975, с. 22—54.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 584.
3. Кильчевский Н. А. Теория соударения твердых тел. М.—Л.: Гостехиздат, 1949. 50 с.

Москва

Поступила в редакцию
19.V.1983