МЕХАНИКА
ТВЕРДОГО ТЕЛА
№ 5 · 1984

УДК 531.8

ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ЗАХВАТНЫХ УСТРОЙСТВ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ

КОЛПАШНИКОВ С. Н., ЧЕЛПАНОВ И. Б.

Ставится и решается задача статики захватывания предмета механическим захватным устройством. Получены и исследованы условия жесткого фиксирования предмета при контакте его с поверхностями рабочих элементнов в дискретных точках. Приведенные примеры иллюстрируют условия жесткого фиксирования.

Рассматриваются задачи статики взаимодействия рабочих элементов (губок, пальцев) захватного устройства манипуляционного робота с предметом – объектом манипулирования. Предмет и рабочие элементы считаются абсолютно жесткими. Предполагается, что контакт предмета с поверхностями рабочих элементов происходит в дискретных точках. Это предположение представляется естественным, поскольку контакт осуществляется или в угловых точках или в точках гладких поверхностей, для которых кривизна поверхности предмета больше кривизны поверхности рабочего элемента. Каждая точка контакта соответствует одной неудерживающей связи. Случай, когда одна из угловых точек предмета находится на линии пересечения двух гладких поверхностей (например, на ребре двугранного угла), соответствует двух связям. Нахождение угловой точки предмета в вершине трехгранного угла на поверхности рабочего элемента соответствует трем связям.

После определения положений равновесия предмета в захватном устройстве анализируется их устойчивость. Основное внимание уделяется тем положениям равновесия, в которых осуществляется жесткое фиксирование предмета. При жестком фиксировании предмета приложение ограниченных, но конечных сил и моментов не приводит к его смещениям из положения равновесия. Жесткое фиксирование может осуществляться за счет сил сухого трения. Однако наиболее интересны случаи, для которых силы трения не являются определяющими, а жесткое фиксирование реализуется даже при отсутствии сил трения.

Реакции рабочих элементов, действующие на предмет в дискретных точках контакта, представляются в виде

$$\mathbf{R}_i=\mathbf{N}_i+\mathbf{Q}_i \tag{1}$$

где $\mathbf{N}_i$ – нормальные составляющие, направленные по ортам $\mathbf{n}_i$ внешних нормалей к поверхностям рабочих элементов, а $\mathbf{Q}_i$ – силы сухого трения, ортогональные ортам $\mathbf{n}_i$. Активные силы, отличные от упомянутых выше реакций $\mathbf{R}_i$ (например, сила тяжести, силы контактного взаимодействия с другими предметами), приводятся к некоторому условно задаваемому центру – к полюсу предмета или к полюсу схвата (к точке O). Считаются заданными главный вектор $\mathbf{F}$ и главный момент $\mathbf{M}$ активных сил. Эти силы удобно разделять на основные (постоянно действующие, как, например, сила тяжести, при которых определяется положение равновесия) и дополнительные (силы инерции, силы взаимодействия с другими предметами и т. п.). Тогда

$$\mathbf{F}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2,\quad \mathbf{M}=\mathbf{M}_1+\mathbf{M}_2 \tag{2}$$

Первые слагаемые в этих выражениях относятся к основным активным силам, а вторые – к дополнительным.

Рассмотрим захватное устройство с одним жестким рабочим элементом типа подвижного основания, на которое устанавливается или укладывается предмет. В этом случае единственный рабочий элемент реализует неудерживающие связи, налагаемые на предмет в точках контакта. Предположим, что положение равновесия предмета в захватном устройстве существует. Для исследования свойств положения равновесия необходимо рассмотреть множество положений, близких к нему. Малые перемещения предмета зададим приращением $\delta\mathbf{r}_0$ радиус-вектора $\mathbf{r}_0$ полюса O и вектором θ малого угла поворота предмета. Приращения $\delta\mathbf{r}_i$ радиус-векторов $\mathbf{r}_i$ точек контакта определяются соотношениями кинематики малых перемещений

$$\delta\mathbf{r}_i=\delta\mathbf{r}_0+\boldsymbol{\theta}\times\mathbf{r}_i+\delta\mathbf{l}_i \tag{3}$$

где векторы $\delta \mathbf{l}_i$ ортогональны ортам $\mathbf{n}_i$ и учитывают перемещения точек контакта по поверхности предмета (если точки контакта – угловые, то $\delta \mathbf{l}_i=0$). Если при перемещениях контакт в рассматриваемой точке сохраняется, то для нее

$$\delta \mathbf{r}_i \cdot \mathbf{n}_i=0 \tag{4}$$

В эти условия не входят $\delta \mathbf{l}_i$, поскольку они ортогональны ортам $\mathbf{n}_i$.

Свойства положения равновесия определяются числом m точек контакта. При $m<6$ система уравнений (4) относительно шести неизвестных – составляющих векторов $\delta \mathbf{r}_0$ и θ – имеют ненулевые решения, определяемые с точностью до $(6-m)$ произвольных постоянных. При $m=6$ и условии, что все уравнения являются линейно-независимыми, эта система имеет только нулевые решения, т. е. малые перемещения предмета возможны только при потере контакта по крайней мере в одной, j-й точке и при обращении в нуль соответствующей реакции $\mathbf{R}_j$.

Выясним, при каких силах и моментах возможны перемещения предмета. Положение равновесия определяется при действии только основных сил. При отсутствии дополнительных активных сил реакции $\mathbf{R}_i$ в положении равновесия удовлетворяют уравнениям статики

$$\sum_i \mathbf{R}_i+\mathbf{F}_1=0, \qquad \sum_i \mathbf{r}_i\times\mathbf{R}_i+\mathbf{M}_1=0 \tag{5}$$

Будем сначала пренебрегать силами трения в точках контакта. Тогда, согласно (1) $\mathbf{R}_i=N_i\mathbf{n}_i$, и уравнения (5) представляют собой систему шести скалярных уравнений относительно неизвестных N_i. При $m<6$ равновесие реализуется только для таких положений предмета в захватном устройстве, для которых уравнения (5) являются линейно-зависимыми (ранг системы уравнений (5) равен $(6-m)$). Для нахождения положений равновесия в этом случае в число неизвестных к величинам N_i следует добавить $(6-m)$ обобщенных координат, определяющих положение предмета при условии сохранения всех m точек контакта. При $m=6$ положения равновесия находятся только из геометрических соотношений. Так как в случае линейной независимости уравнения (4) имеют только нулевые решения, положения равновесия являются изолированными. При $m=6$ система «предмет – захватное устройство» является статически определимой и реакции N_i находятся из системы (5). Если положение равновесия действительно существует, то все $N_i>0$. Если основной активной силой является сила тяжести $\mathbf{G}$, то все реакции имеют порядок G.

При приложении дополнительных активных сил в случае $m=6$ происходит изменение реакций N_i, их значения определяются из уравнений статики

$$\sum_i N_i\mathbf{n}_i+\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2=0, \qquad \sum_i N_i\mathbf{r}_i\times\mathbf{n}_i+\mathbf{M}_1+\mathbf{M}_2=0 \tag{6}$$

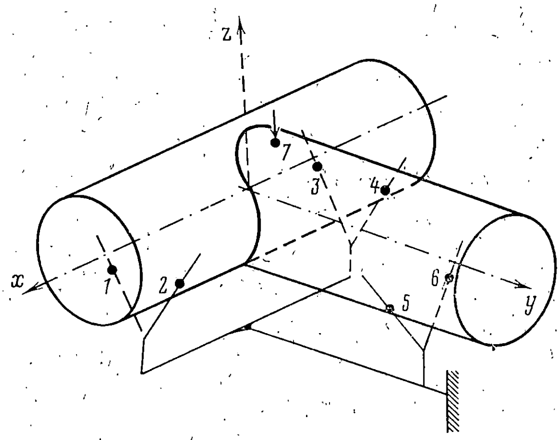
Для множества значений $\mathbf{F}_2$ и $\mathbf{M}_2$, при которых $N_i\geqslant 0$ $(i=1,\ldots 6)$, контакт сохраняется во всех точках. Поскольку при этом система уравнений (4) имеет только нулевые решения, то предмет в захватном устройстве смещаться не может. Отсутствие перемещений под действием ограниченных сил и моментов является основным признаком жесткого фиксирования предмета в положении равновесия. Перемещение предмета происходит тогда, когда дополнительные силы или моменты достаточно велики, так что происходит отрыв в одной точке, и соответствующая реакция N_j, которая при отсутствии дополнительных сил имела порядок G, при их действии обращается в нуль. Состояние равновесия, в котором $N_j=0$, называется предельным. Подставив $N_j=0$ в систему (6), получим одно уравнение, связывающее составляющие дополнительных сил и моментов. Полагая последовательно $j=1,\ldots,6$, получим все возможные состояния предельного равновесия. На фиг. 1 изображен пример жесткого фиксирования предмета, поверхность которого образована двумя пересекающимися цилиндрами. Рабочие элементы представляют собой три вилки. Цифрами *1–6* обозначены шесть точек контакта.

Рассмотрим теперь задачу о жестком фиксировании предмета для схвата, у которого один рабочий элемент (верхний) перемещается относительно другого (нижнего), условно считаемого неподвижным. Будем различать точки контакта с верхним и нижним рабочими элементами; величины, относящиеся к точкам контакта с верхним рабочим элементом, далее отмечаются штрихом. Распределение точек контакта между верхним и нижним рабочими элементами может быть различным. В частности, если с нижним рабочим элементом имеется шесть точек контакта, а с верхним – одна (на фиг. 1, точка *7* сверху), то можно считать, что нижний рабочий элемент обеспечивает жесткое фиксирование, а прижатие сверху подвижным рабочим элементом, перемещаемым самостоятельным приводом, обеспечивает увеличение реакций и позволяет устранить недостатки, обусловленные неудерживающим характером связей.

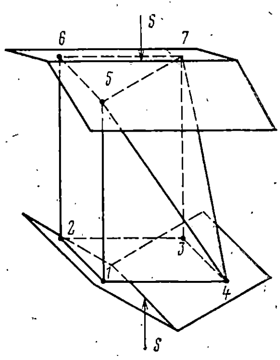
Основные уравнения кинематики малых перемещений для точек контакта с нижним, неподвижным рабочим элементом имеют вид (3), а для точек контакта с верхним, подвижным рабочим элементом – приобретают вид

$$\delta\mathbf{r}_i'=\delta\mathbf{r}_0+\boldsymbol{\theta}\times\mathbf{r}_i'+\delta\mathbf{l}_i+(\partial\mathbf{r}_i'/\partial u)\delta u \tag{7}$$

где u – обобщенная координата механизма привода подвижного рабочего элемента. Условия сохранения контакта во всех точках записываются в форме (4). При числе точек контакта $m=7$ и при независимости всех уравнений (4) относительно семи неизвестных имеет только нулевые решения, т. е. при сохранении контакта во всех точках перемещения предмета в схвате невозможны. В этом случае перемещения могут происходить только при потере контакта хотя бы в одной точке.



Фиг. 1



Фиг. 2

При $m=7$ без учета сил трения система является статически определимой: в дополнение к шести уравнениям (6) дописывается одно уравнение равновесия механизма схвата, которое имеет вид

$$\sum_i b_i N_i'=S \tag{8}$$

где S – усилие, развиваемое приводом. Случай $m=7$ при статической определимости соответствует жесткому фиксированию предмета. На фиг. 2 изображен пример жесткого фиксирования предмета, семь угловых точек *1*–*7* которого упираются в плоскости двугранных углов двух рабочих элементов.

Свяжем условия жесткого фиксирования предмета с общими представлениями теории устойчивости положения равновесия, а именно с видом зависимости потенциальной энергии U от обобщенных координат q_p. В отличие от «классических» устойчивых положений равновесия при жестком фиксировании потенциальная энергия, будучи в окрестности этого положения знакоопределенной положительной, является не квадратичной формой, а суммой модулей линейных форм

$$U=\sum_i\left|\sum_p a_{ip}q_p\right| \tag{9}$$

Минимум потенциальной энергии достигается в угловой точке, производные по аргументам или их линейным комбинациям, представляющие собой с точностью до знака обобщенные силы, претерпевают разрывы в положении равновесия. Однако практически силы и моменты удобнее определять не через потенциальную энергию (9), а непосредственно из уравнений статики.

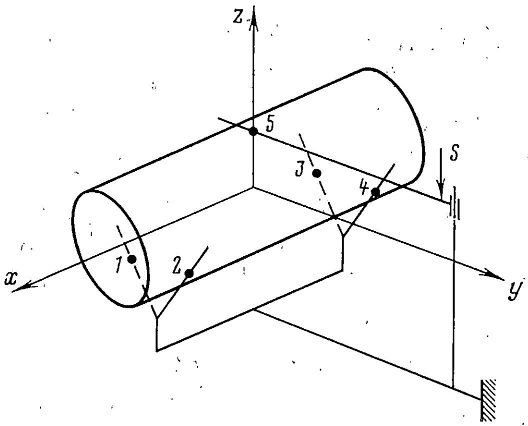
При выполнении условий жесткого фиксирования важно получить возможно более полные характеристики предельных состояний, для которых еще сохраняется положение равновесия. Без учета сил трения предельное состояние реализуется в момент отрыва в одной из точек контакта, т. е. при обращении в нуль соответствующей реакции. Положив последовательно $N_j\geqslant 0$ в системе уравнений (6) или (6) совместно с (8), получим систему шести или семи линейных неравенств для составляющих сил и моментов. В шестимерном пространстве составляющих дополнительных сил и моментов F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z совокупность гиперплоскостей, соответствующих линейным неравенствам, выделяет область жесткого фиксирования, которая наглядно характеризует несущую способность захватного устройства.

Внутренним точкам области жесткого фиксирования соответствуют силы и моменты, при которых предмет остается в положении равновесия и не смещается. На практике удобно рассматривать двумерные (плоские) или одномерные сечения области жесткого фиксирования.

Учет сил сухого трения в точках контакта осуществляется следующим образом. Модули векторов сил трения удовлетворяют неравенствам $Q_i \leqslant fN_i$ (коэффициент трения f считается постоянным). Для произвольных состояний задача о равновесии предмета в захватном устройстве является статически неопределимой, но для предельных состояний направление сил трения в точках контакта определяется однозначно. При потере контакта в одной точке уравнения (3) имеют решения, определяемые с точностью до постоянного множителя. Поэтому векторы $\delta\mathbf{r}_j$ также определяются с точностью до множителя. Силы трения в оставшихся точках контакта с неподвижным рабочим элементом достигают предельных значений и выражаются через нормальные составляющие реакций

$$\mathbf{Q}_j = fN_j\delta\mathbf{r}_j / |\delta\mathbf{r}_j| \tag{10}$$

Выражения для сил трения в оставшихся точках контакта с верхним рабочим элементом получаются подстановкой в (10) вместо $\delta\mathbf{r}_j$ вектора, определяемого вы-



Фиг. 3

ражением (7). Силы $\mathbf{Q}_j$ добавляются в уравнения статики, и нахождение границ области жесткого фиксирования осуществляется по прежней схеме. При $m=7$ добавление сил трения обычно незначительно увеличивает размеры области жесткого фиксирования (относительное увеличение размеров имеет порядок f). При $m<7$ жесткое фиксирование обеспечивается только за счет сил трения, некоторые размеры области жесткого фиксирования при этом пропорциональны f. Так, на фиг. 3 цилиндрический предмет имеет пять точек контакта с рабочими элементами, его фиксирование относительно перемещения по оси x и поворота вокруг той же оси осуществляется только за счет сил трения.

Определение области жесткого фиксирования является основой для установления границ диапазонов допустимых изменений параметров ориентации захватного устройства и кинематических параметров (составляющих линейных и угловых скоростей и ускорений), когда необходимо обеспечить надежное удерживание предмета в захватном устройстве.

Ленинград

Поступила в редакцию
19.XII.1981